

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Липецкий государственный технический
университет"

Ю.Д.Ермолаев

ТИПОВОЙ РАСЧЕТ
ИНТЕГРАЛ ПО МНОЖЕСТВУ

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Липецк

Липецкий государственный технический университет

2015

УДК 517.3(07)

E741

Рецензент:

кафедра естественнонаучных дисциплин ЛФ НОУ ВПО "Международный институт компьютерных технологий".

Ермолаев, Ю.Д. Типовой расчет "Интеграл по множеству"
[Электронный ресурс]:сетевое обновляемое электрон. учеб. пособие/
Ю.Д.Ермолаев.-Электрон.дан.(0.9 Мб).-Липецк:Издательство ЛГТУ, 2016.-250 с.
Режим доступа:<http://www.stu.lipetsk.ru/education/chair/kaf-vm/mu/>
Систем. требования: Intel Pentium (или аналогичный процессор других производителей), 512 Мб оперативной памяти, Adobe Reader (или аналогичный продукт для чтения файлов формата pdf).

Пособие соответствует государственным образовательным стандартам дисциплины "Математика" для направлений 01.03.03, 02.03.03, 09.03.01, 09.03.04, 27.03.03 и других бакалаврской подготовки. Представлены 120 вариантов типового расчета "Интеграл по множеству" (двойные, тройные, криволинейные и поверхностные интегралы 1-го рода). В типовом расчете 16 заданий, в которых отражены основные типы интегралов, вычисляемые в техническом вузе.

Предназначено для студентов, изучающих математику в техническом вузе.

Ключевые слова: двойной интеграл; тройной интеграл; интеграл по множеству; пределы интегрирования; полярные координаты; цилиндрические координаты; сферические координаты; геометрические приложения; механические приложения.

СОДЕРЖАНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

1. Пределы в повторном интеграле по заданной области
2. Пределы в повторном интеграле для криволинейной трапеции
3. Пределы в повторном интеграле по круговому сегменту
4. Вычисление площади криволинейной трапеции
5. Вычисление площади сложной фигуры
6. Вычисление двойного интеграла по треугольной области
7. Вычисление двойного интеграла от тригонометрической функции
8. Вычисление двойного интеграла по части кольца
9. Механические приложения двойного интеграла
10. Вычисление тройного интеграла по усеченной призме
11. Вычисление тройного интеграла по части цилиндра
12. Вычисление меры в \mathbb{R}^3
13. Вычисление центра масс в \mathbb{R}^3
14. Вычисление криволинейного интеграла первого рода в \mathbb{R}^2
15. Вычисление поверхностного интеграла первого рода
16. Вычисление координат центра масс плоской фигуры

Некоторые полезные формулы

Свойства интеграла по множеству

1. $\int_G d\mu = \mu(G)$
2. Если $\mu(E) = 0$, то $\int_{G \cup E} f(M) d\mu = \int_G f(M) d\mu$
3. $\int_G (C_1 f_1(M) + C_2 f_2(M)) d\mu = C_1 \int_G f_1(M) d\mu + C_2 \int_G f_2(M) d\mu$
4. $\int_{G_1 \cup G_2} f(M) d\mu = \int_{G_1} f(M) d\mu + \int_{G_2} f(M) d\mu$
5. $f_1(M) \leq f_2(M) \forall M \in G \implies \int_G f_1(M) d\mu \leq \int_G f_2(M) d\mu$
6. $C_1 \leq f(M) \leq C_2 \implies C_1 \mu(G) \leq \int_G f(M) d\mu \leq C_2 \mu(G)$
7. $\left| \int_G f(M) d\mu \right| \leq \int_G |f(M)| d\mu$
8. $\exists N \in G : \int_G f(M) d\mu = f(N) \cdot \mu(G)$

Переход к полярным координатам

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \iint_D f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi) \rho d\rho d\varphi$$

Переход к обобщенным полярным координатам

$$\iint_D f(x, y) dx dy = ab \iint_D f(a\rho \cos \varphi, b\rho \sin \varphi) \rho d\rho d\varphi$$

Переход к цилиндрическим координатам

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_V f(\rho \cos \varphi, \rho \sin \varphi, z) \rho d\rho d\varphi dz$$

Переход к обобщенным цилиндрическим координатам

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = ab \iiint_V f(a\rho \cos \varphi, b\rho \sin \varphi, z) \rho d\rho d\varphi dz$$

Переход к сферическим координатам

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = \iiint_V f(r \cos \varphi \sin \vartheta, r \sin \varphi \sin \vartheta, r \cos \vartheta) r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$$

Переход к обобщенным сферическим координатам

$$\iiint_V f(x, y, z) dx dy dz = abc \iiint_V f(ar \cos \varphi \sin \vartheta, br \sin \varphi \sin \vartheta, cr \cos \vartheta) r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$$

Длина дуги кривой на плоскости

$$L = \int_L dl = \int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sqrt{\rho^2 + (\rho')^2} d\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x')^2 + (y')^2} dt.$$

Длина дуги кривой в пространстве

$$L = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{(x')^2 + (y')^2 + (z')^2} dt.$$

Площадь плоской области: $S = \iint_D dx dy = \iint_D \rho d\varphi d\rho = \int (f_2(x) - f_1(x)) dx$

Объем цилиндриоида $V = \iint_D f(x, y) dx dy$

Объем тела $V = \iint_D (f_2(x, y) - f_1(x, y)) dx dy = \iiint_V dx dy dz = \iiint_V \rho d\varphi d\rho dz = \iiint_V r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi$

Координаты центра масс материальной плоской области:

$$x_c = \frac{1}{m} \iint_D x \gamma(x, y) dx dy$$

$$y_c = \frac{1}{m} \iint_D y \gamma(x, y) dx dy$$

Вычисление масс

$$m = \int_L \gamma(x, y) dl \text{ (плоская кривая)}$$

$$m = \int_L \gamma(x, y, z) dl \text{ (пространственная кривая)}$$

$$m = \iint_D \gamma(x, y) dx dy \text{ (плоская область)}$$

$$m = \iint_P \gamma(x, y, z) d\sigma \text{ (поверхность)}$$

$$m = \iiint_V \gamma(x, y, z) dx dy dz \text{ (тело в пространстве)}$$

Моменты инерции материальной плоской области:

$$I_o = \iint_D (x^2 + y^2) \gamma(x, y) dx dy$$

$$I_x = \iint_D y^2 \gamma(x, y) dx dy$$

$$I_y = \iint_D x^2 \gamma(x, y) dx dy$$

Координаты центра масс материальной плоской кривой:

$$x_c = \frac{1}{m} \int_L x \gamma(x, y) dl$$

$$y_c = \frac{1}{m} \int_L y \gamma(x, y) dl$$

Моменты инерции материальной плоской кривой:

$$I_o = \int_L (x^2 + y^2) \gamma(x, y) dl$$

$$I_x = \int_L y^2 \gamma(x, y) dl$$

$$I_y = \int_L x^2 \gamma(x, y) dl$$

Координаты центра масс материального тела:

$$x_c = \frac{1}{m} \iiint x \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

$$y_c = \frac{1}{m} \iiint y \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

$$z_c = \frac{1}{m} \iiint z \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

Моменты инерции материального тела:

$$I_o = \iiint_B (x^2 + y^2 + z^2) \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

$$I_x = \iiint_B (y^2 + z^2) \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

$$I_y = \iiint_B (x^2 + z^2) \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

$$I_z = \iiint_B (x^2 + y^2) \gamma(x, y, z) dx dy dz$$

Координаты центра масс материальной поверхности:

$$x_c = \frac{1}{m_P} \iint_P x \gamma(x, y, z) d\sigma$$

$$y_c = \frac{1}{m_P} \iint_P y \gamma(x, y, z) d\sigma$$

$$z_c = \frac{1}{m_P} \iint_P z \gamma(x, y, z) d\sigma$$

Моменты инерции материальной поверхности:

$$I_o = \iint_P (x^2 + y^2 + z^2) \gamma(x, y, z) d\sigma$$

$$I_x = \iint_P (y^2 + z^2) \gamma(x, y, z) d\sigma$$

$$I_y = \iint_P (x^2 + z^2) \gamma(x, y, z) d\sigma$$

$$I_z = \iint_P (x^2 + y^2) \gamma(x, y, z) d\sigma$$

Примеры вычисления интегралов по множеству

Пример 1. (двойной интеграл по прямоугольной области). Вычислить двойной интеграл по области D , ограниченной линиями: $x = 0, x = 1, y = 0, y = 2$.

$$\iint_D (x + y) dx dy = \int_0^1 dx \int_0^2 (x + y) dy.$$

Внутренний интеграл равен $\int_0^2 (x + y) dy = \left(xy + \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^2 = 2x + 2$.

Теперь вычисляем внешний интеграл $\int_0^1 (2x + 2) dx = \left(x^2 + 2x \right) \Big|_0^1 = 3$.

Пример 2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D x dx dy$, где область D ограничена линиями: $x = 1, x = 4, y = x, y = 2x$.

$$\int_1^4 dx \int_x^{2x} dy = \int_1^4 \left(x(y) \Big|_x^{2x} \right) dx = \int_1^4 (2x^2 - x^2) dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_1^4 = 7.$$

У внутреннего интеграла пределами являются линии (нижняя и верхняя границы области интегрирования), у внешнего - левая крайняя и правая крайняя точки области.

Пример 3. Найти суммарную площадь фигур, границы которых заданы уравнениями $(x^2 + y^2)^2 = 2a^2(x^2 - y^2)$ (лемниската), $x^2 + y^2 = a^2$ (внутренняя часть круга). Переходим к полярным координатам и получаем уравнения кривых: $\rho^2 = 2a^2 \cos 2\varphi$ и $\rho^2 = a^2$. Учитывая двойную симметрию фигуры (x и y присутствуют в уравнениях только в квадрате), искомая площадь равна учетверенной площади фигуры

$$D_1 = \left\{ (\rho, \varphi) \in \mathbb{R}^2 : a \leq \rho \leq a\sqrt{2 \cos 2\varphi}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{6} \right\}$$

Поэтому общая площадь равна

$$S = 4 \iint_{D_1} \rho d\rho d\varphi = 4 \int_0^{\pi/6} d\varphi \int_a^{a\sqrt{2 \cos 2\varphi}} \rho d\rho = 2a^2 \int_0^{\pi/6} (2 \cos 2\varphi - 1) d\varphi = 2a^2 (\sin 2\varphi - \varphi) \Big|_0^{\pi/6} = \frac{3\sqrt{3} - \pi}{3} a^2$$

Пример 4. Вычислить площадь плоской фигуры, граница которой задана уравнением $(x - y)^2 + x^2 = a^2$ ($a < 0$). После простых алгебраических преобразований нетрудно видеть, что $|x| \leq a$, а y ограничен снизу и сверху линиями $y = x - \sqrt{a^2 - x^2}$ и $y = x + \sqrt{a^2 - x^2}$. Поэтому

$$S = \int_{-a}^a dx \int_{x-\sqrt{a^2-x^2}}^{x+\sqrt{a^2-x^2}} dy = 2 \int_{-a}^a \sqrt{a^2 - x^2} dx = 4 \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx.$$

Применяем тригонометрическую подстановку $x = a \sin t$ ($t \in [0; \frac{\pi}{2}]$) и получаем

$$S = 4a^2 \int_0^{\pi/2} \cos^2 t dt = 2a^2 \int_0^{\pi/2} (1 + \cos 2t) dt = 2a^2 \left(t + \frac{\sin 2t}{2} \right) \Big|_0^{\pi/2} = \pi a^2.$$

Пример 5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2}$,

где $D = \left\{ 0 \leq x \leq 2, \frac{x^2}{2} \leq y \leq x \right\}$.

$$\begin{aligned} \iint_D \frac{x dx dy}{x^2 + y^2} &= \int_0^2 x dx \int_{x^2/2}^x \frac{dy}{x^2 + y^2} = \int_0^2 x dx \left(\frac{1}{x} \operatorname{arctg} \frac{y}{x} \Big|_{x^2/2}^x \right) = \int_0^2 (\operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 0) dx = \\ &= \frac{\pi}{4} \int_0^2 dx - \int_0^2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} x \Big|_0^2 - 2 \left(\frac{x}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{x^2}{4} \right) \right) \Big|_0^2 = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \frac{\pi}{4} + \ln 2 = \ln 2 \end{aligned}$$

Пример 6. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $x + z = 4$, $z = 0$. Это объем цилиндриоида который вычисляется с помощью двойного интеграла $V = \iint_D (4 - x) dx dy$, где плоская область D ограничена двумя параболлами $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$ и прямой $x = 4$.

$$\begin{aligned}
 V &= \int_0^4 (4-x) dx \int_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} dy = \int_0^4 \left((4-x)y \Big|_{\sqrt{x}}^{2\sqrt{x}} \right) dx = \\
 &= \int_0^4 (4-x)\sqrt{x} dx = \left(4 \cdot \frac{2}{3} x^{3/2} - \frac{2}{5} x^{5/2} \right) \Big|_0^4 = \frac{128}{5}.
 \end{aligned}$$

Пример 7. Вычислить площадь части гиперболического параболоида (седловой поверхности) $z = xy$, расположенной внутри цилиндра $x^2 + y^2 \leq R^2$.

По общей формуле для площади поверхности $S = \iint_P d\sigma = \iint_D \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dx dy$, где $D = \{x^2 + y^2 \leq R^2\}$ (вид на поверхность сверху – круг, поэтому переходим к полярным координатам). $z'_x = y$, $z'_y = x$, и после подстановки в интеграл

$$\begin{aligned}
 S &= \iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} dx dy = \iint_{\rho < R} \rho \sqrt{1 + \rho^2} d\rho d\varphi = \\
 &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^R \sqrt{1 + \rho^2} \frac{1}{2} d(1 + \rho^2) = \frac{2\pi}{3} [(1 + R^2)^{3/2} - 1].
 \end{aligned}$$

Пример 8. Вычислить массу круглой пластины $D = \{x^2 + y^2 \leq 4\}$ с плотностью $\gamma = 3 - x - y$. По формуле для массы материальной плоской области

$$\begin{aligned}
 m &= \iint_D \gamma(x, y) dx dy = \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} (3 - x - y) dy = 3 \int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy - \int_{-2}^2 x dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} dy - \\
 &\int_{-2}^2 dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} y dy.
 \end{aligned}$$

Второй и третий интегралы равны нулю как интегралы от нечетных функций при симметричных пределах, а первый интеграл равен утроенной площади области интегрирования, то есть в целом масса равна 12π .

Пример 9. Вычислить момент инерции I_z относительно оси Oz тела с постоянной плотностью γ_o , ограниченного поверхностями $z = 2$ и $2z = x^2 + y^2$.

$$\begin{aligned}
 \text{Момент инерции равен } I_z &= \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz = \iiint_V \rho^3 d\rho d\varphi dz = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho^3 d\rho \int_{\rho^2/2}^2 dz = \\
 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \rho^3 d\rho \cdot z \Big|_{\rho^2/2}^2 &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 \left(2 - \frac{\rho^2}{2} \right) \rho^3 d\rho = \int_0^{2\pi} d\varphi \left(\frac{\rho^4}{2} - \frac{\rho^6}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{3} \pi.
 \end{aligned}$$

В а р и а н т 1.	5
В а р и а н т 11.	25
В а р и а н т 21.	45
В а р и а н т 31.	65
В а р и а н т 41.	85
В а р и а н т 51.	105
В а р и а н т 61.	125
В а р и а н т 71.	145
В а р и а н т 81.	165
В а р и а н т 91.	185
В а р и а н т 101.	205
В а р и а н т 111.	225

Вариант 1

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(1; -3)$, $C(1; 10)$.

$$1) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-5x+10}{5}}^{\frac{8x-42}{5}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^1 dx \int_{-3}^{10} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-5x-10}{5}}^{\frac{8x+42}{5}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-5x-10}{5}}^{\frac{8x+42}{5}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 4$,

$y = x^2 - 6x - 28$, $x = -2$, $x = 3$, является

$$1) 0 \quad 2) x^2 - 6x - 28 \quad 3) -25$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -x^2 - 4x - 4 \quad 6) -16$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-4; 1)$,

вырезанной прямой $y = x + 10$ является

$$1) 6 \quad 2) -\sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 3) x + 10$$

$$4) 1 - \sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 5) \sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 6) 1 + \sqrt{9 - 8x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x + 6$ и $y = -4x^2 + 8x + 54$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 3$ и $y = -2x^2 + 12x + 57$, $x = -5$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 4)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(5x - 6) - 3 \cos 2(5x - 6) + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(0; 7)$, $C(4; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 1

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(3; 5)$, $C(6; 5)$, $D(6; 1)$, если плотность $\gamma = 2x + 2y + 3$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 7; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x - 4y + z = -3$ и $-2x - 4y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -x \leq y \leq x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 2$, $z = 1$, $z = 5$, $y = 4 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(-2; 5)$, $C(0; 5)$, $D(0; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4y + 7$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 3y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -2)$, $B(3; 0)$, $C(6; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = -3$, $y = 5 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 0)$, $B(3; 2)$, $C(7; 3)$, $D(11; -5)$.

Вариант 2

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(4; 8)$, $C(-2; 14)$.

$$1) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{7}{6}x+20}^{\frac{-6}{6}x+72} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^4 dx \int_1^{14} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{7x-20}{6}}^{\frac{-6x-72}{6}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{7x+20}{6}}^{\frac{-6x+72}{6}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x$,

$y = x^2 - 7x - 24$, $x = -2$, $x = 3$, является

1) 6 2) $x^2 - 7x - 24$ 3) -24

4) $-x^2 - 5x$ 5) -18.75 6) Нет однозначного ответа

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(2; -1)$,

вырезанной прямой $y = x - 1$ является

1) $-1 + \sqrt{4x - x^2}$ 2) $-\sqrt{4x - x^2}$ 3) $\sqrt{4x - x^2}$

4) -3 5) $-1 - \sqrt{4x - x^2}$ 6) $x - 1$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x - 5$ и $y = -4x^2 - 11x + 187$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x + 3$ и $y = 2x^2 + 9x - 7$, $x = -1$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(3; -3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(4x - 6) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 6) + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(2; 2)$, $C(5; 2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -x\}.$$

Вариант 2

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(6; 4)$, $D(6; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{6x + 3}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(5; -1; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x + 2y - z = 2$ и $-x + 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -3 - x^2 - y^2 \leq z \leq -2 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 0$, $y = 3$, $z = -3$, $z = 1 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(1; 5)$, $C(3; 5)$, $D(3; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2x + 5$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 3y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 1)$, $B(5; 5)$, $C(5; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 3$, $y = 6 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(2; -1)$, $C(9; 1)$, $D(12; -6)$.

Вариант 3

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(7; 9)$, $C(14; 9)$, $D(7; 2)$.

$$1) \int_2^9 dy \int_{-2-y}^{5-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_2^9 dy \int_{-2+y}^{5+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_0^{14} dx \int_2^9 f(x, y) dy \quad 4) \int_0^{14} dx \int_{-2+x}^{5+x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x + 5$,

$y = x^2 - 9x - 45$, $x = -8$, $x = -6$, является

1) -55.75 2) Нет однозначного ответа 3) 13

4) 23 5) $x^2 - 9x - 45$ 6) $-x^2 - 9x + 5$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-4; 6)$,

вырезанной прямой $y = -x + 8$ является

1) $\sqrt{20 - 8x - x^2}$ 2) $-\sqrt{20 - 8x - x^2}$ 3) $6 - \sqrt{20 - 8x - x^2}$

4) 12 5) $6 + \sqrt{20 - 8x - x^2}$ 6) $8 - x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 5x - 5$ и $y = -3x^2 + 5x + 15$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 + 4x - 7$ и $y = -2x^2 + 4x - 6$, $x = -2$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(-1; 1)$, $C(3; -3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(6 - 5x) + 6 + 4 \sin 2(6 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(1; 3)$, $C(-1; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x\}.$$

Вариант 3

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 1)$, если плотность $\gamma = \frac{6y + 5}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 4; 0)$, $C(4; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - 2y + z = -1$ и $2x - 2y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -x, y \leq x, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 8 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 3$, $x = 10$, $z = 3$, $z = 12 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 7)$, $C(9; 7)$, $D(9; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 8$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 1)$, $B(5; 1)$, $C(7; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 1$, $y = -1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(0; 7)$, $C(-6; 4)$, $D(-9; -2)$.

Вариант 4

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(2; 6)$, $B(7; 6)$, $C(12; 1)$, $D(7; 1)$.

$$1) \int_2^{12} dx \int_{8-x}^{13-x} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^6 dy \int_{8+y}^{13+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_2^{12} dx \int_1^6 f(x, y) dy \quad 4) \int_1^6 dy \int_{8-y}^{13-y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 3$, $y = x^2 - 5x - 21$, $x = -6$, $x = -4$, является

$$1) -x^2 - 5x - 3 \quad 2) -21.75 \quad 3) x^2 - 5x - 21$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) 1 \quad 6) -9$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -3)$, вырезанной прямой $y = -x + 5$ является

$$1) \sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 2) -6 \quad 3) -3 + \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

$$4) -\sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 5) -3 - \sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 6) 5 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x - 4$ и $y = -4x^2 - 15x + 86$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x - 2$ и $y = -3x^2 + 18x + 68$, $x = -5$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(4; -4)$, $C(4; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos(6x - 3) + 3 \sin(6x - 3 - \frac{\pi}{2}) + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(2; 4)$, $C(-1; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 4

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = 0.06$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 9; 0)$, $B(9; 3; 0)$, $C(9; 9; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 2y - z = 3$ и $5x - 2y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -x, y \geq x, -3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = 10$, $x = 7$, $z = -1$, $z = 2 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(2; 1)$, $C(8; 1)$, $D(8; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 7$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -1)$, $B(-1; 0)$, $C(1; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x - 2y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = -1$, $y = -6 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(-3; 6)$, $C(-6; 3)$, $D(-7; -1)$.

Вариант 5

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(8; 4)$, $C(8; 10)$.

$$1) \int_2^8 dx \int_{-4-x}^{-6-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^8 dx \int_{-2}^{10} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^8 dx \int_{-4+x}^{-6+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^{10} dy \int_{\frac{6+y}{2}}^8 f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 3$,

$y = x^2 - 6x - 63$, $x = 7$, $x = 8$, является

- 1) -80 2) -15 3) Нет однозначного ответа
4) $x^2 - 6x - 63$ 5) $-x^2 - 4x - 3$ 6) -99

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-3; 6)$,

вырезанной прямой $y = -x - 2$ является

- 1) $6 + \sqrt{16 - 6x - x^2}$ 2) $-2 - x$ 3) $6 - \sqrt{16 - 6x - x^2}$
4) 11 5) $-\sqrt{16 - 6x - x^2}$ 6) $\sqrt{16 - 6x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x - 2$ и $y = -3x^2 - 4x + 10$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 2$ и $y = 3x^2 - 4x + 14$, $x = -7$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 5)$, $C(5; 5)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(2x) - 4e^{2x} - 4e^{-2x} + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(0; -8)$, $C(-2; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 5

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 5)$, $C(5; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x - 3y + z = 2$ и $x - 3y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $30x + 20y + 24z = 120$ и $16x + 12y + 12z = 48$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 4y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(0; 0)$, $C(1; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x - 3y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 2$, $y = 4$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-1; 0)$, $C(4; 1)$, $D(7; -7)$.

Вариант 6

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 6)$, $B(-4; 11)$, $C(1; 1)$.

$$1) \int_{-4}^{-4} dx \int_{2+x}^{3+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^{-4} dx \int_{\frac{2-x}{2}}^{3-2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^{-4} dx \int_1^{11} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{11} dy \int_{0-y}^{\frac{-1-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x - 2$,

$y = x^2 - 4x - 44$, $x = 8$, $x = 9$, является

1) -14 2) $-x^2 + 4x - 2$ 3) Нет однозначного ответа

4) -47 5) -34 6) $x^2 - 4x - 44$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-2; -4)$,

вырезанной прямой $y = -10 - x$ является

1) $-\sqrt{12 - 4x - x^2}$ 2) $\sqrt{12 - 4x - x^2}$ 3) $-4 - \sqrt{12 - 4x - x^2}$

4) $-10 - x$ 5) -8 6) $-4 + \sqrt{12 - 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x - 6$ и $y = -2x^2 + 4x + 39$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 + 3x + 4$ и $y = -4x^2 + 11x - 11$, $x = 2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(8; 2)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 8) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(3; -8)$, $C(0; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 6

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(6; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(4; -2; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 2y - z = 1$ и $-2x + 2y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x, -1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$4(z - 7)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $4(z + 5)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 4y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(0; 0)$, $C(0; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 12$, $y = -1$, $y = 3$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(-1; -1)$, $C(4; 2)$, $D(6; -3)$.

Вариант 7

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(6; -4)$, $C(6; 7)$.

$$1) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{-4}{10}x-16}^{\frac{7}{10}x+28} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{-4x-16}{10}}^{\frac{7x+28}{10}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{-4x+16}{10}}^{\frac{7x-28}{10}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^6 dx \int_{-4}^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 6x + 1$,

$y = x^2 - 4x - 11$, $x = -2$, $x = 0$, является

1) Нет однозначного ответа 2) -26 3) 1

4) $x^2 - 4x - 11$ 5) -15 6) $-x^2 + 6x + 1$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(2; -1)$,

вырезанной прямой $y = x - 8$ является

1) $-\sqrt{21 + 4x - x^2}$ 2) $-1 - \sqrt{21 + 4x - x^2}$ 3) -1

4) $\sqrt{21 + 4x - x^2}$ 5) $-8 + x$ 6) $-1 + \sqrt{21 + 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x - 3$ и $y = -4x^2 - 22x + 77$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 2x - 3$ и $y = -4x^2 - 8x + 9$, $x = -4$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(-1; 1)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(4x - 3) - 2 \cos 2(4x - 3) + 6) dx dy$. по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -4)$, $B(6; -2)$, $C(11; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq x\}$.

Вариант 7

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(6; 2)$, $C(6; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(5; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x - 5y + z = -3$ и $2x - 5y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, 1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 3 + x^2 + y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 20 - \frac{12}{3}\sqrt{x^2 + y^2}$

и $z = -4 + \frac{12}{3}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 2y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -1)$, $B(1; -1)$, $C(0; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 2$, $y = -2 + x$, $y = 16 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(-4; 9)$, $C(-9; 8)$, $D(-12; 2)$.

Вариант 8

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(3; 9)$, $C(-1; 15)$.

$$1) \int_{-1}^3 dx \int_0^{15} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^3 dx \int_{\frac{9x-9}{4}}^{\frac{-6x-54}{4}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^3 dx \int_{\frac{9x+9}{4}}^{\frac{-6x+54}{4}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^3 dx \int_{\frac{9}{4}x+9}^{\frac{-6}{4}x+54} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 11x + 2$,

$y = x^2 - 11x - 48$, $x = 4$, $x = 6$, является

1) $x^2 - 11x - 48$ 2) -88.75 3) -58

4) Нет однозначного ответа 5) $-x^2 - 11x + 2$ 6) -100

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-5; 6)$,

вырезанной прямой $y = x + 7$ является

1) $6 - \sqrt{-9 - 10x - x^2}$ 2) $-\sqrt{-9 - 10x - x^2}$ 3) 2

4) $\sqrt{-9 - 10x - x^2}$ 5) $x + 7$ 6) $6 + \sqrt{-9 - 10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x + 8$ и $y = -4x^2 - 27x + 38$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 - 3x + 6$ и $y = 4x^2 - 7x + 11$, $x = -7$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; -2)$, $C(2; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(2x - 5) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + 5) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(2; 1)$, $C(4; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x\}$.

Вариант 8

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(7; 1)$, $C(7; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 7; 0)$, $B(7; 2; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x + 2y - z = -2$ и $x + 2y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \sqrt{3}x, 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 7 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -1$, $z = 0$, $z = 2$, $y = 6 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -3)$, $B(1; -7)$, $C(1; -4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y - 2$, вырезанной плоскостями $y = 1$, $y = -5 + x$, $y = -3 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(-7; 8)$, $C(-14; 6)$, $D(-17; 2)$.

Вариант 9

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(3; 7)$, $C(8; 7)$, $D(3; 2)$.

$$1) \int_2^7 dy \int_{-4-y}^{1-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-2}^8 dx \int_{-4+x}^{1+x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^8 dx \int_2^7 f(x, y) dy \quad 4) \int_2^7 dy \int_{-4+y}^{1+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 5$,

$y = x^2 - 4x - 55$, $x = -4$, $x = 5$, является

$$1) 2 \quad 2) -3 \quad 3) \text{ Нет однозначного ответа}$$

$$4) -30 \quad 5) x^2 - 4x - 55 \quad 6) -x^2 - 2x + 5$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(4; -4)$,

вырезанной прямой $x = y + 5$ является

$$1) 4 + \sqrt{-7 - 8x - x^2} \quad 2) 4 - \sqrt{-7 - 8x - x^2} \quad 3) 7$$

$$4) y + 5 \quad 5) \sqrt{-7 - 8y - y^2} \quad 6) -\sqrt{-7 - 8y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 2$

и $y = -2x^2 - 13x + 50$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 - 3x - 3$ и $y = -4x^2 - 4x - 1$, $x = -5$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 8)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2 \cos 2(5 - 4x) + 3 + 4 \sin 2(5 - 4x)) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(-5; 7)$, $B(5; 7)$, $C(0; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -x\}$.

Вариант 9

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 4)$, $B(3; 7)$, $C(9; 7)$, $D(9; 4)$, если плотность $\gamma = 4x + 6y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $x + y + z = -1$ и $x + y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = -2$, $y = 4$, $z = 1$, $z = 4 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(2; 1)$, $C(4; 1)$, $D(4; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 4y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(3; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (2x + 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = -1$, $y = 2 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(0; 2)$, $C(3; 3)$, $D(6; -5)$.

Вариант 10

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-4; 4)$, $B(4; 4)$, $C(12; -4)$, $D(4; -4)$.

$$1) \int_{-4}^4 dy \int_{0+y}^{8+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-4}^4 dy \int_{-4}^{8-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-4}^{12} dx \int_{0-x}^{8-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^{12} dx \int_{-4}^4 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 2$,

$y = x^2 - 6x - 34$, $x = -3$, $x = 3$, является

$$1) 7 \quad 2) -29 \quad 3) x^2 - 6x - 34$$

$$4) -x^2 - 6x - 2 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -29$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(4; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 3$ является

$$1) 4 - \sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 2) y - 3 \quad 3) \sqrt{21 + 4y - y^2}$$

$$4) -1 \quad 5) -\sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 6) 4 + \sqrt{21 + 4y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 6$ и $y = -4x^2 - 21x + 186$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 7$ и $y = -3x^2 + 16x + 97$, $x = -4$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(2; -3)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos(5x - 4) + 3 \sin(5x - 4 - \frac{\pi}{2}) + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(9; 1)$, $C(5; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 10

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(5; 6)$, $D(5; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(1; -3; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + 3y - z = -2$ и $-3x + 3y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 3$, $x = 4$, $z = -2$, $z = 5 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(-1; 5)$, $C(0; 5)$, $D(0; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -3)$, $B(1; 1)$, $C(1; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 4$, $y = 1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-2; 3)$, $C(2; 4)$, $D(6; -4)$.

Вариант 11

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(6; 8)$, $C(6; 14)$.

$$1) \int_0^6 dx \int_{2+x}^{2+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{14} dy \int_{\frac{-2+y}{2}}^{-2+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_0^6 dx \int_{2-x}^{2-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^6 dx \int_2^{14} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 1$,

$y = x^2 - 8x - 71$, $x = -8$, $x = -6$, является

$$1) x^2 - 8x - 71 \quad 2) -13 \quad 3) -x^2 - 4x - 1$$

$$4) -33 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -13$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(4; 5)$,

вырезанной прямой $x = -y + 11$ является

$$1) \sqrt{-21 + 10y - y^2} \quad 2) -\sqrt{-21 + 10y - y^2} \quad 3) 6$$

$$4) 4 + \sqrt{-21 + 10y - y^2} \quad 5) 11 - y \quad 6) 4 - \sqrt{-21 + 10y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x + 4$ и $y = -3x^2 - 12x + 60$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3x^2 - 5x + 2$ и $y = 2x^2 - 13x - 10$, $x = -9$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(6x) - 4e^{6x} - 4e^{-6x} + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -5)$, $B(7; -7)$, $C(3; -7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 11

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 5; 0)$, $C(5; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x + 3y + z = 2$ и $5x + 3y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, 2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 4 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 4$, $x = 4$, $z = 2$, $z = 4 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 2)$, $C(5; 2)$, $D(5; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 4y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 1)$, $B(7; 1)$, $C(8; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 4$, $y = 6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(-2; 4)$, $C(-6; 3)$, $D(-7; -1)$.

Вариант 12

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 6)$, $B(1; 10)$, $C(5; 2)$.

$$1) \int_1^5 dx \int_{7+x}^{12+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^5 dx \int_1^{10} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^5 dx \int_{7-x}^{12-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^{10} dy \int_{-3-y}^{\frac{-8-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x - 4$,

$y = x^2 - 7x - 22$, $x = -5$, $x = -4$, является

$$1) 8 \quad 2) -40.75 \quad 3) x^2 - 7x - 22$$

$$4) 6 \quad 5) -x^2 - 7x - 4 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(3; 3)$,

вырезанной прямой $x = -y + 9$ является

$$1) -\sqrt{6y - y^2} \quad 2) 9 - y \quad 3) 3 - \sqrt{6y - y^2}$$

$$4) 3 \quad 5) \sqrt{6y - y^2} \quad 6) 3 + \sqrt{6y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x + 3$ и $y = -2x^2 - 1x + 51$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 + 5x - 2$ и $y = -2x^2 - 2x - 12$, $x = -7$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(0; 0)$, $C(0; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(3x) + 4e^{-3x} - 4e^{-3x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(2; -7)$, $C(0; -7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 12

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 7)$, $C(4; 7)$, $D(4; 3)$, если плотность $\gamma = 0.03$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 8; 0)$, $B(8; 2; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x - 2y - z = 3$ и $4x - 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $48x + 56y + 42z = 336$ и $12x + 12y + 9z = 36$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(1; 1)$, $C(4; 1)$, $D(4; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4y + 3$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 3y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -1)$, $B(3; 2)$, $C(5; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x - 2y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 7$, $y = 1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(-3; 5)$, $C(-9; 3)$, $D(-10; 0)$.

Вариант 13

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(0; -7)$, $C(0; 4)$.

$$1) \int_{-4}^0 dx \int_{-7}^4 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-7}{4}x-28}^{\frac{4}{4}x+16} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-7x+28}{4}}^{\frac{4x-16}{4}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-7x-28}{4}}^{\frac{4x+16}{4}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x + 3$,

$y = x^2 - 5x - 47$, $x = 6$, $x = 9$, является

$$1) -x^2 - 5x + 3 \quad 2) x^2 - 5x - 47 \quad 3) -63$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -123 \quad 6) -15.75$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(2; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 6$ является

$$1) 6 - y \quad 2) 2 - \sqrt{-32 + 12y - y^2} \quad 3) \sqrt{-32 + 12y - y^2}$$

$$4) -\sqrt{-32 + 12y - y^2} \quad 5) 2 + \sqrt{-32 + 12y - y^2} \quad 6) 2$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x - 7$ и $y = -3x^2 + 24x + 119$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 5$ и $y = -2x^2 + 28x - 5$, $x = -1$, $x = 9$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(4x - 5) - 2 \cos 2(4x - 5) + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-2; 5)$, $C(0; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 13

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 4)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x - 5y + z = 3$ и $-2x - 5y + z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$36(z - 9)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $36(z + 3)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$,

$B(-3; -1)$, $C(0; -1)$, $D(0; -3)$ распределена масса с плотностью

$\gamma = 2x + 4$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(0; -1)$, $C(1; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x - 3y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 3y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 1$, $y = 3$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального

четырёхугольника с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(1; 1)$, $C(8; 4)$,

$D(12; -3)$.

Вариант 14

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(7; 5)$, $C(-3; 12)$.

$$1) \int_{-3}^7 dx \int_2^{12} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^7 dx \int_{\frac{3x+29}{10}}^{\frac{-7x+99}{10}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^7 dx \int_{\frac{3}{10}x+29}^{\frac{-7}{10}x+99} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^7 dx \int_{\frac{3x-29}{10}}^{\frac{-7x-99}{10}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 2$,

$y = x^2 - 8x - 34$, $x = 7$, $x = 10$, является

1) Нет однозначного ответа 2) -1 3) -118

4) -61 5) $-x^2 - 2x + 2$ 6) $x^2 - 8x - 34$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(1; -3)$,

вырезанной прямой $y = x + 2$ является

1) $-\sqrt{35 + 2x - x^2}$ 2) $-3 - \sqrt{35 + 2x - x^2}$ 3) $x + 2$

4) $-3 + \sqrt{35 + 2x - x^2}$ 5) 3 6) $\sqrt{35 + 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x + 2$ и $y = -4x^2 - 47x - 40$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 7$ и $y = 2x^2 + 3x + 19$, $x = -5$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(0; -3)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(3x - 2) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 3x + 2) + 1) dx dy$. по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; 1)$, $B(-3; 7)$, $C(-1; 7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\}.$$

Вариант 14

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(6; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(2; -3; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x - y - z = -1$ и $-2x - y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = -2 - \frac{3}{5}\sqrt{x^2 + y^2}$

и $z = -8 + \frac{3}{5}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 2)$, $D(1; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 1)$, $B(5; -2)$, $C(5; -4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = -3x + 4y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 14$, $y = -3$, $y = 2$,

$y = -7 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(3; 4)$, $C(10; 6)$, $D(13; 0)$.

Вариант 15

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(6; 6)$, $C(11; 6)$, $D(6; 1)$.

$$1) \int_1^{11} dx \int_1^6 f(x, y) dy \quad 2) \int_1^6 dy \int_{0-y}^{5-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^{11} dx \int_{0+x}^{5+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^6 dy \int_{0+y}^{5+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 1$,

$y = x^2 - 10x - 5$, $x = -2$, $x = 0$, является

$$1) -26 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) 1$$

$$4) x^2 - 10x - 5 \quad 5) 9 \quad 6) -x^2 - 6x + 1$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-2; -5)$,

вырезанной прямой $y = x + 2$ является

$$1) -\sqrt{21 - 4x - x^2} \quad 2) -5 - \sqrt{21 - 4x - x^2} \quad 3) -10$$

$$4) x + 2 \quad 5) -5 + \sqrt{21 - 4x - x^2} \quad 6) \sqrt{21 - 4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x - 5$ и $y = -3x^2 - 2x + 37$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 + 5x - 3$ и $y = -2x^2 + 6x - 1$, $x = -4$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(2 - 6x) + 3 + 8 \sin 2(2 - 6x)) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(2; 2)$, $C(-1; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 15

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(6; 1)$, $C(6; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 6; 0)$, $C(6; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x + y + z = -1$ и $-2x + y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -x \leq y \leq \sqrt{3}x, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 8 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$,

$y = -2$, $z = 2$, $z = 6$, $y = 1 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(1; 1)$, $C(4; 1)$, $D(4; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 9$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 3)$, $B(5; 3)$, $C(4; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x - 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 3y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 4$, $y = 1 + x$, $y = 13 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-6; 4)$, $C(-11; 3)$, $D(-13; -1)$.

Вариант 16

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 10)$, $B(8; 10)$, $C(18; 0)$, $D(8; 0)$.

$$1) \int_0^{10} dy \int_{8-y}^{18-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-2}^{18} dx \int_0^{10} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^{18} dx \int_{8-x}^{18-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^{10} dy \int_{8+y}^{18+y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x + 5$,

$y = x^2 - 11x - 65$, $x = 6$, $x = 8$, является

1) -115 2) $x^2 - 11x - 65$ 3) Нет однозначного ответа
4) $-x^2 - 7x + 5$ 5) -31.75 6) -73

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(5; 4)$,

вырезанной прямой $y = -x + 14$ является

1) $4 - \sqrt{10x - x^2}$ 2) $\sqrt{10x - x^2}$ 3) 9
4) $4 + \sqrt{10x - x^2}$ 5) $14 - x$ 6) $-\sqrt{10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 4$ и $y = -4x^2 - 19x + 109$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 + 2x + 4$ и $y = -2x^2 - 10x + 94$, $x = -7$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; -5)$, $C(5; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos(2x - 6) + 2 \sin(2x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 8) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(9; 2)$, $C(3; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -x \leq y \leq x\}$.

Вариант 16

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(3; 2)$, $C(3; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 6; 0)$, $B(6; 3; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x + 2y - z = 3$ и $-x + 2y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$,

$y = -2$, $y = 0$, $z = 0$, $z = -1 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 2y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 1)$, $B(5; -1)$, $C(5; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 6$, $y = -8 + x$, $y = 10 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-4; 4)$, $C(-11; 2)$, $D(-13; -3)$.

Вариант 17

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(7; 9)$, $C(7; 18)$.

$$1) \int_{-2}^7 dx \int_{2-x}^{4-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^{18} dy \int_{\frac{-4+y}{2}}^{-2+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-2}^7 dx \int_0^{18} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^7 dx \int_{2+x}^{4+2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3x + 1$,

$y = x^2 - 5x - 23$, $x = -1$, $x = 5$, является

$$1) -9 \quad 2) -3 \quad 3) -x^2 + 3x + 1$$

$$4) -5.75 \quad 5) x^2 - 5x - 23 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-2; 5)$,

вырезанной прямой $y = -x + 5$ является

$$1) \sqrt{4x - x^2} \quad 2) 5 + \sqrt{4x - x^2} \quad 3) 3$$

$$4) -\sqrt{4x - x^2} \quad 5) 5 - x \quad 6) 5 - \sqrt{4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 8$ и $y = -2x^2 - 20x + 98$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 + 3x + 3$ и $y = 4x^2 - 4x - 7$, $x = -6$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(3x) - 2e^{3x} - 2e^{-3x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -5)$, $B(3; -7)$,

$C(-1; -7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 17

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 8)$, $C(5; 8)$, $D(5; 3)$, если плотность $\gamma = 6x + 4y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $3x - 3y + z = -2$ и $3x - 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \sqrt{3}x, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = -1$, $x = 4$, $z = 0$, $z = 3 - y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -2)$, $B(6; 1)$, $C(8; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y - 3$, вырезанной плоскостями $x = -2$, $y = 3$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(3; 2)$, $C(9; 3)$, $D(11; -2)$.

Вариант 18

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 10)$, $B(-2; 18)$, $C(6; 2)$.

$$1) \int_{-2}^6 dx \int_2^{18} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^6 dx \int_{8-x}^{14-2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^{18} dy \int_{-4-y}^{\frac{-10-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^6 dx \int_{8+x}^{14+2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 8x - 5$,

$y = x^2 - 4x - 19$, $x = 0$, $x = 6$, является

$$1) x^2 - 4x - 19 \quad 2) -x^2 + 8x - 5 \quad 3) -5$$

$$4) 7 \quad 5) -53 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-5; -4)$,

вырезанной прямой $y = -x - 14$ является

$$1) -4 - \sqrt{10x - x^2} \quad 2) -4 + \sqrt{10x - x^2} \quad 3) 1$$

$$4) \sqrt{10x - x^2} \quad 5) -\sqrt{10x - x^2} \quad 6) -14 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x + 4$ и $y = -3x^2 - 4x + 129$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 + 4x - 8$ и $y = -4x^2 + 7x + 2$, $x = -3$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(8; 3)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(2x) + 4e^{-2x} - 4e^{-2x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -5)$, $B(2; -10)$, $C(-1; -10)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -x, y \leq x\}$.

Вариант 18

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 5}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(6; 2; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x - 2y - z = 3$ и $-3x - 2y - z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \sqrt{3}x, -3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 5$, $x = 8$, $z = 0$, $z = 0 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -1)$, $B(2; 3)$, $C(2; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x + 2y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 2y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 6$, $y = -3$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(4; 3)$, $C(8; 5)$, $D(12; -3)$.

Вариант 19

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(8; -5)$, $C(8; 7)$.

$$1) \int_{-1}^8 dx \int_{-5}^7 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^8 dx \int_{\frac{-6x-3}{9}}^{\frac{6x-15}{9}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^8 dx \int_{\frac{-6}{9}x+3}^{\frac{6}{9}x+15} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^8 dx \int_{\frac{-6x+3}{9}}^{\frac{6x+15}{9}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 2$,

$y = x^2 - 10x - 14$, $x = -4$, $x = -3$, является

- 1) $x^2 - 10x - 14$ 2) Нет однозначного ответа 3) -50
4) 14 5) $-x^2 - 8x - 2$ 6) 13

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(4; -5)$,

вырезанной прямой $y = -5 - x$ является

- 1) $-5 - \sqrt{8x - x^2}$ 2) $-5 + \sqrt{8x - x^2}$ 3) -9
4) $-5 - x$ 5) $-\sqrt{8x - x^2}$ 6) $\sqrt{8x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 3x + 7$ и $y = -3x^2 + 9x + 19$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x - 2$ и $y = -3x^2 + 21x + 28$, $x = -2$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -4)$, $B(-1; 1)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(6x - 5) - 3 \cos 2(6x - 5) + 7) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(3; 5)$, $C(5; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -x, y \geq x\}.$$

Вариант 19

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 5; 0)$, $C(5; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 5y + z = -1$ и $-3x - 5y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x, 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $16x + 24y + 24z = 96$ и $9x + 12y + 12z = 36$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 8$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 1)$, $B(7; 1)$, $C(9; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x + 4y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = -2$, $y = -1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-4; 5)$, $C(-8; 3)$, $D(-11; -1)$.

Вариант 20

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(6; 8)$, $C(-4; 16)$.

$$1) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{9x+26}{10}}^{\frac{-8x+128}{10}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{9x-26}{10}}^{\frac{-8x-128}{10}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{9}{10}x+26}^{\frac{-8}{10}x+128} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^6 dx \int_{-1}^{16} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 2$,

$y = x^2 - 8x - 38$, $x = -8$, $x = -5$, является

$$1) -25 \quad 2) -14 \quad 3) 7$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -x^2 - 6x + 2 \quad 6) x^2 - 8x - 38$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-4; 4)$,

вырезанной прямой $y = x + 4$ является

$$1) +4 + x \quad 2) -\sqrt{8x - x^2} \quad 3) 4 - \sqrt{8x - x^2}$$

$$4) 4 + \sqrt{8x - x^2} \quad 5) \sqrt{8x - x^2} \quad 6) 4$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 5$ и $y = -4x^2 + 23x + 89$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x - 8$ и $y = 2x^2 - 11x - 16$, $x = -7$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(2; -2)$, $C(2; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(6x - 4) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 6x + 4) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(1; 5)$, $C(6; 5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 20

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 5)$, $C(4; 5)$, $D(4; 3)$, если плотность $\gamma = 0.05$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; 2; 0)$, $B(2; -3; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $4x + 2y - z = 1$ и $4x + 2y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $9(z - 19)^2 = 144(x^2 + y^2)$, и $9(z + 5)^2 = 144(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 0)$, $D(0; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(4; 8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x - 3y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 1$, $y = -3 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(-3; 9)$, $C(-9; 8)$, $D(-10; 3)$.

Вариант 21

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(2; -3)$, $B(7; 2)$, $C(12; 2)$, $D(7; -3)$.

$$1) \int_2^{12} dx \int_{-3}^2 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^2 dy \int_{5+y}^{10+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_2^{12} dx \int_{5+x}^{10+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^2 dy \int_{5-y}^{10-y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x - 1$,

$y = x^2 - 8x - 15$, $x = 8$, $x = 9$, является

$$1) -13 \quad 2) x^2 - 8x - 15 \quad 3) -46$$

$$4) -33 \quad 5) -x^2 + 4x - 1 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-5; -4)$,

вырезанной прямой $y = x - 3$ является

$$1) \sqrt{-9 - 10x - x^2} \quad 2) -4 - \sqrt{-9 - 10x - x^2} \quad 3) -\sqrt{-9 - 10x - x^2}$$

$$4) x - 3 \quad 5) -8 \quad 6) -4 + \sqrt{-9 - 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 4x - 7$

и $y = -2x^2 - 4x + 118$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 + 3x + 6$ и $y = -2x^2 + 4x + 12$, $x = -5$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos(4x - 2) + 3 \sin(4x - 2 - \frac{\pi}{2}) + 4) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(9; -1)$, $C(3; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 21

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(4; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной

плоскостями $4x + 2y + z = 2$ и $4x + 2y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x, 1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 20 - \frac{12}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$

и $z = -4 + \frac{12}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(2; 2)$, $D(2; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить

момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(-1; 1)$, $C(2; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x - 2y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = 2x - 2y + 3$, вырезанной плоскостями $x = -3$, $y = -2$, $y = 2$, $y = 3 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального

четырёхугольника с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(2; 3)$,

$D(4; -4)$.

Вариант 22

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 7)$, $B(3; 7)$, $C(8; 2)$, $D(3; 2)$.

$$1) \int_2^7 dy \int_{5+y}^{10+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_2^7 dy \int_{5-y}^{10-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-2}^8 dx \int_2^7 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^8 dx \int_{5-x}^{10-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 1$,

$y = x^2 - 7x - 49$, $x = 7$, $x = 10$, является

$$1) x^2 - 7x - 49 \quad 2) -x^2 - 3x - 1 \quad 3) -7.75$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -131 \quad 6) -71$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-2; -4)$,

вырезанной прямой $x = y - 2$ является

$$1) -2 - \sqrt{8x - x^2} \quad 2) y - 2 \quad 3) -2 + \sqrt{8x - x^2}$$

$$4) 2 \quad 5) -\sqrt{8y - y^2} \quad 6) \sqrt{8y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x - 3$ и $y = -2x^2 - 17x + 17$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x - 8$ и $y = -4x^2 + 2x + 104$, $x = -5$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(4; -1)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(5x) - 3e^{5x} - 3e^{-5x} + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -4)$, $B(6; -8)$, $C(1; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 22

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 5)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(9; 3; 0)$, $C(9; 9; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x - y - z = 1$ и $-2x - y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = -2$, $z = -2$, $z = 4$, $y = 2 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(0; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -2)$, $B(7; -6)$, $C(7; -8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x - 4y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = -3x - 4y - 3$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = -1$, $y = 2$,

$y = -2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -4)$, $B(5; -1)$, $C(10; 1)$, $D(13; -3)$.

Вариант 23

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(8; 10)$, $C(8; 19)$.

$$1) \int_1^{19} dy \int_{\frac{-3+y}{2}}^{8} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-1}^8 dx \int_{2+x}^{3+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^8 dx \int_1^{19} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^8 dx \int_{2-x}^{3-2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 4$,

$y = x^2 - 4x - 34$, $x = -6$, $x = -4$, является

$$1) x^2 - 4x - 34 \quad 2) -x^2 - 8x - 4 \quad 3) 12$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -52 \quad 6) 8$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-5; -5)$,

вырезанной прямой $y = x + 5$ является

$$1) -\sqrt{10y - y^2} \quad 2) -10 \quad 3) y - 5$$

$$4) -5 + \sqrt{10y - y^2} \quad 5) -5 - \sqrt{10y - y^2} \quad 6) \sqrt{10y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x + 3$ и $y = -4x^2 - 45x - 32$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x - 7$ и $y = 3x^2 + 9x - 1$, $x = -2$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(3x) + 2e^{-3x} - 2e^{-3x} + 8) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(11; -4)$, $C(6; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 23

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(5; 6)$,

если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -3; 0)$ и ограниченной

плоскостями $-3x - 3y + z = -1$ и $-3x - 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 9 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -1$, $y = 3$, $z = 1$, $z = 8 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(-1; 6)$, $C(1; 6)$, $D(1; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 6$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 2)$, $B(1; 2)$, $C(-1; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $y = -3$, $y = 1 + x$, $y = -3 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-5; 6)$, $C(-10; 4)$, $D(-13; -2)$.

Вариант 24

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 8)$, $C(6; -4)$.

$$1) \int_0^6 dx \int_{2-x}^{8-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^8 dy \int_{\frac{-16-y}{2}}^{-10-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_0^8 dy \int_{2+x}^{8+2x} f(x, y) dx \quad 4) \int_0^6 dx \int_{-4}^8 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x + 2$,

$y = x^2 - 4x - 48$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) x^2 - 4x - 48 \quad 2) -58 \quad 3) -30$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -10 \quad 6) -x^2 - 4x + 2$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(2; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 11$ является

$$1) 11 - y \quad 2) \sqrt{-27 - 12y - y^2} \quad 3) 2 - \sqrt{-27 - 12y - y^2}$$

$$4) 2 + \sqrt{-27 - 12y - y^2} \quad 5) 5 \quad 6) -\sqrt{-27 - 12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 5$ и $y = -2x^2 + 10x + 55$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 3x + 4$ и $y = -3x^2 + 8x$, $x = -2$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(6; -6)$, $C(6; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(4x - 6) - 3 \cos 2(4x - 6) + 4) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(0; 5)$, $C(2; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 24

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(5; 1)$, $C(5; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; 1; 0)$, $B(1; -2; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x + 2y - z = 1$ и $4x + 2y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $x = 4$, $z = 3$, $z = 7 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$,

$C(7; 4)$, $D(7; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 4$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 4y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 2)$, $B(2; -2)$, $C(2; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 3$, вырезанной плоскостями $y = 2$, $y = -8 + x$, $y = 6 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(-7; 7)$, $C(-13; 4)$, $D(-16; -2)$.

Вариант 25

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(5; -5)$, $C(5; 6)$.

$$1) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-4x+15}{7}}^{\frac{7x-7}{7}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^5 dx \int_{-5}^6 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-4}{7}x-15}^{\frac{7}{7}x+7} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-4x-15}{7}}^{\frac{7x+7}{7}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3x + 3$,

$y = x^2 - 5x - 21$, $x = -1$, $x = 5$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) -1 3) -7
 4) -3.75 5) $x^2 - 5x - 21$ 6) $-x^2 + 3x + 3$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; -3)$,

вырезанной прямой $x = -y - 2$ является

- 1) $-2 + \sqrt{6y - y^2}$ 2) $-2 - \sqrt{6y - y^2}$ 3) $\sqrt{6y - y^2}$
 4) $-2 - y$ 5) $-\sqrt{6y - y^2}$ 6) -2

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 6$ и $y = -4x^2 - 33x - 24$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x + 5$ и $y = -2x^2 + 13x + 25$, $x = -4$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 6)$, $C(6; 6)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \sin(2x - 4) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + 4) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(4; 3)$, $C(10; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -x, y \leq x\}.$$

Вариант 25

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 7)$, $C(8; 7)$, $D(8; 2)$, если плотность $\gamma = 4x + 6y + 3$.
10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 6; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 3y + z = 3$ и $-3x - 3y + z = 7$.
11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :
 $\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq -1 + x^2 + y^2\}$.
12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 4$, $x = 5$, $z = -3$, $z = -6 + y$.
13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 8$. Определить абсциссу центра масс.
14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 3y + 2) dl$, где L - ломаная ABC , $A(3; -1)$, $B(7; 3)$, $C(8; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 4$, $y = 12 - x$.
16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(-2; 4)$, $C(5; 6)$, $D(9; 0)$.

Вариант 26

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(11; 6)$, $C(1; 14)$.

$$1) \int_1^{11} dx \int_{\frac{6}{10}x-6}^{\frac{-8}{10}x+148} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{11} dx \int_{\frac{6x+6}{10}}^{\frac{-8x-148}{10}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{11} dx \int_{\frac{6x-6}{10}}^{\frac{-8x+148}{10}} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{11} dx \int_0^{14} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 10x + 3$,

$y = x^2 - 6x - 27$, $x = -4$, $x = 2$, является

$$1) -72 \quad 2) -x^2 - 10x + 3 \quad 3) -21$$

$$4) x^2 - 6x - 27 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) 27$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(1; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 5$ является

$$1) 1 \quad 2) 1 - \sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 3) \sqrt{-32 - 12y - y^2}$$

$$4) 1 + \sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 5) 5 - y \quad 6) -\sqrt{-32 - 12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x - 3$ и $y = -3x^2 - 45x - 63$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 - 4x - 6$ и $y = 4x^2 - 4x - 5$, $x = -2$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(8; 2)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(3 - 6x) + 7 + 8 \sin 2(3 - 6x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(0; 2)$, $C(-2; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 26

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{6x + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(6; 1; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x - 4y - z = 1$ и $4x - 4y - z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -x, y \geq \sqrt{3}x, 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 8 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $24x + 24y + 36z = 144$ и $4x + 3y + 12z = 12$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 5)$, $C(7; 5)$, $D(7; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 8$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 2y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 1)$, $B(5; 5)$, $C(5; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 1$, $y = 5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(2; 0)$, $C(6; 3)$, $D(9; -5)$.

Вариант 27

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(2; 1)$, $C(6; 1)$, $D(2; -3)$.

$$1) \int_{-3}^1 dy \int_{1+y}^{5+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-2}^6 dx \int_{-3}^1 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^6 dx \int_{1+x}^{5+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^1 dy \int_{1-y}^{5-y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 4$,

$y = x^2 - 9x - 40$, $x = -7$, $x = -4$, является

- 1) $-x^2 - 3x - 4$ 2) $x^2 - 9x - 40$ 3) -10.75
 4) -32 5) -8 6) Нет однозначного ответа

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-1; -1)$,

вырезанной прямой $y = x + 2$ является

- 1) $x + 2$ 2) $\sqrt{3 - 2x - x^2}$ 3) $-1 - \sqrt{3 - 2x - x^2}$
 4) 1 5) $-\sqrt{3 - 2x - x^2}$ 6) $-1 + \sqrt{3 - 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 5$ и $y = -4x^2 + 30x + 5$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 + 2x + 6$ и $y = -4x^2 - 3x + 2$, $x = -6$, $x = 1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos(4x - 2) + 2 \sin(4x - 2 - \frac{\pi}{2}) + 14) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-4; -3)$, $B(0; 2)$, $C(-2; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 27

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 7; 0)$, $C(7; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $x + 2y + z = -3$ и $x + 2y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$16(z + 0)^2 = 9(x^2 + y^2)$, и $16(z + 6)^2 = 9(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -3)$, $B(5; -3)$, $C(7; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (2x + 3y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 8$, $y = 1$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(-1; 7)$, $C(-5; 6)$, $D(-6; 1)$.

Вариант 28

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(2; 8)$, $B(11; 8)$, $C(20; -1)$, $D(11; -1)$.

$$1) \int_2^{20} dx \int_{-1}^8 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^8 dy \int_2^{19+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-1}^8 dy \int_{10-y}^{19-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_2^{20} dx \int_{10-x}^{19-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 1$,

$y = x^2 - 8x - 51$, $x = -7$, $x = -6$, является

$$1) 11 \quad 2) 6 \quad 3) \text{ Нет однозначного ответа}$$

$$4) -49 \quad 5) x^2 - 8x - 51 \quad 6) -x^2 - 8x - 1$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-5; -1)$,

вырезанной прямой $y = x + 8$ является

$$1) -1 - \sqrt{-9 - 10x - x^2} \quad 2) x + 8 \quad 3) -1 + \sqrt{-9 - 10x - x^2}$$

$$4) -5 \quad 5) -\sqrt{-9 - 10x - x^2} \quad 6) \sqrt{-9 - 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 4$ и $y = -4x^2 - 9x + 22$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x + 8$ и $y = -3x^2 + 8x + 20$, $x = -3$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(6; -6)$, $C(6; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(2x) - 4e^{2x} - 4e^{-2x} + 14) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -5)$, $B(8; -8)$, $C(2; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\left\{ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 28

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 0.04$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -1; 0)$, $B(-1; -3; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 2y - z = -2$ и $-2x + 2y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 14 - \frac{9}{3}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -4 + \frac{9}{3}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 3)$, $B(-2; 6)$, $C(0; 8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x + 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 5$, $y = -2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(-1; 5)$, $C(-5; 2)$, $D(-8; -1)$.

Вариант 29

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(9; 9)$, $C(9; 17)$.

$$1) \int_1^9 dx \int_{0-x}^{-1-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{17} dy \int_{\frac{1+y}{2}}^{0+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^9 dx \int_{0+x}^{-1+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^9 dx \int_1^{17} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x + 4$,

$y = x^2 - 10x - 4$, $x = 5$, $x = 7$, является

- 1) $-x^2 - 4x + 4$ 2) $x^2 - 10x - 4$ 3) Нет однозначного ответа
4) -41 5) -73 6) -8

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(1; -1)$, вырезанной прямой $y = -x + 5$ является

- 1) $-1 + \sqrt{24 + 2x - x^2}$ 2) 4 3) $-\sqrt{24 + 2x - x^2}$
4) $\sqrt{24 + 2x - x^2}$ 5) $-1 - \sqrt{24 + 2x - x^2}$ 6) $5 - x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x - 2$ и $y = -2x^2 + 22x - 2$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 8$ и $y = 3x^2 - 11x - 2$, $x = -7$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(6; -2)$, $C(2; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\}.$$

Вариант 29

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 6)$, $C(7; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 4; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями

$5x - 5y + z = 3$ и $5x - 5y + z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \sqrt{3}x, 2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = -2$, $z = -3$, $z = 3$, $y = -2 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 2)$, $B(7; -2)$, $C(9; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-4x - 3y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 3y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 2$, $y = 4$, $y = 10 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(0; 5)$, $C(7; 6)$, $D(9; -1)$.

Вариант 30

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 6)$, $B(0; 14)$, $C(8; -2)$.

$$1) \int_{-2}^{14} dy \int_{\frac{-18-y}{2}}^{\frac{14-2x}{8}} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^8 dx \int_{\frac{6-x}{8}}^{\frac{14}{14}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^8 dx \int_{6+x}^{14+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^8 dx \int_{-2}^{14} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x + 1$,

$y = x^2 - 5x - 29$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) -x^2 - 9x + 1 \quad 2) -89 \quad 3) x^2 - 5x - 29$$

$$4) -51 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -59.75$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(3; 2)$,

вырезанной прямой $y = -x + 10$ является

$$1) \sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 2) 2 - \sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 3) -3$$

$$4) 2 + \sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 5) -\sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 6) 10 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x + 3$ и $y = -4x^2 + 27x + 43$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 - 5x + 4$ и $y = -4x^2 - 6x + 6$, $x = -5$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(9; 3)$, $C(9; 9)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(6x - 4) - 2 \cos 2(6x - 4) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -5)$, $B(4; -3)$, $C(8; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 30

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(6; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(7; 1; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x - 4y - z = 1$ и $-3x - 4y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq x, 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 8 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = -3$, $y = 3$, $z = -1$, $z = 7 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 5)$, $C(2; 5)$, $D(2; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 2)$, $B(6; -2)$, $C(6; -5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x + 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = 3x + 4y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 13$, $y = -3$, $y = 2$,

$y = -6 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 1)$, $B(-2; 3)$, $C(5; 5)$, $D(8; -2)$.

Вариант 31

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; -3)$, $B(8; -9)$, $C(8; 1)$.

$$1) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6}{6}x-6}^{\frac{4}{6}x-26} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6x+6}{6}}^{\frac{4x+26}{6}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6x-6}{6}}^{\frac{4x-26}{6}} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^8 dx \int_{-9}^1 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2x$,

$y = x^2 - 6x - 10$, $x = -2$, $x = 0$, является

1) $x^2 - 6x - 10$ 2) 0 3) -3

4) -8 5) $-x^2 + 2x$ 6) Нет однозначного ответа

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(5; -2)$,

вырезанной прямой $y = -x - 1$ является

1) $-1 - x$ 2) $-2 + \sqrt{-9 + 10x - x^2}$ 3) $\sqrt{-9 + 10x - x^2}$

4) $-2 - \sqrt{-9 + 10x - x^2}$ 5) 2 6) $-\sqrt{-9 + 10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x - 8$ и $y = -4x^2 + 21x + 52$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x + 3$ и $y = -3x^2 + 20x + 3$, $x = -2$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(-1; 1)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \sin(2x - 3) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + 3) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(4; 1)$, $C(9; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 31

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(4; 1)$, $C(4; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 0; 0)$, $C(0; -2; 0)$ и ограниченной плоскостями $x + y + z = -1$ и $x + y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 1$, $x = 4$, $z = 2$, $z = 10 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(0; 3)$, $C(1; 3)$, $D(1; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -2)$, $B(1; -2)$, $C(-2; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x + 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 4y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 3$, $y = 1 + x$, $y = 11 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(-2; 3)$, $C(-7; 2)$, $D(-8; -1)$.

Вариант 32

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(7; 2)$, $C(-2; 6)$.

$$1) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{3x+3}{9}}^{\frac{-4x-46}{9}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{3x-3}{9}}^{\frac{-4x+46}{9}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{3}{9}x-3}^{\frac{-4}{9}x+46} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^7 dx \int_{-1}^6 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2x - 1$,

$y = x^2 - 6x - 11$, $x = 4$, $x = 6$, является

- 1) $-x^2 + 2x - 1$ 2) -25 3) Нет однозначного ответа
4) -9 5) -4 6) $x^2 - 6x - 11$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-4; 6)$,

вырезанной прямой $y = -2 - x$ является

- 1) $6 + \sqrt{8x - x^2}$ 2) $-2 - x$ 3) $6 - \sqrt{8x - x^2}$
4) $-\sqrt{8x - x^2}$ 5) 2 6) $\sqrt{8x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 2$ и $y = -3x^2 + 16x + 26$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x - 8$ и $y = 3x^2 - x + 2$, $x = -8$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(2; -2)$, $C(2; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(4 - 2x) + 5 + 8 \sin 2(4 - 2x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(2; 2)$, $C(0; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 32

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(6; 1)$, $C(6; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 7; 0)$, $B(7; 2; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x - 4y - z = 3$ и $x - 4y - z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 4$, $x = 5$, $z = 2$, $z = 1 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -3)$, $B(5; -7)$, $C(5; -5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x - 3y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 3y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 1$, $y = -11 + x$, $y = 3 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(-2; 4)$, $C(-9; 1)$, $D(-12; -3)$.

Вариант 33

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(9; 5)$, $C(17; 5)$, $D(9; -3)$.

$$1) \int_1^{17} dx \int_{-3}^5 f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{17} dx \int_{12+x}^{12+y} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^5 dy \int_{4-y}^{12-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-3}^5 dy \int_{4+y}^{12+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 5$,

$y = x^2 - 11x - 5$, $x = 0$, $x = 4$, является

$$1) x^2 - 11x - 5 \quad 2) 5 \quad 3) -x^2 - 3x + 5$$

$$4) -23 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -1.75$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-2; -5)$,

вырезанной прямой $y = x - 9$ является

$$1) -5 - \sqrt{32 - 4x - x^2} \quad 2) -5 \quad 3) -9 + x$$

$$4) -5 + \sqrt{32 - 4x - x^2} \quad 5) -\sqrt{32 - 4x - x^2} \quad 6) \sqrt{32 - 4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 6$ и $y = -4x^2 + 11x + 90$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -4x^2 + 3x + 3$ и $y = -3x^2 + 5x + 3$, $x = -2$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 5)$, $C(5; 5)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(5x - 3) + 4 \sin(5x - 3 - \frac{\pi}{2}) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(4; 3)$, $C(1; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\}.$$

Вариант 33

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 4x + 2y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 2y + z = 1$ и $-2x + 2y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq -1 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $25x + 10y + 10z = 50$ и $2x + 1y + 2z = 2$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 8$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -1)$, $B(6; 3)$, $C(9; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-3x + 2y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 2y - 2$, вырезанной плоскостями $x = -4$, $y = -4$, $y = -6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-2; 1)$, $C(4; 4)$, $D(6; 0)$.

Вариант 34

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 8)$, $B(7; 8)$, $C(13; 2)$, $D(7; 2)$.

$$1) \int_2^8 dy \int_{9-y}^{15-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_2^8 dy \int_{9+y}^{15+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^{13} dx \int_{9-x}^{15-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{13} dx \int_2^8 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 2$,

$y = x^2 - 7x - 14$, $x = -1$, $x = 3$, является

- 1) -4.75 2) Нет однозначного ответа 3) $-x^2 - 3x + 2$
 4) $x^2 - 7x - 14$ 5) -16 6) 4

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-3; -2)$, вырезанной прямой $y = x - 3$ является

- 1) $x - 3$ 2) $-2 + \sqrt{7 - 6x - x^2}$ 3) $-2 - \sqrt{7 - 6x - x^2}$
 4) $\sqrt{7 - 6x - x^2}$ 5) -6 6) $-\sqrt{7 - 6x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x - 4$ и $y = -2x^2 + 8x + 12$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x - 7$ и $y = -2x^2 - 16x - 7$, $x = -6$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(7; 2)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(5x) - 3e^{5x} - 3e^{-5x} + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -5)$, $B(0; -11)$, $C(-2; -11)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x\}$.

Вариант 34

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(2; -3; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $3x - 3y - z = 1$ и $3x - 3y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$36(z - 4)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $36(z + 8)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 9)$, $C(6; 9)$, $D(6; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 2)$, $B(6; 6)$, $C(6; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = -1$, $y = 1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-2; 4)$, $C(1; 6)$, $D(5; -1)$.

Вариант 35

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(6; 6)$, $C(6; 14)$.

$$1) \int_{-2}^6 dx \int_{-2}^{14} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^{14} dy \int_{\frac{-2+y}{2}}^{0+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-2}^6 dx \int_{0-x}^{2-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^6 dx \int_{0+x}^{2+2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x + 3$,

$y = x^2 - 6x - 21$, $x = -7$, $x = -5$, является

1) 18 2) Нет однозначного ответа 3) -45

4) $x^2 - 6x - 21$ 5) 10 6) $-x^2 - 8x + 3$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(6; -5)$,

вырезанной прямой $x = y + 5$ является

1) $6 - \sqrt{11 - 10x - x^2}$ 2) 12 3) $\sqrt{11 - 10y - y^2}$

4) $6 + \sqrt{11 - 10x - x^2}$ 5) $-\sqrt{11 - 10y - y^2}$ 6) $y + 5$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x - 6$ и $y = -3x^2 - 3x + 36$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3x^2 + 5x - 8$ и $y = 2x^2 + 5x - 7$, $x = -4$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-2; 2)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 8) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(9; -3)$, $C(4; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq x\}.$$

Вариант 35

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(6; 6)$, $D(6; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{6y + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 7; 0)$, $C(7; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$3x - y + z = 2$ и $3x - y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 6 - \frac{6}{6}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -6 + \frac{6}{6}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 5)$, $C(7; 5)$, $D(7; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -3)$, $B(3; -3)$, $C(4; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 3$, $y = 1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(-1; 8)$, $C(-6; 6)$, $D(-8; 3)$.

Вариант 36

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 5)$, $B(0; 10)$, $C(5; 0)$.

$$1) \int_0^5 dx \int_{5-x}^{10-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^{10} dy \int_{\frac{-10-y}{2}}^{-5-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_0^5 dx \int_0^{10} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^5 dx \int_{5+x}^{10+2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 3$,

$y = x^2 - 6x - 21$, $x = -7$, $x = -4$, является

$$1) x^2 - 6x - 21 \quad 2) -x^2 - 6x - 3 \quad 3) 5$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -10 \quad 6) -30$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(4; 4)$,

вырезанной прямой $y = x + 3$ является

$$1) 4 - \sqrt{-7 + 8y - y^2} \quad 2) -\sqrt{-7 + 8y - y^2} \quad 3) 1$$

$$4) \sqrt{-7 + 8y - y^2} \quad 5) 4 + \sqrt{-7 + 8y - y^2} \quad 6) y - 3$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x - 4$ и $y = -4x^2 - 11x + 8$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 + 2x + 3$ и $y = -4x^2 + 4x + 11$, $x = -4$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; -5)$, $C(5; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(3x - 2) - 2 \cos 2(3x - 2) + 7) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-5; -1)$, $B(-3; 4)$, $C(-1; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \sqrt{3}x \leq y \leq -x\}$.

Вариант 36

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(5; 6)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 0.05$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 8; 0)$, $B(8; 3; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 5y - z = 1$ и $5x - 5y - z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = -3$, $z = 0$, $z = 4$, $y = 1 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 8)$, $C(5; 8)$, $D(5; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 2)$, $B(-2; 5)$, $C(0; 7)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 8$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(-3; 10)$, $C(-6; 8)$, $D(-8; 2)$.

Вариант 37

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -4)$, $B(0; -13)$, $C(0; 5)$.

$$1) \int_{-4}^0 dx \int_{-13}^5 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-9x-52}{4}}^{\frac{9x+20}{4}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-9x+52}{4}}^{\frac{9x-20}{4}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{-9}{4}x-52}^{\frac{9}{4}x+20} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 4$,

$y = x^2 - 12x - 52$, $x = 8$, $x = 10$, является

- 1) -156 2) -23 3) $x^2 - 12x - 52$
 4) Нет однозначного ответа 5) $-x^2 - 6x + 4$ 6) -108

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(5; -2)$,

вырезанной прямой $x = -y + 5$ является

- 1) $5 - y$ 2) 7 3) $5 + \sqrt{4y - y^2}$
 4) $5 - \sqrt{4y - y^2}$ 5) $-\sqrt{4y - y^2}$ 6) $\sqrt{4y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x + 7$ и $y = -4x^2 + 30x + 47$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 5x + 6$ и $y = -2x^2 - 7x + 78$, $x = -7$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \sin(4x - 5) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 5) + 5) dx dy$. по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -4)$, $B(-2; -2)$, $C(1; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x\}.$$

Вариант 37

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 7)$, $C(7; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x - 5y + z = -2$ и $-x - 5y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 9 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = -2$, $y = 3$, $z = 1$, $z = 7 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 2)$, $B(3; -2)$, $C(6; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x - 2y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = -1$, $y = 2$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -3)$, $B(4; -1)$, $C(8; 1)$, $D(12; -5)$.

Вариант 38

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(7; 8)$, $C(-2; 13)$.

$$1) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{6x-30}{9}}^{\frac{-5x-107}{9}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^7 dx \int_2^{13} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{6x+30}{9}}^{\frac{-5x+107}{9}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^7 dx \int_{\frac{6}{9}x+30}^{\frac{-5}{9}x+107} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 4$,

$y = x^2 - 8x - 36$, $x = 6$, $x = 7$, является

1) -68 2) $-x^2 - 6x + 4$ 3) Нет однозначного ответа

4) -23 5) -87 6) $x^2 - 8x - 36$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(3; -3)$,

вырезанной прямой $x = -y + 4$ является

1) $3 - \sqrt{7 + 6y - y^2}$ 2) $3 + \sqrt{7 + 6y - y^2}$ 3) 3

4) $-\sqrt{7 + 6y - y^2}$ 5) $\sqrt{7 + 6y - y^2}$ 6) $4 - y$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 2$ и $y = -2x^2 - 8x + 38$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 + 4x + 4$ и $y = 4x^2 + 2x + 4$, $x = -4$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(7; 2)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(6 - 4x) + 6 + 8 \sin 2(6 - 4x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(6; 3)$, $C(3; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 38

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(4; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(2; -2; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x + 2y - z = 3$ и $2x + 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x, -1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -2$, $x = 5$, $z = 1$, $z = 3 - y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(2; 0)$, $C(2; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 3$, $y = 5$, $y = 4 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -4)$, $B(0; 1)$, $C(6; 3)$, $D(8; -2)$.

Вариант 39

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(4; 3)$, $C(8; 3)$, $D(4; -1)$.

$$1) \int_{-1}^3 dy \int_{1+y}^{5+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^8 dx \int_{-1}^3 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^3 dy \int_{1-y}^{5-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_0^8 dx \int_{1+x}^{5+x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 5$,

$y = x^2 - 10x - 29$, $x = -4$, $x = -2$, является

$$1) -x^2 - 8x - 5 \quad 2) x^2 - 10x - 29 \quad 3) -53$$

$$4) 7 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) 11$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-1; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y - 1$ является

$$1) -1 \quad 2) -1 - \sqrt{12y - y^2} \quad 3) -1 - y$$

$$4) -\sqrt{12y - y^2} \quad 5) \sqrt{12y - y^2} \quad 6) -1 + \sqrt{12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x - 4$

и $y = -2x^2 - 1x + 116$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 4x - 7$ и $y = -3x^2 - 2x - 12$, $x = -6$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-2; 2)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2 \cos(3x - 6) + 2 \sin(3x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 2) dx dy$$

по треугольной области с

вершинами в точках $A(-5; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(-3; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 39

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(7; 1)$, $C(7; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -1; 0)$, $B(-1; -3; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной

плоскостями $-2x + 3y - z = -2$ и $-2x + 3y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\sqrt{3}x, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 7 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 2$, $x = 3$, $z = -1$, $z = -1 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 3y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 2)$, $B(5; 2)$, $C(2; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (2x + 3y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 4$, $y = 3 + x$, $y = 15 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(-1; 7)$, $C(-8; 6)$, $D(-10; 1)$.

Вариант 40

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; 6)$, $B(8; 6)$, $C(16; -2)$, $D(8; -2)$.

$$1) \int_{-2}^6 dy \int_{6+y}^{14+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^{16} dx \int_{6-x}^{14-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^{16} dx \int_{-2}^6 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^6 dy \int_{6-y}^{14-y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 10x - 1$,

$y = x^2 - 6x - 31$, $x = 2$, $x = 4$, является

$$1) -76 \quad 2) -57 \quad 3) -25$$

$$4) x^2 - 6x - 31 \quad 5) -x^2 - 10x - 1 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; 5)$,

вырезанной прямой $y = x + 10$ является

$$1) 5 - \sqrt{5 - 4x - x^2} \quad 2) 5 + \sqrt{5 - 4x - x^2} \quad 3) -\sqrt{5 - 4x - x^2}$$

$$4) \sqrt{5 - 4x - x^2} \quad 5) 8 \quad 6) x + 10$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 5$ и $y = -4x^2 + 11x + 47$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 2x^2 - 2x - 4$ и $y = -2x^2 - 14x - 4$, $x = -6$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(3; -3)$, $C(3; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(4x) - 2e^{4x} - 2e^{-4x} + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(5; -6)$, $C(3; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -x\}.$$

Вариант 40

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(6; 2)$, $C(6; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 5; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x + 3y + z = 1$ и $-x + 3y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq x, 2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $12x + 28y + 21z = 84$ и $6x + 12y + 8z = 24$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -2)$, $B(0; -4)$, $C(0; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (-3x + 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 3$, $y = -9 + x$, $y = 7 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-4; 7)$, $C(-8; 6)$, $D(-11; 1)$.

Вариант 41

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1), B(3; 3), C(3; 7)$.

$$1) \int_{-1}^3 dx \int_{0-x}^{1-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^3 dx \int_{0+x}^{1+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^7 dy \int_{\frac{-1+y}{2}}^0 f(x, y) dx \quad 4) \int_{-1}^3 dx \int_{-1}^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 2$,

$y = x^2 - 8x - 10, x = -1, x = 2$, является

- 1) -14 2) -25 3) $-x^2 - 6x + 2$
 4) $x^2 - 8x - 10$ 5) 7 6) Нет однозначного ответа

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(2; -3)$, вырезанной прямой $y = x + 1$ является

- 1) $x + 1$ 2) $-\sqrt{32 + 4x - x^2}$ 3) $\sqrt{32 + 4x - x^2}$
 4) -9 5) $-3 - \sqrt{32 + 4x - x^2}$ 6) $-3 + \sqrt{32 + 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x - 6$ и $y = -2x^2 + 42x - 96$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 4$ и $y = 3x^2 + 6x - 28, x = 1, x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2), B(-2; 2), C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{sh}(2x) + 3e^{-2x} - 3e^{-2x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -3), B(1; -8), C(-2; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 41

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 4)$, $B(2; 9)$, $C(5; 9)$, $D(5; 4)$, если плотность $\gamma = 4x + 4y + 7$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(2; -2; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $3x - 3y - z = -1$ и $3x - 3y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, -3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$25(z - 6)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $25(z + 6)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(0; 2)$, $C(1; 2)$, $D(1; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -2)$, $B(6; 2)$, $C(8; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x + 4y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 4$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(0; 3)$, $C(5; 6)$, $D(8; 0)$.

Вариант 42

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 7)$, $B(-1; 17)$, $C(9; -3)$.

$$1) \int_{-1}^{-1} dx \int_{6+x}^{15+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^9 dx \int_{15-2x}^{6-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^9 dx \int_{-3}^{17} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^{17} dy \int_{-12-y}^{\frac{-21-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 1$,

$y = x^2 - 10x - 23$, $x = -1$, $x = 5$, является

$$1) -x^2 - 2x + 1 \quad 2) x^2 - 10x - 23 \quad 3) -34$$

$$4) -2 \quad 5) 2 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(3; -1)$,

вырезанной прямой $y = -x + 7$ является

$$1) 4 \quad 2) -\sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 3) -1 + \sqrt{16 + 6x - x^2}$$

$$4) -1 - \sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 5) \sqrt{16 + 6x - x^2} \quad 6) 7 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x + 8$ и $y = -3x^2 - 8x + 158$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 - 5x - 6$ и $y = -2x^2 - 6x + 14$, $x = -8$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(7; 1)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(6x - 5) - 2 \cos 2(6x - 5) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(2; 3)$, $C(6; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -x, y \geq x\}.$$

Вариант 42

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 5)$, $C(2; 5)$, $D(2; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 5}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 4; 0)$, $C(4; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x + 2y + z = -2$ и $5x + 2y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 21 - \frac{12}{5}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -3 + \frac{12}{5}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(0; 2)$, $C(1; 2)$, $D(1; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 8$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 2)$, $B(1; 4)$, $C(1; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (4x + 2y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 1$, $y = 3 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(2; 3)$, $C(5; 6)$, $D(9; 2)$.

Вариант 43

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(11; -3)$, $C(11; 7)$.

$$1) \int_2^{11} dx \int_{-3}^7 f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{11} dx \int_{\frac{-5}{9}x+28}^{\frac{5}{9}x+8} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^{11} dx \int_{\frac{-5x-28}{9}}^{\frac{5x-8}{9}} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^{11} dx \int_{\frac{-5x+28}{9}}^{\frac{5x+8}{9}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x - 4$,

$y = x^2 - 8x - 18$, $x = -3$, $x = -2$, является

- 1) -16 2) Нет однозначного ответа 3) -16
4) -25 5) $-x^2 + 4x - 4$ 6) $x^2 - 8x - 18$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(1; 2)$,

вырезанной прямой $y = -x + 5$ является

- 1) $2 + \sqrt{3 + 2x - x^2}$ 2) $5 - x$ 3) 0
4) $\sqrt{3 + 2x - x^2}$ 5) $2 - \sqrt{3 + 2x - x^2}$ 6) $-\sqrt{3 + 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x - 4$ и $y = -2x^2 - 47x - 94$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 8$ и $y = -2x^2 + 8x + 26$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \sin(4x - 3) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 3) + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(3; 4)$, $C(5; 4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 43

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(5; 6)$, $D(5; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 5; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 3y - z = -3$ и $-2x + 3y - z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 1$, $z = 2$, $z = 4$, $y = 4 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(3; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 4y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 2)$, $B(1; 2)$, $C(4; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 4$, $y = 6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(-2; 4)$, $C(-6; 3)$, $D(-8; -1)$.

Вариант 44

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -4)$, $B(4; -1)$, $C(-3; 6)$.

$$1) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{3x+19}{7}}^{\frac{-7x-21}{7}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{3x-19}{7}}^{\frac{-7x+21}{7}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{3}{7}x-19}^{\frac{-7}{7}x+21} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^4 dx \int_{-4}^6 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 14x - 2$,

$y = x^2 - 10x - 32$, $x = -9$, $x = -6$, является

1) 43 2) $-x^2 - 14x - 2$ 3) Нет однозначного ответа

4) -149 5) 46 6) $x^2 - 10x - 32$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-1; -5)$,

вырезанной прямой $y = -x - 9$ является

1) $-5 + \sqrt{8 - 2x - x^2}$ 2) $-\sqrt{8 - 2x - x^2}$ 3) $-9 - x$

4) $\sqrt{8 - 2x - x^2}$ 5) $-5 - \sqrt{8 - 2x - x^2}$ 6) -2

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x + 6$ и $y = -2x^2 - 12x + 18$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x + 8$ и $y = 3x^2 + 3x + 17$, $x = -6$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(2; -2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(5 - 2x) + 5 + 8 \sin 2(5 - 2x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 4)$, $B(9; 4)$, $C(4; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где D:

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 44

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = 0.05$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x + 3y + z = -2$ и $-2x + 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 7 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = -3$, $y = 3$, $z = -3$, $z = 5 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(-2; 3)$, $C(4; 3)$, $D(4; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 7$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 3y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 2)$, $B(-1; 4)$, $C(2; 7)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = -3$, $y = 1$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-4; 3)$, $C(-7; 0)$, $D(-8; -3)$.

Вариант 45

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; 7)$, $C(11; 7)$, $D(5; 1)$.

$$1) \int_{-1}^{11} dx \int_{1}^{7} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^{11} dx \int_{4+x}^{4+x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^{11} dy \int_{-2+y}^{4+y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-1}^{11} dy \int_{-2+y}^{-2+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 3$,

$y = x^2 - 6x - 15$, $x = 4$, $x = 5$, является

$$1) -35 \quad 2) -15 \quad 3) \text{ Нет однозначного ответа}$$

$$4) x^2 - 6x - 15 \quad 5) -x^2 - 4x - 3 \quad 6) -48$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-1; -3)$,

вырезанной прямой $y = -6 - x$ является

$$1) -5 \quad 2) \sqrt{3 - 2x - x^2} \quad 3) -3 - \sqrt{3 - 2x - x^2}$$

$$4) -6 - x \quad 5) -\sqrt{3 - 2x - x^2} \quad 6) -3 + \sqrt{3 - 2x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 3x - 6$ и $y = -2x^2 + 13x + 9$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -4x^2 + 4x + 3$ и $y = -3x^2 + 7x + 13$, $x = -4$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 4)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(4x - 2) + 4 \sin(4x - 2 - \frac{\pi}{2}) + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; 5)$, $C(2; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 45

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(5; -1; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 4y - z = -2$ и $-3x - 4y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x, 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 9 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 2$, $x = 8$, $z = 3$, $z = 9 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 1)$, $B(-3; 5)$, $C(3; 5)$, $D(3; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2x + 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -1)$, $B(3; -3)$, $C(4; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x + 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = -4$, $y = -2$, $y = 1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(5; 4)$, $C(12; 6)$, $D(14; -1)$.

Вариант 46

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(2; 7)$, $B(10; 7)$, $C(18; -1)$, $D(10; -1)$.

$$1) \int_{-1}^7 dy \int_{9-y}^{17-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_2^{18} dx \int_{-1}^7 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^7 dy \int_{9+y}^{17+y} f(x, y) dx \quad 4) \int_2^{18} dx \int_{9-x}^{17-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 3$,

$y = x^2 - 10x - 27$, $x = 5$, $x = 8$, является

1) -68 2) $x^2 - 10x - 27$ 3) Нет однозначного ответа

4) -51 5) $-x^2 - 8x - 3$ 6) -131

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-5; 1)$,

вырезанной прямой $y = x$ является

1) $1 - \sqrt{11 - 10x - x^2}$ 2) 1 3) $-\sqrt{11 - 10x - x^2}$

4) $\sqrt{11 - 10x - x^2}$ 5) $+0 + x$ 6) $1 + \sqrt{11 - 10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x + 3$ и $y = -4x^2 - 12x + 67$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 2x^2 + 3x - 6$ и $y = -4x^2 + 33x - 30$, $x = -1$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(3; -1)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(5x) - 2e^{5x} - 2e^{-5x} + 12) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(8; -5)$, $C(4; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -x \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 46

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 7)$, $C(5; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 7; 0)$, $B(7; 3; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x + y - z = 2$ и $-2x + y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -x, -3 - x^2 - y^2 \leq z \leq -2 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 4$, $x = 6$, $z = 1$, $z = 3 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(-2; 6)$, $C(1; 6)$, $D(1; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 8$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(3; -1)$, $C(3; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x - 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = 4x - 3y - 3$, вырезанной плоскостями $x = 11$, $y = -1$, $y = 3$,

$y = -4 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(2; 3)$, $C(9; 4)$, $D(13; -3)$.

Вариант 47

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -4)$, $B(1; 1)$, $C(1; 6)$.

$$1) \int_{-4}^1 dx \int_{0+x}^{4+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^1 dx \int_{0-x}^{4-2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^1 dx \int_{-4}^6 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^6 dy \int_{\frac{-4+y}{2}}^{0+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x + 3$,

$y = x^2 - 10x - 5$, $x = -2$, $x = 0$, является

$$1) 7 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) 3$$

$$4) x^2 - 10x - 5 \quad 5) -x^2 - 4x + 3 \quad 6) -9$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-3; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 3$ является

$$1) 2 - \sqrt{-5 - 6x - x^2} \quad 2) -\sqrt{-5 - 6x - x^2} \quad 3) \sqrt{-5 - 6x - x^2}$$

$$4) 0 \quad 5) x + 3 \quad 6) 2 + \sqrt{-5 - 6x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x + 4$ и $y = -2x^2 + 12x + 52$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 - 3x + 5$ и $y = 4x^2 + 2x + 5$, $x = -3$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(2x - 4) - 4 \cos 2(2x - 4) + 2) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(1; 5)$, $C(6; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq -x\}$.

Вариант 47

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(6; 1)$, $C(6; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 3; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $4x - 4y + z = 2$ и $4x - 4y + z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \sqrt{3}x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $35x + 28y + 20z = 140$ и $8x + 4y + 2z = 8$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 2)$, $D(1; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2x + 8$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 2)$, $B(2; 2)$, $C(1; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y - 3$, вырезанной плоскостями $y = -3$, $y = -5 + x$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(0; 5)$, $C(-3; 3)$, $D(-5; -3)$.

Вариант 48

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 4)$, $B(1; 8)$, $C(5; 0)$.

$$1) \int_1^5 dx \int_{5+x}^{10+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^5 dx \int_0^8 f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^8 dy \int_{-5-y}^{\frac{-10-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_1^5 dx \int_{5-x}^{10-2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 4$,

$y = x^2 - 12x - 16$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) -36 \quad 2) -x^2 - 6x + 4 \quad 3) -23$$

$$4) x^2 - 12x - 16 \quad 5) -68 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-1; 3)$,

вырезанной прямой $x = y - 7$ является

$$1) -1 - \sqrt{6x - x^2} \quad 2) -\sqrt{6y - y^2} \quad 3) -1 + \sqrt{6x - x^2}$$

$$4) \sqrt{6y - y^2} \quad 5) 2 \quad 6) y - 7$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x - 8$ и $y = -2x^2 + 2x + 12$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 - 4x - 2$ и $y = -4x^2 - 12x - 17$, $x = -7$, $x = 0$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; -2)$, $C(2; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(4x - 3) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 3) + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(0; 1)$, $C(3; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 48

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(5; 6)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(5; 2; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x - 2y - z = 3$ и $x - 2y - z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq x, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 9 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$16(z - 10)^2 = 81(x^2 + y^2)$, и $16(z + 8)^2 = 81(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 3y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -1)$, $B(4; -4)$, $C(4; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y + 3$, вырезанной плоскостями $y = 2$, $y = -8 + x$, $y = 6 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(-5; 6)$, $C(-12; 5)$, $D(-13; -1)$.

Вариант 49

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(5; -9)$, $C(5; 10)$.

$$1) \int_{-2}^5 dx \int_{-9}^{10} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-9x-18}{7}}^{\frac{10x+20}{7}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-9x+18}{7}}^{\frac{10x-20}{7}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^5 dx \int_{\frac{-9}{7}x-18}^{\frac{10}{7}x+20} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 16x + 4$,

$y = x^2 - 12x - 26$, $x = -4$, $x = 2$, является

1) -32 2) $x^2 - 12x - 26$ 3) -188

4) Нет однозначного ответа 5) $-x^2 - 16x + 4$ 6) 52

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-4; 4)$,

вырезанной прямой $y = x + 14$ является

1) $-\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 2) $\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 3) $-4 + \sqrt{20 + 8y - y^2}$

4) -10 5) $y - 14$ 6) $-4 - \sqrt{20 + 8y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x + 5$ и $y = -4x^2 + 50x + 5$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x - 4$ и $y = -3x^2 - 35x - 28$, $x = -6$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; 1)$, $C(1; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(4 - 5x) + 1 + 8 \sin 2(4 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 3)$, $B(8; 3)$, $C(3; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 49

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 2x + 2y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 6; 0)$, $C(6; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $x - y + z = -1$ и $x - y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -x, -2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 0$, $z = 3$, $z = 7$, $y = 2 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 4y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -2)$, $B(2; 1)$, $C(3; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-4x + 2y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = -3$, $y = 3$, $y = 2 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(2; 2)$, $C(7; 3)$, $D(11; -3)$.

Вариант 50

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(6; 4)$, $C(-3; 10)$.

$$1) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{4}{9}x+12}^{\frac{-6}{9}x+72} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{4x+12}{9}}^{\frac{-6x+72}{9}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^6 dx \int_0^{10} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{4x-12}{9}}^{\frac{-6x-72}{9}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x + 2$,

$y = x^2 - 9x - 10$, $x = -1$, $x = 2$, является

1) $-x^2 - 7x + 2$ 2) 8 3) Нет однозначного ответа

4) $x^2 - 9x - 10$ 5) -16 6) -34.75

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -3)$,

вырезанной прямой $x = -y + 5$ является

1) $5 + \sqrt{6y - y^2}$ 2) 8 3) $5 - \sqrt{6y - y^2}$

4) $\sqrt{6y - y^2}$ 5) $5 - y$ 6) $-\sqrt{6y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 7$ и $y = -4x^2 - 32x - 37$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 3x - 2$ и $y = 2x^2 + 4x + 18$, $x = -6$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(4; 1)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(5x - 4) + 4 \sin(5x - 4 - \frac{\pi}{2}) + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(4; 1)$, $C(2; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq x\}$.

Вариант 50

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2x + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 5; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x + 3y - z = -1$ и $-x + 3y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = -3$, $y = 3$, $z = 1$, $z = 7 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 2y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -1)$, $B(6; 2)$, $C(6; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x - 4y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 2$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(2; 5)$, $C(8; 6)$, $D(11; -1)$.

Вариант 51

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(5; 7)$, $C(12; 7)$, $D(5; 0)$.

$$1) \int_0^7 dy \int_{-2-y}^{5-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^7 dy \int_{-2+y}^{5+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-2}^{12} dx \int_{-2+x}^{5+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^{12} dx \int_0^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x + 1$,

$y = x^2 - 5x - 39$, $x = -7$, $x = -6$, является

1) $-x^2 - 7x + 1$ 2) Нет однозначного ответа 3) 1

4) -35.75 5) $x^2 - 5x - 39$ 6) 7

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(3; 5)$,

вырезанной прямой $x = -y + 13$ является

1) $-\sqrt{10y - y^2}$ 2) 3 3) $3 + \sqrt{10y - y^2}$

4) $\sqrt{10y - y^2}$ 5) $13 - y$ 6) $3 - \sqrt{10y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 8$ и $y = -2x^2 - 47x - 44$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 - 2x + 2$ и $y = -2x^2 - 10x - 13$, $x = -7$, $x = 0$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; 3)$, $C(3; -3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(4x) - 2e^{4x} - 2e^{-4x} + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(13; -4)$, $C(7; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 51

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(6; 6)$, $D(6; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 6; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x - 2y + z = 2$ и $-x - 2y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq x, 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 1$, $x = 4$, $z = -2$, $z = 5 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -3)$, $B(2; -3)$, $C(4; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (4x - 2y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 2y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 9$, $y = 2$, $y = 6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -4)$, $B(-2; 4)$, $C(-5; 2)$, $D(-6; -4)$.

Вариант 52

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 6)$, $B(3; 6)$, $C(8; 1)$, $D(3; 1)$.

$$1) \int_{-2}^8 dx \int_1^6 f(x, y) dy \quad 2) \int_1^6 dy \int_{-2}^{9+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^6 dy \int_{4-y}^{9-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^8 dx \int_{4-x}^{9-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 3$,

$y = x^2 - 7x - 43$, $x = -6$, $x = -5$, является

- 1) -9 2) $x^2 - 7x - 43$ 3) $-x^2 - 5x - 3$
 4) -3 5) Нет однозначного ответа 6) -21.75

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(2; 4)$,

вырезанной прямой $x = -y$ является

- 1) $\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 2) $2 + \sqrt{20 + 8y - y^2}$ 3) $2 - \sqrt{20 + 8y - y^2}$
 4) $-\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 5) $0 - y$ 6) 2

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 5x - 4$ и $y = -3x^2 + 30x + 26$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 - 2x + 4$ и $y = -4x^2 - 2x + 292$, $x = -9$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(6; -6)$, $C(6; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(8; -4)$, $C(2; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 52

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 5)$, $C(4; 5)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = 0.06$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $3x + 3y - z = -1$ и $3x + 3y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -\sqrt{3}x \leq y \leq x, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 4$, $x = 5$, $z = 1$, $z = -1 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(-3; 7)$, $C(-1; 7)$, $D(-1; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -3)$, $B(2; 0)$, $C(4; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (2x - 3y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 1$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(1; 6)$, $C(-4; 3)$, $D(-7; -1)$.

Вариант 53

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(11; 11)$, $C(11; 20)$.

$$1) \int_2^{11} dx \int_2^{20} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{11} dx \int_{-2-2x}^{0-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^{20} dy \int_{\frac{2+y}{2}}^{11} f(x, y) dx \quad 4) \int_2^{11} dx \int_{0+x}^{-2+2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x$,

$y = x^2 - 10x - 70$, $x = 8$, $x = 11$, является

1) $-x^2 - 6x$ 2) -112 3) Нет однозначного ответа
4) -187 5) -27 6) $x^2 - 10x - 70$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-5; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 12$ является

1) $2 - \sqrt{10x - x^2}$ 2) $x + 12$ 3) $2 + \sqrt{10x - x^2}$
4) $\sqrt{10x - x^2}$ 5) $-\sqrt{10x - x^2}$ 6) 7

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x + 5$ и $y = -4x^2 + 40x - 25$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 - 3x + 4$ и $y = 4x^2 - x + 12$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos^2(6x - 5) - 2 \cos 2(6x - 5) + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(2; 1)$, $C(5; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 53

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(3; 4)$, $C(6; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 6; 0)$, $C(6; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x + 2y + z = 3$ и $-3x + 2y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -x, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $24x + 42y + 28z = 168$ и $6x + 12y + 8z = 24$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 3)$, $B(-2; 6)$, $C(-1; 6)$, $D(-1; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -1)$, $B(0; -4)$, $C(2; -4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x + 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 4y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 2$, $y = 7$, $y = 16 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(3; 0)$, $C(7; 2)$, $D(11; -6)$.

Вариант 54

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 7)$, $B(0; 13)$, $C(6; 1)$.

$$1) \int_1^{13} dy \int_{\frac{-11-y}{2}}^{\frac{13+2x}{6}} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^6 dx \int_{7+x}^{13+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^6 dx \int_{7-x}^{13-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^6 dx \int_1^{13} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 4$,

$y = x^2 - 4x - 56$, $x = 7$, $x = 8$, является

- 1) 1 2) $-x^2 - 2x + 4$ 3) Нет однозначного ответа
4) -76 5) -59 6) $x^2 - 4x - 56$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(1; 3)$,

вырезанной прямой $y = x + 5$ является

- 1) $\sqrt{8 + 2x - x^2}$ 2) $-\sqrt{8 + 2x - x^2}$ 3) 0
4) $x + 5$ 5) $3 + \sqrt{8 + 2x - x^2}$ 6) $3 - \sqrt{8 + 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x + 7$ и $y = -2x^2 - 5x + 103$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 + 2x - 6$ и $y = -2x^2 + 5x - 2$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(3; -2)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \sin(4x - 2) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 2) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -4)$, $B(-1; 2)$, $C(1; 2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 54

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 7)$, $C(6; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 5; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x - 2y - z = 3$ и $-x - 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -x, y \leq x, 1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$25(z - 2)^2 = 144(x^2 + y^2)$, и $25(z + 2)^2 = 144(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 3)$, $B(-2; 7)$, $C(0; 7)$, $D(0; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 3$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 4y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(2; 0)$, $C(2; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 13$, $y = 4$, $y = 9$, $y = 1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(3; 3)$, $C(10; 4)$, $D(14; -1)$.

Вариант 55

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(4; -6)$, $C(4; 6)$.

$$1) \int_0^4 dx \int_{\frac{-6x-0}{4}}^{\frac{6x-0}{4}} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^4 dx \int_{\frac{-6}{4}x+0}^{\frac{6}{4}x+0} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^4 dx \int_{-6}^6 f(x, y) dy \quad 4) \int_0^4 dx \int_{\frac{-6x+0}{4}}^{\frac{6x+0}{4}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 2$,

$y = x^2 - 12x - 34$, $x = -4$, $x = -2$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) 10 3) 10
4) -25 5) $x^2 - 12x - 34$ 6) $-x^2 - 6x + 2$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-3; 3)$,

вырезанной прямой $y = -x + 6$ является

- 1) $6 - x$ 2) $\sqrt{27 - 6x - x^2}$ 3) $3 - \sqrt{27 - 6x - x^2}$
4) $3 + \sqrt{27 - 6x - x^2}$ 5) 9 6) $-\sqrt{27 - 6x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 3$ и $y = -2x^2 - 1x + 11$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x + 5$ и $y = -3x^2 - 9x + 15$, $x = -5$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(-1; 1)$, $C(3; -3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(5x - 6) + 4 \sin(5x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(8; 3)$, $C(2; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}$.

Вариант 55

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(6; 1)$, $C(6; 4)$, если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 5; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x + y + z = -1$ и $2x + y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -x \leq y \leq x, 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 10 - \frac{6}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -2 + \frac{6}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 7)$, $C(7; 7)$, $D(7; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 3)$, $B(1; 3)$, $C(0; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 2$, $y = 4 + x$, $y = 10 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -3)$, $B(0; 2)$, $C(-7; 0)$, $D(-8; -4)$.

Вариант 56

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(6; 11)$, $C(-3; 17)$.

$$1) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{9x-45}{9}}^{\frac{-6x-135}{9}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{9x+45}{9}}^{\frac{-6x+135}{9}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^6 dx \int_2^{17} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{9}{9}x+45}^{\frac{-6}{9}x+135} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 1$,

$y = x^2 - 6x - 29$, $x = 4$, $x = 6$, является

- 1) -47 2) $x^2 - 6x - 29$ 3) Нет однозначного ответа
4) -23 5) -2 6) $-x^2 - 2x + 1$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(5; -5)$,

вырезанной прямой $y = -x + 6$ является

- 1) $\sqrt{11 + 10x - x^2}$ 2) $-\sqrt{11 + 10x - x^2}$ 3) $-5 - \sqrt{11 + 10x - x^2}$
4) $6 - x$ 5) -11 6) $-5 + \sqrt{11 + 10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 3x - 7$ и $y = -4x^2 + 17x + 49$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 2$ и $y = 2x^2 + 4x + 3$, $x = -4$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(3; -3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(3x) - 4e^{3x} - 4e^{-3x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(9; -5)$, $C(3; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x\}$.

Вариант 56

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(3; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(6; 2; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x + 3y - z = 3$ и $-x + 3y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{3}x \leq y \leq -x, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = -1$, $z = 1$, $z = 9$, $y = 6 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; 0)$, $B(2; 3)$, $C(5; 3)$, $D(5; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 6$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 2y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 2)$, $B(5; -2)$, $C(5; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-3x + 2y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $y = 6$, $y = 3 + x$, $y = 5 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(-3; 6)$, $C(-10; 4)$, $D(-13; -2)$.

Вариант 57

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(6; 7)$, $C(13; 7)$, $D(6; 0)$.

$$1) \int_0^7 dy \int_{-1+y}^{6+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^7 dy \int_{-1-y}^{6-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-1}^{13} dx \int_{-1+x}^{6+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^{13} dx \int_0^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 3$,

$y = x^2 - 5x - 63$, $x = -4$, $x = 5$, является

$$1) x^2 - 5x - 63 \quad 2) -9.75 \quad 3) -7$$

$$4) -x^2 - 3x - 3 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -43$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(5; -1)$,

вырезанной прямой $y = -x - 1$ является

$$1) -\sqrt{10x - x^2} \quad 2) \sqrt{10x - x^2} \quad 3) -1 - x$$

$$4) -1 + \sqrt{10x - x^2} \quad 5) 4 \quad 6) -1 - \sqrt{10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x + 3$ и $y = -3x^2 - 44x - 39$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 - 4x + 3$ и $y = -3x^2 - 2x + 3$, $x = -3$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(4x) + 4e^{-4x} - 4e^{-4x} + 14) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(12; -6)$, $C(6; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 57

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 4)$, $B(0; 10)$, $C(3; 10)$, $D(3; 4)$, если плотность $\gamma = 2x + 6y + 6$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 3; 0)$, $C(3; -3; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - 3y + z = 1$ и $2x - 3y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 8 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = -2$, $y = 1$, $z = 1$, $z = 2 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-3; 3)$, $C(3; 3)$, $D(3; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 6$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -2)$, $B(5; 2)$, $C(6; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-4x - 3y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 2$, $y = 8 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(-3; 4)$, $C(4; 7)$, $D(6; 3)$.

Вариант 58

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-4; 6)$, $B(6; 6)$, $C(16; -4)$, $D(6; -4)$.

$$1) \int_{-4}^{16} dx \int_{-4}^6 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^6 dy \int_{2+y}^{12+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-4}^6 dy \int_{2-y}^{12-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-4}^{16} dx \int_{2-x}^{12-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 1$,

$y = x^2 - 12x - 11$, $x = 0$, $x = 4$, является

1) -13 2) -33 3) Нет однозначного ответа

4) $-x^2 - 4x - 1$ 5) $x^2 - 12x - 11$ 6) -1

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-3; -5)$,

вырезанной прямой $y = -13 - x$ является

1) -10 2) $\sqrt{16 - 6x - x^2}$ 3) $-5 + \sqrt{16 - 6x - x^2}$

4) $-\sqrt{16 - 6x - x^2}$ 5) $-5 - \sqrt{16 - 6x - x^2}$ 6) $-13 - x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x + 6$

и $y = -2x^2 - 39x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 - 3x - 6$ и $y = -4x^2 - 11x + 234$, $x = -8$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(4; -1)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (4 \cos^2(2x - 3) - 2 \cos 2(2x - 3) + 6) dx dy$$

по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-2; 5)$, $C(0; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\left\{ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 58

- 9.** Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 1)$, если плотность $\gamma = \frac{6x + 4}{100}$.
- 10.** Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; 4; 0)$, $B(4; -1; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - 5y - z = 2$ и $2x - 5y - z = 6$.
- 11.** Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x, -3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- 12.** Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 3$, $x = 3$, $z = 3$, $z = 12 - y$.
- 13.** В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить ординату центра масс.
- 14.** Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y - 3) dl$, где L - ломаная ABC , $A(-3; -1)$, $B(0; 2)$, $C(0; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
- 15.** Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (-3x + 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 4$, $y = 2 + x$.
- 16.** Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(2; 2)$, $C(9; 5)$, $D(11; 0)$.

Вариант 59

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(6; 3)$, $C(6; 7)$.

$$1) \int_2^6 dx \int_{-1}^7 f(x, y) dy \quad 2) \int_2^6 dx \int_{-5-2x}^{-3-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^6 dx \int_{-3+x}^{-5+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^7 dy \int_{\frac{5+y}{2}}^3 f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 2$,

$y = x^2 - 4x - 42$, $x = -8$, $x = -6$, является

$$1) -x^2 - 6x - 2 \quad 2) -2 \quad 3) -29$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -18 \quad 6) x^2 - 4x - 42$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-5; -3)$,

вырезанной прямой $y = x$ является

$$1) -3 + \sqrt{-21 - 10x - x^2} \quad 2) +0 + x \quad 3) -3 - \sqrt{-21 - 10x - x^2}$$

$$4) -3 \quad 5) -\sqrt{-21 - 10x - x^2} \quad 6) \sqrt{-21 - 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 2$

и $y = -2x^2 + 26x + 2$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3x^2 - 4x + 4$ и $y = 2x^2 + 2x - 1$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (3 \cos 2(4 - 6x) + 4 + 6 \sin 2(4 - 6x)) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(-5; 5)$, $B(-1; 5)$, $C(-3; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 59

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 6)$, $C(4; 6)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4y + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 4; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 4y + z = -1$ и $5x - 4y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq \sqrt{3}x, 1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = 3$, $x = 11$, $z = -3$, $z = -5 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -1)$, $B(6; -1)$, $C(9; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (4x + 2y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 2y - 4$, вырезанной плоскостями $x = 9$, $y = 3$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -3)$, $B(-6; 2)$, $C(-13; 1)$, $D(-16; -5)$.

Вариант 60

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 6)$, $B(-3; 14)$, $C(5; -2)$.

$$1) \int_{-3}^5 dx \int_{\frac{3-x}{2}}^{8-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^{-3} dx \int_{3+x}^{8+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^{14} dy \int_{-7-y}^{\frac{-12-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-3}^5 dx \int_{-2}^{14} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x - 4$,

$y = x^2 - 8x - 54$, $x = -9$, $x = -6$, является

$$1) -13 \quad 2) -x^2 - 8x - 4 \quad 3) x^2 - 8x - 54$$

$$4) 8 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -52$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -3)$,

вырезанной прямой $y = x - 11$ является

$$1) x - 11 \quad 2) -\sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 3) -3 + \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

$$4) -3 - \sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 5) -6 \quad 6) \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 6$ и $y = -4x^2 - 12x + 246$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 + 2x + 6$ и $y = -4x^2 + 9$, $x = -4$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(4; -4)$, $C(4; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos(5x - 4) + 3 \sin(5x - 4 - \frac{\pi}{2}) + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(2; 3)$, $C(0; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 60

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 1)$, если плотность $\gamma = 0.03$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(6; 1; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x + 2y - z = -2$ и $5x + 2y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $36x + 18y + 18z = 108$ и $12x + 3y + 4z = 12$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(0; 6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x + 2y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 1$, $y = 6$, $y = 4 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(0; 4)$, $C(-4; 3)$, $D(-7; 0)$.

Вариант 61

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -3)$, $B(7; -10)$, $C(7; 7)$.

$$1) \int_0^7 dx \int_{\frac{-7x+21}{7}}^{\frac{10x+21}{7}} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^7 dx \int_{-10}^7 f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^7 dx \int_{\frac{-7}{7}x-21}^{\frac{10}{7}x-21} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^7 dx \int_{\frac{-7x-21}{7}}^{\frac{10x-21}{7}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x$,

$y = x^2 - 12x - 42$, $x = 8$, $x = 10$, является

- 1) $x^2 - 12x - 42$ 2) -140 3) -96
 4) -12 5) $-x^2 - 4x$ 6) Нет однозначного ответа

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(5; 5)$,

вырезанной прямой $x = y - 6$ является

- 1) $y - 6$ 2) $5 + \sqrt{11 + 10x - x^2}$ 3) $5 - \sqrt{11 + 10x - x^2}$
 4) $-\sqrt{11 + 10y - y^2}$ 5) 11 6) $\sqrt{11 + 10y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 4$ и $y = -3x^2 + 24x - 4$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 6$ и $y = -2x^2 - 10x + 6$, $x = -3$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(3x) - 2e^{3x} - 2e^{-3x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(12; -2)$, $C(6; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 61

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 5)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 9; 0)$, $C(9; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x - 3y + z = 3$ и $2x - 3y + z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 1$, $z = 2$, $z = 4$, $y = 9 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 4y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 1)$, $B(5; -2)$, $C(6; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $y = -2$, $y = -4 + x$, $y = 8 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(3; 2)$, $C(7; 5)$, $D(11; -2)$.

Вариант 62

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(7; 6)$, $C(1; 10)$.

$$1) \int_1^7 dx \int_{-1}^{10} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^7 dx \int_{\frac{7}{6}x-13}^{\frac{-4}{6}x+64} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^7 dx \int_{\frac{7x+13}{6}}^{\frac{-4x-64}{6}} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^7 dx \int_{\frac{7x-13}{6}}^{\frac{-4x+64}{6}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 1$,

$y = x^2 - 4x - 11$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) -2 \quad 2) -x^2 - 2x + 1 \quad 3) -23$$

$$4) x^2 - 4x - 11 \quad 5) -47 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; -3)$,

вырезанной прямой $y = x + 2$ является

$$1) -2 - \sqrt{6y - y^2} \quad 2) -\sqrt{6y - y^2} \quad 3) y - 2$$

$$4) -2 + \sqrt{6y - y^2} \quad 5) \sqrt{6y - y^2} \quad 6) -5$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x - 5$ и $y = -2x^2 + 23x + 55$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x - 8$ и $y = 2x^2 - 4x - 2$, $x = -6$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(4; -2)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(3x) + 4e^{-3x} - 4e^{-3x} + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(0; -6)$, $C(-2; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -x \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 62

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 7)$, $C(6; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; 4; 0)$, $B(4; -1; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x + 3y - z = 2$ и $2x + 3y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 3$, $y = 7$, $z = 1$, $z = 7 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 1)$, $B(-3; 3)$, $C(-1; 3)$, $D(-1; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -1)$, $B(5; -4)$, $C(5; -6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x - 2y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 2y - 2$, вырезанной плоскостями $y = 6$, $y = -3 + x$, $y = 9 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 1)$, $B(-1; 6)$, $C(5; 8)$, $D(7; 1)$.

Вариант 63

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(6; 6)$, $C(12; 6)$, $D(6; 0)$.

$$1) \int_0^6 dy \int_{0+y}^{6+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^{12} dx \int_0^6 f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^6 dy \int_{0-y}^{6-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_0^{12} dx \int_{0+x}^{6+x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x + 5$,

$y = x^2 - 8x - 65$, $x = -6$, $x = -4$, является

1) -7 2) Нет однозначного ответа 3) 5

4) $-x^2 - 4x + 5$ 5) -7 6) $x^2 - 8x - 65$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-4; -2)$,

вырезанной прямой $x = -y$ является

1) $\sqrt{32 - 4y - y^2}$ 2) 2 3) $-4 + \sqrt{32 - 4y - y^2}$

4) $-4 - \sqrt{32 - 4y - y^2}$ 5) $-\sqrt{32 - 4y - y^2}$ 6) $0 - y$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x + 4$

и $y = -3x^2 - 16x + 60$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 - 2x - 3$ и $y = -2x^2 + 4x - 11$, $x = -1$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(2x - 6) - 4 \cos 2(2x - 6) + 5) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(5; 2)$, $C(9; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D:

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 63

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(6; 3)$, $C(6; 7)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 7; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x - 2y + z = -3$ и $4x - 2y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 3$, $x = 5$, $z = 2$, $z = 11 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(1; 1)$, $C(4; 1)$, $D(4; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 2y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -1)$, $B(6; -1)$, $C(4; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-4x - 2y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = -2$, $y = -2$, $y = 1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(-7; 11)$, $C(-10; 10)$, $D(-13; 7)$.

Вариант 64

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(5; 0)$, $C(9; -4)$, $D(5; -4)$.

$$1) \int_1^9 dx \int_{1-x}^{5-x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^0 dy \int_{1+y}^{5+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^9 dx \int_{-4}^0 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^0 dy \int_{1-y}^{5-y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 10x + 5$,

$y = x^2 - 12x - 7$, $x = 2$, $x = 4$, является

$$1) -51 \quad 2) x^2 - 12x - 7 \quad 3) -x^2 - 10x + 5$$

$$4) -70 \quad 5) -19 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(3; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 11$ является

$$1) 3 - \sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 2) 3 \quad 3) 11 - y$$

$$4) \sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 5) -\sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 6) 3 + \sqrt{-32 - 12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x + 8$

и $y = -4x^2 + 15x + 32$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 + 2x - 6$ и $y = -2x^2 + 26x + 24$, $x = -4$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (3 \sin(4x - 2) - 3 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 2) + 4) dx dy$$

по треугольной области с

вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(4; 4)$, $C(7; 4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 64

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(5; 1)$, $C(5; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 5y - z = 2$ и $5x - 5y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 5$, $x = 3$, $z = 2$, $z = 3 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 4y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -1)$, $B(0; -4)$, $C(0; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 4$, $y = 8 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -3)$, $B(-3; 6)$, $C(-10; 3)$, $D(-13; -1)$.

Вариант 65

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; -2), B(12; 8), C(12; 18)$.

$$1) \int_2^{12} dx \int_{-4-x}^{-6-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{12} dx \int_{-2}^{18} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^{12} dx \int_{-4+x}^{-6+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^{18} dy \int_{\frac{6+y}{2}}^{4+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x + 1$,

$y = x^2 - 6x - 27, x = -1, x = 6$, является

$$1) -x^2 + 4x + 1 \quad 2) -11 \quad 3) -11$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) x^2 - 6x - 27 \quad 6) -4$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-2; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 2$ является

$$1) -2 - \sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 2) -\sqrt{-32 - 12y - y^2} \quad 3) \sqrt{-32 - 12y - y^2}$$

$$4) 2 - y \quad 5) -2 \quad 6) -2 + \sqrt{-32 - 12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 2x - 2$

и $y = -4x^2 - 50x - 74$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 5x^2 + 4x + 2$ и $y = 4x^2 + 11x - 4, x = -2, x = 9$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2), B(3; -2), C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos 2(3 - 5x) + 1 + 6 \sin 2(3 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-2; 7), B(8; 7), C(3; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 65

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 4)$, $B(0; 8)$, $C(3; 8)$, $D(3; 4)$, если плотность $\gamma = 2x + 2y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(3; 7; 0)$, $C(7; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x + y + z = -2$ и $-3x + y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x, 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $30x + 36y + 30z = 180$ и $6x + 9y + 6z = 18$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(-1; 2)$, $C(4; 2)$, $D(4; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 3y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(0; 6)$, $C(2; 6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x + 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 6$, $y = 8 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(3; 3)$, $C(8; 5)$, $D(11; -3)$.

Вариант 66

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(0; 4)$, $C(4; -4)$.

$$1) \int_0^4 dx \int_{-4}^4 f(x, y) dy \quad 2) \int_0^4 dx \int_{0+x}^{4+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^4 dy \int_{-8-y}^{\frac{-12-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_0^4 dx \int_{0-x}^{4-2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 5$,

$y = x^2 - 11x - 61$, $x = -3$, $x = 6$, является

$$1) x^2 - 11x - 61 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) 1$$

$$4) -71 \quad 5) -23.75 \quad 6) -x^2 - 5x - 5$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-1; -1)$,

вырезанной прямой $y = x + 3$ является

$$1) -\sqrt{8 - 2x - x^2} \quad 2) -1 + \sqrt{8 - 2x - x^2} \quad 3) 2$$

$$4) \sqrt{8 - 2x - x^2} \quad 5) -1 - \sqrt{8 - 2x - x^2} \quad 6) x + 3$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x - 7$ и $y = -2x^2 + 9x + 113$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 5x + 4$ и $y = -3x^2 + x + 4$, $x = -6$, $x = 1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -4)$, $B(-1; 1)$, $C(4; -4)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(4x - 6) + 4 \sin(4x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 12) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-5; -3)$, $B(3; 3)$, $C(-1; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 66

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 5)$, $C(4; 5)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 3}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 3; 0)$, $B(3; 1; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями

$$5x - 4y - z = -1 \text{ и } 5x - 4y - z = 1.$$

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$$36(z - 10)^2 = 36(x^2 + y^2), \text{ и } 36(z + 2)^2 = 36(x^2 + y^2), \text{ равна } M\pi. \text{ Найти значение } M.$$

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; -3)$, $B(2; 0)$, $C(5; 0)$, $D(5; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 5$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 3)$, $B(1; 6)$, $C(1; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-4x + 2y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 1$, $y = -6 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(4; 2)$, $C(9; 5)$, $D(11; 0)$.

Вариант 67

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(4; -6)$, $C(4; 3)$.

$$1) \int_0^4 dx \int_{-6}^3 f(x, y) dy \quad 2) \int_0^4 dx \int_{\frac{-5}{4}x-4}^{\frac{4}{4}x-4} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^4 dx \int_{\frac{-5x+4}{4}}^{\frac{4x+4}{4}} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^4 dx \int_{\frac{-5x-4}{4}}^{\frac{4x-4}{4}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x + 4$,

$y = x^2 - 9x - 14$, $x = -5$, $x = -4$, является

$$1) -x^2 - 9x + 4 \quad 2) -56.75 \quad 3) x^2 - 9x - 14$$

$$4) 24 \quad 5) 24 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(2; 4)$,

вырезанной прямой $y = x + 6$ является

$$1) 0 \quad 2) 4 - \sqrt{12 + 4x - x^2} \quad 3) -\sqrt{12 + 4x - x^2}$$

$$4) \sqrt{12 + 4x - x^2} \quad 5) 4 + \sqrt{12 + 4x - x^2} \quad 6) x + 6$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 5x + 3$ и $y = -3x^2 - 30x - 27$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 2$ и $y = -4x^2 - 12x + 238$, $x = -7$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(1; -1)$, $C(1; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(3x) - 4e^{3x} - 4e^{-3x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -2)$, $B(5; -4)$, $C(0; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 67

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(0; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 1)$, если плотность $\gamma = \frac{6y + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - y + z = 3$ и $2x - y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 3 - x^2 - y^2\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 11 - \frac{9}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -7 + \frac{9}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 8$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 3y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 2)$, $B(0; 2)$, $C(1; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-3x - 2y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x - 2y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = -1$, $y = 2$, $y = 8 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-5; 5)$, $C(-11; 4)$, $D(-14; -2)$.

Вариант 68

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(7; 6)$, $C(-1; 10)$.

$$1) \int_{-1}^7 dx \int_{-2}^{10} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^7 dx \int_{\frac{8x+8}{8}}^{\frac{-4x-76}{8}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^7 dx \int_{\frac{8}{8}x-8}^{\frac{-4}{8}x+76} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^7 dx \int_{\frac{8x-8}{8}}^{\frac{-4x+76}{8}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 5$,

$y = x^2 - 4x - 7$, $x = -4$, $x = -3$, является

1) -3 2) 2 3) Нет однозначного ответа

4) 2 5) $x^2 - 4x - 7$ 6) $-x^2 - 2x + 5$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-2; 5)$,

вырезанной прямой $y = -x + 7$ является

1) $\sqrt{12 - 4x - x^2}$ 2) 9 3) $7 - x$

4) $5 - \sqrt{12 - 4x - x^2}$ 5) $5 + \sqrt{12 - 4x - x^2}$ 6) $-\sqrt{12 - 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 7$ и $y = -2x^2 + 20x + 65$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 2$ и $y = 2x^2 - 12x - 22$, $x = -7$, $x = -2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(5; -6)$, $C(3; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -x \leq y \leq x\}$.

Вариант 68

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = 0.03$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(4; -2; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + 2y - z = 1$ и $-3x + 2y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, -1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 2 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 3$, $z = 3$, $z = 5$, $y = 8 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(1; 3)$, $C(3; 3)$, $D(3; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 9$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 4y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 3)$, $B(2; 5)$, $C(5; 8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 10$, $y = 3$, $y = 6$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(-5; 6)$, $C(-10; 5)$, $D(-13; -1)$.

Вариант 69

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(3; 7)$, $C(8; 7)$, $D(3; 2)$.

$$1) \int_{-2}^8 dx \int_{-4+x}^{1+x} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^7 dy \int_{-4+y}^{1+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_2^7 dy \int_{-4-y}^{1-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^8 dx \int_2^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x - 2$,

$y = x^2 - 9x - 62$, $x = 7$, $x = 8$, является

$$1) x^2 - 9x - 62 \quad 2) -122 \quad 3) -38.75$$

$$4) -100 \quad 5) -x^2 - 7x - 2 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-4; 3)$,

вырезанной прямой $y = -x + 4$ является

$$1) -2 \quad 2) 3 - \sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 3) 3 + \sqrt{9 - 8x - x^2}$$

$$4) -\sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 5) \sqrt{9 - 8x - x^2} \quad 6) 4 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 6$

и $y = -4x^2 - 8x + 84$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 2x + 6$ и $y = -3x^2 + 3x + 18$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(0; -2)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (6 \cos^2(5x - 4) - 3 \cos 2(5x - 4) + 1) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(1; 4)$, $C(3; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D:

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 69

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 4)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 5; 0)$, $C(5; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x - 3y + z = -2$ и $x - 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, -1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$,

$y = -1$, $y = 3$, $z = 0$, $z = 2 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 2y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -3)$, $B(2; -7)$, $C(3; -7)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x + 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 4y - 4$, вырезанной плоскостями $y = -1$, $y = 2 + x$, $y = 6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(1; 3)$, $C(5; 4)$, $D(8; 0)$.

Вариант 70

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-4; 4)$, $B(3; 4)$, $C(10; -3)$, $D(3; -3)$.

$$1) \int_{-3}^4 dy \int_{0-y}^{7-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-4}^{10} dx \int_{-3}^4 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^4 dy \int_{0+y}^{7+y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-4}^{10} dx \int_{0-x}^{7-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2x + 4$,

$y = x^2 - 10x - 10$, $x = 8$, $x = 11$, является

$$1) -44 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) -95$$

$$4) x^2 - 10x - 10 \quad 5) -x^2 + 2x + 4 \quad 6) 1$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-5; 1)$,

вырезанной прямой $y = -x - 7$ является

$$1) 1 + \sqrt{-16 - 10x - x^2} \quad 2) \sqrt{-16 - 10x - x^2} \quad 3) -7 - x$$

$$4) 4 \quad 5) -\sqrt{-16 - 10x - x^2} \quad 6) 1 - \sqrt{-16 - 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x - 5$

и $y = -4x^2 - 5x + 58$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3x^2 + 2x + 6$ и $y = -3x^2 - 16x + 30$, $x = -7$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 2)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2 \sin(3x - 4) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 3x + 4) + 3) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(-2; -5)$, $B(4; -2)$, $C(10; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -x, y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 70

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 4)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; 2; 0)$, $B(2; -2; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 2y - z = 2$ и $-2x + 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 7 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 2$, $x = 5$, $z = 3$, $z = 7 - y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -3)$, $B(1; -7)$, $C(1; -8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-3x - 2y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x - 2y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 4$, $y = -3 + x$, $y = 7 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(0; 6)$, $C(4; 9)$, $D(6; 2)$.

Вариант 71

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(11; 7)$, $C(11; 16)$.

$$\begin{aligned} 1) \int_{-2}^{16} dy \int_{\frac{6+y}{2}}^{4+y} f(x, y) dx & \quad 2) \int_2^{11} dx \int_{-2}^{16} f(x, y) dy \\ 3) \int_2^{11} dx \int_{-4+x}^{-6+2x} f(x, y) dy & \quad 4) \int_2^{11} dx \int_{-4-x}^{-6-2x} f(x, y) dy \end{aligned}$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 3$,

$y = x^2 - 11x - 13$, $x = -2$, $x = 0$, является

$$\begin{aligned} 1) -9.75 & \quad 2) -3 \quad 3) -x^2 - 3x - 3 \\ 4) \text{ Нет однозначного ответа} & \quad 5) -1 \quad 6) x^2 - 11x - 13 \end{aligned}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(5; -5)$, вырезанной прямой $y = -4 - x$ является

$$\begin{aligned} 1) -4 - x & \quad 2) -9 & \quad 3) -5 + \sqrt{-9 + 10x - x^2} \\ 4) -5 - \sqrt{-9 + 10x - x^2} & \quad 5) \sqrt{-9 + 10x - x^2} & \quad 6) -\sqrt{-9 + 10x - x^2} \end{aligned}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 4x - 5$ и $y = -2x^2 - 24x - 5$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 3$ и $y = 3x^2 - 5x + 33$, $x = -8$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; -5)$, $C(5; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(2x) - 2e^{2x} - 2e^{-2x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -5)$, $B(7; -7)$, $C(1; -7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :
 $\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 71

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(3; 2)$, $C(3; 4)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 0; 0)$, $C(0; 0; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x - 3y + z = 2$ и $2x - 3y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x, -3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 1 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 4$, $x = 5$, $z = -3$, $z = -5 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -2)$, $B(6; -2)$, $C(5; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x + 3y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 1$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-5; 8)$, $C(-12; 6)$, $D(-14; 2)$.

Вариант 72

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 7)$, $B(2; 17)$, $C(12; -3)$.

$$1) \int_2^{12} dx \int_{9-x}^{21-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{12} dx \int_{-3}^{17} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^2 dx \int_{9+x}^{21+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^{17} dy \int_{-15-y}^{\frac{-27-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 3x + 1$,

$y = x^2 - 7x - 27$, $x = 6$, $x = 8$, является

- 1) $-x^2 + 3x + 1$ 2) -5.75 3) Нет однозначного ответа
4) -39 5) -17 6) $x^2 - 7x - 27$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-5; -4)$,

вырезанной прямой $y = x - 5$ является

- 1) $\sqrt{11 - 10x - x^2}$ 2) $-5 + x$ 3) $-4 + \sqrt{11 - 10x - x^2}$
4) -4 5) $-\sqrt{11 - 10x - x^2}$ 6) $-4 - \sqrt{11 - 10x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x + 2$ и $y = -3x^2 - 16x + 110$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 + 2x - 6$ и $y = -4x^2 - 4x - 11$, $x = -8$, $x = 0$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 4)$, $C(4; 4)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(4x) + 2e^{-4x} - 2e^{-4x} + 14) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(9; -4)$, $C(5; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\left\{ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 72

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(5; 3)$, $C(5; 6)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(1; -1; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x + 2y - z = 3$ и $4x + 2y - z = 6$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \sqrt{3}x, -3 + x^2 + y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $15x + 12y + 20z = 60$ и $6x + 2y + 3z = 6$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 3)$, $C(4; 3)$, $D(4; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 4y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -3)$, $B(6; -6)$, $C(6; -4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = 2$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(-7; -1)$, $D(-10; -7)$.

Вариант 73

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(6; -6)$, $C(6; 5)$.

$$1) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{-5x+24}{9}}^{\frac{6x-9}{9}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{-5x-24}{9}}^{\frac{6x+9}{9}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^6 dx \int_{\frac{5}{9}x-24}^{\frac{6}{9}x+9} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^6 dx \int_{-6}^5 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 7x - 3$,

$y = x^2 - 5x - 17$, $x = 0$, $x = 6$, является

$$1) -x^2 + 7x - 3 \quad 2) -39.75 \quad 3) 3$$

$$4) x^2 - 5x - 17 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -3$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(4; 3)$,

вырезанной прямой $y = x - 6$ является

$$1) -\sqrt{9 + 8x - x^2} \quad 2) x - 6 \quad 3) 3 + \sqrt{9 + 8x - x^2}$$

$$4) \sqrt{9 + 8x - x^2} \quad 5) 3 - \sqrt{9 + 8x - x^2} \quad 6) -2$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x - 7$

и $y = -4x^2 - 2x + 173$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 3x^2 + 3x + 4$ и $y = -2x^2 - 17x + 4$, $x = -5$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(2; -2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(6x - 5) - 3 \cos 2(6x - 5) + 7) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(3; 0)$, $C(8; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}$.

Вариант 73

- 9.** Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 7)$, $C(4; 7)$, $D(4; 1)$, если плотность $\gamma = 4x + 2y + 3$.
- 10.** Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 3; 0)$, $C(3; -3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x - 2y + z = -1$ и $-x - 2y + z = 3$.
- 11.** Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- 12.** Мера множества, ограниченного поверхностями $36(z - 16)^2 = 81(x^2 + y^2)$, и $36(z + 2)^2 = 81(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .
- 13.** В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(0; 5)$, $C(3; 5)$, $D(3; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить момент инерции относительно оси Ox .
- 14.** Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 3y + 3) dl$, где L - ломаная ABC , $A(2; 1)$, $B(4; 3)$, $C(7; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
- 15.** Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x - 3y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 3y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 6$, $y = 7$, $y = 10 - x$.
- 16.** Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-2; 4)$, $C(4; 5)$, $D(7; -3)$.

Вариант 74

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(6; 5)$, $C(-4; 14)$.

$$1) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{5x-20}{10}}^{\frac{-9x-104}{10}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^6 dx \int_0^{14} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{5x+20}{10}}^{\frac{-9x+104}{10}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^6 dx \int_{\frac{5}{10}x+20}^{\frac{-9}{10}x+104} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 4x - 5$,

$y = x^2 - 4x - 23$, $x = -2$, $x = 2$, является

$$1) -1 \quad 2) -x^2 - 4x - 5 \quad 3) x^2 - 4x - 23$$

$$4) -17 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -17$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(2; 2)$,

вырезанной прямой $x = y - 3$ является

$$1) \sqrt{5 + 4y - y^2} \quad 2) y - 3 \quad 3) -\sqrt{5 + 4y - y^2}$$

$$4) 2 + \sqrt{5 + 4x - x^2} \quad 5) 2 - \sqrt{5 + 4x - x^2} \quad 6) 5$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 2x + 2$ и $y = -4x^2 + 28x - 22$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 3$ и $y = 3x^2 - 13x - 15$, $x = -9$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-3; 3)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(6x - 4) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 6x + 4) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(6; 5)$, $C(11; 5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x\}.$$

Вариант 74

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 6; 0)$, $B(6; 3; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями $4x - 2y - z = 3$ и $4x - 2y - z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 9 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 5 - \frac{6}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -7 + \frac{6}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(-2; 4)$, $C(1; 4)$, $D(1; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; 2)$, $B(7; 6)$, $C(7; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 2$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -4)$, $B(-1; 1)$, $C(3; 3)$, $D(6; -5)$.

Вариант 75

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(5; 11)$, $C(14; 11)$, $D(5; 2)$.

$$1) \int_{-4}^{14} dx \int_2^{11} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^{11} dy \int_{-6+y}^{3+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_2^{11} dy \int_{-6-y}^{3-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-4}^{14} dx \int_{-6+x}^{3+x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x + 4$,

$y = x^2 - 8x - 46$, $x = -9$, $x = -6$, является

- 1) $-x^2 - 8x + 4$ 2) $x^2 - 8x - 46$ 3) 16
4) -44 5) -5 6) Нет однозначного ответа

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-1; 5)$,

вырезанной прямой $y = x + 8$ является

- 1) $-1 - \sqrt{-21 + 10y - y^2}$ 2) $-1 + \sqrt{-21 + 10y - y^2}$ 3) $y - 8$
4) -3 5) $\sqrt{-21 + 10y - y^2}$ 6) $-\sqrt{-21 + 10y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x + 2$

и $y = -3x^2 - 3x + 26$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 - 4x + 8$ и $y = -4x^2 + 3x - 2$, $x = 0$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; -2)$, $C(2; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos 2(3 - 6x) + 3 + 8 \sin 2(3 - 6x)) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(0; 8)$, $B(4; 8)$, $C(2; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\left\{ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 75

- 9.** Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4y + 5}{100}$.
- 10.** Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 4; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x + 3y + z = -2$ и $-2x + 3y + z = 1$.
- 11.** Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :
 $\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.
- 12.** Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 2$, $z = 3$, $z = 7$, $y = 3 - x$.
- 13.** В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 5)$, $C(7; 5)$, $D(7; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 9$. Определить ординату центра масс.
- 14.** Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 3y - 4) dl$, где L - ломаная ABC , $A(-2; 2)$, $B(2; 2)$, $C(5; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
- 15.** Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = -1$, $y = 1$, $y = 7 - x$.
- 16.** Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -4)$, $B(-4; 3)$, $C(-11; 0)$, $D(-14; -5)$.

Вариант 76

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 11)$, $B(10; 11)$, $C(19; 2)$, $D(10; 2)$.

$$1) \int_2^{11} dy \int_{12-y}^{21-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_1^{19} dx \int_2^{11} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{19} dx \int_{12-x}^{21-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^{11} dy \int_{12+y}^{21+y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 5$,

$y = x^2 - 7x - 11$, $x = -5$, $x = -2$, является

$$1) -11.75 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) -15$$

$$4) x^2 - 7x - 11 \quad 5) -3 \quad 6) -x^2 - 3x - 5$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-1; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 7$ является

$$1) -1 + \sqrt{-32 + 12y - y^2} \quad 2) 1 \quad 3) -\sqrt{-32 + 12y - y^2}$$

$$4) 7 - y \quad 5) \sqrt{-32 + 12y - y^2} \quad 6) -1 - \sqrt{-32 + 12y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 5x + 4$

и $y = -3x^2 + 29x + 4$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 + 5x - 6$ и $y = -3x^2 - 58x - 132$, $x = -8$, $x = 0$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 1)$, $C(1; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos(3x - 5) + 2 \sin(3x - 5 - \frac{\pi}{2}) + 14) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(5; 4)$, $C(1; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 76

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 5)$, $C(2; 5)$, $D(2; 3)$, если плотность $\gamma = 0.03$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(1; -1; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $x - y - z = 1$ и $x - y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -3 + x^2 + y^2 \leq z \leq -1 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 2$, $y = 4$, $z = -3$, $z = -3 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(-1; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 3y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 2)$, $B(-2; 5)$, $C(2; 9)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (4x + 2y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 2y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 9$, $y = 1$, $y = 4$, $y = -2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-6; 7)$, $C(-12; 4)$, $D(-14; 0)$.

Вариант 77

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(2; 7)$, $C(2; 12)$.

$$1) \int_2^{12} dy \int_{\frac{-8+y}{2}}^{\frac{-5+y}{2}} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-3}^2 dx \int_2^{12} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^2 dx \int_{5+x}^{8+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^2 dx \int_{5-x}^{8-2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 4$,

$y = x^2 - 9x - 20$, $x = 5$, $x = 7$, является

$$1) -54 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) -x^2 - 5x - 4$$

$$4) -88 \quad 5) -22.75 \quad 6) x^2 - 9x - 20$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(3; 5)$,

вырезанной прямой $x = -y + 13$ является

$$1) \sqrt{10y - y^2} \quad 2) 3 - \sqrt{10y - y^2} \quad 3) -\sqrt{10y - y^2}$$

$$4) 3 \quad 5) 13 - y \quad 6) 3 + \sqrt{10y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x + 2$ и $y = -4x^2 - 11x + 194$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x - 2$ и $y = 3x^2 + x + 13$, $x = -8$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(5; -1)$, $C(5; 5)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(5; -1)$, $C(2; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\}.$$

Вариант 77

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 5)$, $C(6; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 1; 0)$, $C(1; -3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + y + z = -3$ и $-3x + y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = -1$, $x = 6$, $z = 2$, $z = 5 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(-2; 1)$, $C(1; 1)$, $D(1; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4y + 9$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(3; -1)$, $C(4; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x + 3y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 3y + 4$, вырезанной плоскостями $y = 1$, $y = 4 + x$, $y = 6 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(2; 6)$, $C(7; 8)$, $D(9; 4)$.

Вариант 78

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 5)$, $B(-3; 12)$, $C(4; -2)$.

$$1) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{2-x}{2}}^{6-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^{-3} dx \int_{2+x}^{6+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^{12} dy \int_{-6-y}^{\frac{-10-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-3}^4 dx \int_{-2}^{12} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 3$,

$y = x^2 - 12x - 23$, $x = 6$, $x = 9$, является

1) Нет однозначного ответа 2) -30 3) $-x^2 - 6x - 3$

4) -138 5) -75 6) $x^2 - 12x - 23$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-5; 5)$,

вырезанной прямой $x = -y - 6$ является

1) $-5 - \sqrt{11 + 10y - y^2}$ 2) $-\sqrt{11 + 10y - y^2}$ 3) -5

4) $-5 + \sqrt{11 + 10y - y^2}$ 5) $\sqrt{11 + 10y - y^2}$ 6) $-6 - y$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x + 7$ и $y = -4x^2 + 25x + 133$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 - 3x - 4$ и $y = -3x^2 + x - 7$, $x = -1$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(6x - 3) - 4 \cos 2(6x - 3) + 1) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(6; 1)$, $C(11; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 78

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(4; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 5; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x - y - z = -3$ и $x - y - z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -x, y \geq x, 2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 7 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 3$, $x = 1$, $z = 3$, $z = 0 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(-1; 3)$, $C(4; 3)$, $D(4; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 8$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 2y + 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(1; -1)$, $C(1; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $y = 7$, $y = 1 + x$, $y = 5 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(2; 3)$, $C(7; 4)$, $D(9; -2)$.

Вариант 79

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(9; -6)$, $C(9; 10)$.

$$1) \int_{-1}^9 dx \int_{-6}^{10} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^9 dx \int_{\frac{-8x+12}{10}}^{\frac{8x+28}{10}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^9 dx \int_{\frac{-8}{10}x+12}^{\frac{8}{10}x+28} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^9 dx \int_{\frac{-8x-12}{10}}^{\frac{8x-28}{10}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x - 4$,

$y = x^2 - 9x - 36$, $x = -5$, $x = -3$, является

$$1) -64.75 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) x^2 - 9x - 36 \\ 4) -x^2 - 9x - 4 \quad 5) 14 \quad 6) 16$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-4; -2)$,

вырезанной прямой $y = x + 5$ является

$$1) -2 + \sqrt{-7 - 8x - x^2} \quad 2) \sqrt{-7 - 8x - x^2} \quad 3) 1 \\ 4) x + 5 \quad 5) -\sqrt{-7 - 8x - x^2} \quad 6) -2 - \sqrt{-7 - 8x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 7$ и $y = -3x^2 - 26x + 79$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x + 8$ и $y = -4x^2 - 29x + 80$, $x = -8$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(4; -4)$, $C(4; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \sin(6x - 2) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 6x + 2) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(0; 2)$, $C(4; 2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 79

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(5; 2)$, $C(5; 4)$, если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $4x + 2y + z = 1$ и $4x + 2y + z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $20x + 12y + 15z = 60$ и $6x + 6y + 4z = 12$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(1; 1)$, $C(0; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = -1$, $y = 5 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(-3; 9)$, $C(-10; 8)$, $D(-12; 3)$.

Вариант 80

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(2; 8)$, $C(-4; 13)$.

$$1) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{9x-30}{6}}^{\frac{-5x-58}{6}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{9}{6}x+30}^{\frac{-5}{6}x+58} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^2 dx \int_{-1}^{13} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{9x+30}{6}}^{\frac{-5x+58}{6}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 4$,

$y = x^2 - 7x - 26$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) -24 \quad 2) x^2 - 7x - 26 \quad 3) -50$$

$$4) -2.75 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -x^2 - 3x + 4$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -2)$,

вырезанной прямой $y = x - 4$ является

$$1) -2 + \sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 2) x - 4 \quad 3) \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

$$4) -\sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 5) -5 \quad 6) -2 - \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x + 5$ и $y = -3x^2 - 30x - 23$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 + 3x + 6$ и $y = 4x^2 + 7x + 18$, $x = -5$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 7)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(3 - 6x) + 3 + 4 \sin 2(3 - 6x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 8)$, $B(5; 8)$, $C(1; 2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 80

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(4; 3)$, $C(4; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 7; 0)$, $C(7; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x - y + z = 2$ и $-3x - y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -x, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 7 - x^2 - y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$9(z - 5)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $9(z + 7)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -2)$, $B(5; -4)$, $C(5; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-4x + 2y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 2y - 3$, вырезанной плоскостями $x = -2$, $y = 4$, $y = 8 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-4; 7)$, $C(-10; 6)$, $D(-13; 3)$.

Вариант 81

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(2; 5)$, $C(7; 5)$, $D(2; 0)$.

$$1) \int_{-3}^7 dx \int_{-3+x}^{2+x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^5 dy \int_{-3+y}^{2+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-3}^7 dx \int_0^5 f(x, y) dy \quad 4) \int_0^5 dy \int_{-3-y}^{2-y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 5x$,

$y = x^2 - 7x - 14$, $x = 0$, $x = 6$, является

$$1) -18.75 \quad 2) x^2 - 7x - 14 \quad 3) -6$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) 0 \quad 6) -x^2 + 5x$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-2; -5)$,

вырезанной прямой $y = -x - 5$ является

$$1) -5 - \sqrt{4x - x^2} \quad 2) \sqrt{4x - x^2} \quad 3) -5 - x$$

$$4) -5 + \sqrt{4x - x^2} \quad 5) -\sqrt{4x - x^2} \quad 6) -3$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x - 7$

и $y = -4x^2 - 39x - 37$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 2x - 5$ и $y = -3x^2 + x + 7$, $x = -5$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(5; 3)$, $C(5; 5)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2 \cos(4x - 3) + 2 \sin(4x - 3 - \frac{\pi}{2}) + 14) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(7; 5)$, $C(4; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -x, y \geq \sqrt{3x}\}.$$

Вариант 81

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 4)$, $B(3; 9)$, $C(6; 9)$, $D(6; 4)$, если плотность $\gamma = 2x + 6y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 7; 0)$, $B(7; 1; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями $x + y - z = 3$ и $x + y - z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -x, y \leq \sqrt{3}x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 12 - \frac{9}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -6 + \frac{9}{4}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 3y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 1)$, $B(6; 5)$, $C(8; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (2x - 4y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 6$, $y = 6$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-2; 5)$, $C(5; 7)$, $D(9; 2)$.

Вариант 82

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(7; -1)$, $D(3; -1)$.

$$1) \int_{-1}^7 dx \int_{-1}^3 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^3 dy \int_{2-y}^{6-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-1}^7 dx \int_{2-x}^{6-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^3 dy \int_{2+y}^{6+y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 4$,

$y = x^2 - 5x - 20$, $x = -2$, $x = 3$, является

1) 6 2) $-x^2 - 3x + 4$ 3) Нет однозначного ответа

4) -2.75 5) $x^2 - 5x - 20$ 6) -14

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(2; -2)$,

вырезанной прямой $y = -x + 2$ является

1) -4 2) $-2 - \sqrt{4x - x^2}$ 3) $-2 + \sqrt{4x - x^2}$

4) $-\sqrt{4x - x^2}$ 5) $\sqrt{4x - x^2}$ 6) $2 - x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x - 8$

и $y = -2x^2 + 3x + 2$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 2x^2 + 4x + 6$ и $y = -2x^2 + 12x + 38$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(-1; 1)$, $C(3; -3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(2x) - 3e^{2x} - 3e^{-2x} + 8) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(8; -6)$, $C(3; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 82

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x - 3y + z = 3$ и $-x - 3y + z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x, -2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = -2$, $z = -1$, $z = 7$, $y = 4 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 7$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 2)$, $B(4; 4)$, $C(4; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = 4$, $y = -3 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-1; 1)$, $C(2; 3)$, $D(4; -5)$.

Вариант 83

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(6; 7)$, $C(6; 15)$.

$$1) \int_{-2}^6 dx \int_{-1+x}^{3+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^6 dx \int_{-1}^{15} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^{15} dy \int_{\frac{-3+y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^6 dx \int_{1-x}^{3-2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 1$,

$y = x^2 - 12x - 9$, $x = -5$, $x = -2$, является

$$1) -x^2 - 6x - 1 \quad 2) 7 \quad 3) -28$$

$$4) 4 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) x^2 - 12x - 9$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(4; 4)$,

вырезанной прямой $y = -x + 5$ является

$$1) 4 - \sqrt{-7 + 8x - x^2} \quad 2) -\sqrt{-7 + 8x - x^2} \quad 3) 5 - x$$

$$4) 4 + \sqrt{-7 + 8x - x^2} \quad 5) 7 \quad 6) \sqrt{-7 + 8x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 6$ и $y = -2x^2 - 17x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x - 6$ и $y = 2x^2 + 10x - 6$, $x = -3$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(5; -5)$, $C(5; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(5x) + 4e^{-5x} - 4e^{-5x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(6; -8)$, $C(2; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{3}x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 83

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{4y + 6}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(4; 1; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $3x + y - z = 2$ и $3x + y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = -1$, $y = 1$, $z = -3$, $z = -4 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(1; 0)$, $C(2; 0)$, $D(2; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 4y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -3)$, $B(1; -3)$, $C(3; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x + 4y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 3$, $y = 5$, $y = 8 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -4)$, $B(-2; 2)$, $C(-5; 1)$, $D(-6; -3)$.

Вариант 84

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 11)$, $B(-3; 20)$, $C(6; 2)$.

$$1) \int_{-3}^{-3} dx \int_{8+x}^{14+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^{-3} dx \int_{\frac{-10-y}{2}}^{20} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^{-3} dx \int_{8-x}^{14-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{2}^{20} dy \int_{-4-y}^{6} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x + 4$,

$y = x^2 - 9x - 8$, $x = -6$, $x = -3$, является

1) Нет однозначного ответа 2) $-x^2 - 7x + 4$ 3) -32.75
 4) $x^2 - 9x - 8$ 5) 16 6) 10

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -2)$,

вырезанной прямой $y = 0 - x$ является

1) $-2 - \sqrt{-16 + 10x - x^2}$ 2) $-2 + \sqrt{-16 + 10x - x^2}$ 3) $\sqrt{-16 + 10x - x^2}$
 4) $-\sqrt{-16 + 10x - x^2}$ 5) $+0 - x$ 6) -5

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x + 3$ и $y = -2x^2 - 8x + 39$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -4x^2 - 5x - 4$ и $y = -3x^2 - 7x - 4$, $x = -5$, $x = 1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; 2)$, $C(2; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(5x - 3) - 3 \cos 2(5x - 3) + 7) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(1; 2)$, $C(6; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -x, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 84

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 0.03$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 4; 0)$, $C(4; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $-2x - 3y + z = -1$ и $-2x - 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -x, y \leq x, -1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 5 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = -2$, $x = 4$, $z = 2$, $z = 7 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(1; 0)$, $C(2; 0)$, $D(2; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 2y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -3)$, $B(-2; -1)$, $C(1; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x + 3y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 3y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 9$, $y = -4$, $y = 1$, $y = -3 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(0; 6)$, $C(-4; 4)$, $D(-5; -1)$.

Вариант 85

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(8; -4)$, $C(8; 7)$.

$$1) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6x-24}{6}}^{\frac{5x-2}{6}} f(x, y) dy \quad 2) \int_2^8 dx \int_{-4}^7 f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6}{6}x+24}^{\frac{5}{6}x+2} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^8 dx \int_{\frac{-6x+24}{6}}^{\frac{5x+2}{6}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 5$,

$y = x^2 - 4x - 19$, $x = 4$, $x = 5$, является

$$1) -22 \quad 2) -50 \quad 3) -35$$

$$4) x^2 - 4x - 19 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -x^2 - 6x + 5$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(5; -4)$,

вырезанной прямой $y = x - 12$ является

$$1) -4 - \sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 2) -\sqrt{-16 + 10x - x^2} \quad 3) \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

$$4) -12 + x \quad 5) -4 \quad 6) -4 + \sqrt{-16 + 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x + 6$ и $y = -2x^2 + 33x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 2x + 2$ и $y = -3x^2 + 2x + 218$, $x = -9$, $x = 9$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(1; -2)$, $C(1; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \sin(4x - 6) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 4x + 6) + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(5; 3)$, $C(9; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 85

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 7)$, $C(6; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 4; 0)$, $B(4; 2; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x + 2y - z = -3$ и $2x + 2y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, -2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 4$, $x = 7$, $z = -1$, $z = -3 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-3; 3)$, $C(0; 3)$, $D(0; 0)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 1)$, $B(1; -1)$, $C(2; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (2x - 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 4y - 4$, вырезанной плоскостями $y = -1$, $y = -2 + x$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 2)$, $B(-2; 6)$, $C(4; 9)$, $D(8; 3)$.

Вариант 86

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(3; 3)$, $C(-3; 12)$.

$$1) \int_{-3}^3 dx \int_{-3}^{12} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^3 dx \int_{\frac{6x+0}{6}}^{\frac{-9x+45}{6}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^3 dx \int_{\frac{6x-0}{6}}^{\frac{-9x-45}{6}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^3 dx \int_{\frac{6}{6}x+0}^{\frac{-9}{6}x+45} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x - 1$,

$y = x^2 - 8x - 9$, $x = 5$, $x = 8$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) -36 3) -4
 4) $-x^2 - 2x - 1$ 5) $x^2 - 8x - 9$ 6) -81

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(1; 6)$,

вырезанной прямой $y = x + 1$ является

- 1) $x + 1$ 2) $\sqrt{15 + 2x - x^2}$ 3) $-\sqrt{15 + 2x - x^2}$
 4) $6 - \sqrt{15 + 2x - x^2}$ 5) $6 + \sqrt{15 + 2x - x^2}$ 6) 2

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 4x + 5$ и $y = -4x^2 - 53x - 37$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 2$ и $y = 3x^2 + 14$, $x = -3$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(4 - 5x) + 3 + 4 \sin 2(4 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 4)$, $B(6; 4)$, $C(3; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq x\}.$$

Вариант 86

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(1; 5)$, $C(3; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 1; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x + y + z = 1$ и $-x + y + z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $56x + 42y + 48z = 336$ и $12x + 12y + 16z = 48$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(-1; 8)$, $C(3; 8)$, $D(3; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 6$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 1)$, $B(0; -2)$, $C(0; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x + 3y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 3y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 8$, $y = 2 + x$, $y = 6 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-1; 2)$, $C(4; 3)$, $D(8; -2)$.

Вариант 87

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(10; 9)$, $C(19; 9)$, $D(10; 0)$.

$$1) \int_1^{19} dx \int_{1+x}^{10+x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^9 dy \int_{1-y}^{10-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^{19} dx \int_0^9 f(x, y) dy \quad 4) \int_0^9 dy \int_{1+y}^{10+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 16x - 5$,

$y = x^2 - 12x - 35$, $x = -6$, $x = -4$, является

$$1) -197 \quad 2) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 3) 43$$

$$4) x^2 - 12x - 35 \quad 5) 55 \quad 6) -x^2 - 16x - 5$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-4; 2)$,

вырезанной прямой $x = y - 11$ является

$$1) -4 + \sqrt{21 + 4x - x^2} \quad 2) 1 \quad 3) y - 11$$

$$4) \sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 5) -\sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 6) -4 - \sqrt{21 + 4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x + 5$

и $y = -4x^2 - 5x + 21$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 - 3x - 8$ и $y = -4x^2 + 2x - 12$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; -2)$, $C(2; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(6x) - 4e^{6x} - 4e^{-6x} + 12) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -4)$, $B(8; -6)$, $C(3; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 87

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(4; 2)$, $C(4; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(6; 2; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$2x + 2y - z = 3$ и $2x + 2y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -x, 1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$16(z - 8)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $16(z + 4)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$,

$C(3; 4)$, $D(3; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 2y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(-1; 3)$, $C(-4; 6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x - 2y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости

$z = 2x - 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 3$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального

четырёхугольника с вершинами в точках $A(2; -4)$, $B(-1; 2)$, $C(-7; 0)$, $D(-8; -5)$.

Вариант 88

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(4; 0)$, $C(8; -4)$, $D(4; -4)$.

$$1) \int_0^8 dx \int_{-4}^0 f(x, y) dy \quad 2) \int_0^8 dx \int_{4-x}^0 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^0 dy \int_0^{4-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-4}^0 dy \int_{0+y}^0 f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 12x$, $y = x^2 - 12x - 50$, $x = 4$, $x = 6$, является

$$1) -64 \quad 2) x^2 - 12x - 50 \quad 3) -108$$

$$4) -x^2 - 12x \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -108$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-1; 4)$, вырезанной прямой $y = x + 11$ является

$$1) -7 \quad 2) \sqrt{20 + 8y - y^2} \quad 3) -1 - \sqrt{20 + 8y - y^2}$$

$$4) y - 11 \quad 5) -1 + \sqrt{20 + 8y - y^2} \quad 6) -\sqrt{20 + 8y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x + 8$ и $y = -4x^2 + 28x + 152$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 2$ и $y = -4x^2 - 27x + 38$, $x = -8$, $x = 2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{sh}(2x) + 3e^{-2x} - 3e^{-2x} + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(8; -2)$, $C(2; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 88

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(3; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 3; 0)$, $C(3; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x + 2y + z = -3$ и $-x + 2y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq x, -2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 0$, $z = -3$, $z = 3$, $y = 5 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; -2)$, $B(3; 2)$, $C(8; 2)$, $D(8; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2y + 7$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -3)$, $B(2; -7)$, $C(2; -6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (2x - 3y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 7$, $y = -2$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(-3; 4)$, $C(-10; 2)$, $D(-11; -1)$.

Вариант 89

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 2)$, $B(4; 7)$, $C(4; 12)$.

$$1) \int_2^{12} dy \int_{\frac{-4+y}{2}}^{-3+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-1}^4 dx \int_2^{12} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^4 dx \int_{3+x}^{4+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^4 dx \int_{3-x}^{4-2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 7x + 5$,

$y = x^2 - 9x - 19$, $x = -2$, $x = 3$, является

- 1) -31.75 2) $-x^2 - 7x + 5$ 3) 15
 4) Нет однозначного ответа 5) -25 6) $x^2 - 9x - 19$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(4; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 14$ является

- 1) 8 2) $14 - y$ 3) $-\sqrt{-20 + 12y - y^2}$
 4) $4 - \sqrt{-20 + 12y - y^2}$ 5) $\sqrt{-20 + 12y - y^2}$ 6) $4 + \sqrt{-20 + 12y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 3$ и $y = -4x^2 + 28x + 43$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 - 3x - 4$ и $y = 4x^2 - 4x + 26$, $x = -9$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-1; -3)$, $C(-1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(4x - 5) - 4 \cos 2(4x - 5) + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -5)$, $B(5; -1)$, $C(11; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 89

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 9)$, $C(7; 9)$, $D(7; 3)$, если плотность $\gamma = 2x + 2y + 4$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 4; 0)$, $B(4; 1; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 4y - z = -3$ и $-3x - 4y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 2$, $y = 8$, $z = 3$, $z = 11 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 3)$, $B(-1; 7)$, $C(3; 7)$, $D(3; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2x + 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -1)$, $B(1; 3)$, $C(4; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 8$, $y = 2$, $y = 5 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(3; 3)$, $C(10; 6)$, $D(13; -1)$.

Вариант 90

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 3), B(0; 8), C(5; -2)$.

$$1) \int_0^5 dx \int_{3-x}^{8-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^5 dx \int_{-2}^8 f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^8 dy \int_{3+y}^{8+2y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^8 dy \int_{-7-y}^{\frac{-12-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x$,

$y = x^2 - 5x - 32, x = -3, x = 3$, является

$$1) x^2 - 5x - 32 \quad 2) \text{Нет однозначного ответа} \quad 3) -24$$

$$4) -x^2 - 5x \quad 5) -18.75 \quad 6) 6$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-5; -3)$, вырезанной прямой $x = -y - 2$ является

$$1) -5 \quad 2) -\sqrt{27 + 6y - y^2} \quad 3) -5 - \sqrt{27 + 6y - y^2}$$

$$4) -5 + \sqrt{27 + 6y - y^2} \quad 5) -2 - y \quad 6) \sqrt{27 + 6y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x + 5$ и $y = -3x^2 - 24x + 75$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 + 3x + 7$ и $y = -2x^2 + 5x + 22, x = -5, x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3), B(-3; 3), C(3; -3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(6 - 4x) + 7 + 4 \sin 2(6 - 4x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; 2), B(1; 2), C(-2; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 90

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{6x + 5}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 3; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 4y + z = 3$ и $-3x - 4y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 8 - x^2 - y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 2$, $x = 5$, $z = -2$, $z = 4 - y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 2y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -2)$, $B(2; 1)$, $C(2; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = -4$, $y = 2$, $y = 3 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(0; 3)$, $C(6; 6)$, $D(9; 0)$.

Вариант 91

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 0)$, $B(10; -4)$, $C(10; 10)$.

$$1) \int_1^{10} dx \int_{\frac{-4x-4}{9}}^{\frac{10x+10}{9}} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{10} dx \int_{-4}^{10} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{10} dx \int_{\frac{10}{9}x-10}^{\frac{10}{9}x-10} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{10} dx \int_{\frac{-4x+4}{9}}^{\frac{10x-10}{9}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 14x - 4$,

$y = x^2 - 12x - 28$, $x = -6$, $x = -5$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) $-x^2 - 14x - 4$ 3) -151
 4) 41 5) $x^2 - 12x - 28$ 6) 44

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(4; 6)$,

вырезанной прямой $x = -y + 5$ является

- 1) $\sqrt{-11 + 12y - y^2}$ 2) $4 + \sqrt{-11 + 12y - y^2}$ 3) $5 - y$
 4) 4 5) $-\sqrt{-11 + 12y - y^2}$ 6) $4 - \sqrt{-11 + 12y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x - 5$ и $y = -3x^2 + 4x + 58$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 4x - 4$ и $y = -2x^2 - 41x - 94$, $x = -8$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(1; -1)$, $C(1; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(6x - 5) + 4 \sin(6x - 5 - \frac{\pi}{2}) + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(5; 5)$, $C(3; -1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -x\}$.

Вариант 91

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{6y + 5}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(4; -2; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 4y - z = -1$ и $5x - 4y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -3 + x^2 + y^2 \leq z \leq -2 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 5$, $x = 2$, $z = 3$, $z = 3 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 4y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 3)$, $B(0; 3)$, $C(1; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (2x + 4y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = -1$, $y = -2$, $y = 3$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(-2; 3)$, $C(-5; 1)$, $D(-8; -3)$.

Вариант 92

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(1; 6)$, $C(-4; 15)$.

$$1) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{6x+24}{5}}^{\frac{-9x+39}{5}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{6}{5}x+24}^{\frac{-9}{5}x+39} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^1 dx \int_0^{15} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{6x-24}{5}}^{\frac{-9x-39}{5}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x - 5$,

$y = x^2 - 9x - 55$, $x = -8$, $x = -6$, является

$$1) x^2 - 9x - 55 \quad 2) -x^2 - 9x - 5 \quad 3) -65.75$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) 3 \quad 6) 13$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-2; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 9$ является

$$1) \sqrt{21 - 4x - x^2} \quad 2) 2 + \sqrt{21 - 4x - x^2} \quad 3) -\sqrt{21 - 4x - x^2}$$

$$4) x + 9 \quad 5) 7 \quad 6) 2 - \sqrt{21 - 4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x - 8$ и $y = -2x^2 - 27x + 22$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x - 2$ и $y = 3x^2 - 10x - 8$, $x = -9$, $x = 0$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 7)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(6x) - 3e^{6x} - 3e^{-6x} + 10) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(13; -8)$, $C(7; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\left\{ 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x \right\}.$$

Вариант 92

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = 0.02$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x - 5y + z = -3$ и $-x - 5y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -x, y \geq x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $49x + 42y + 42z = 294$ и $9x + 12y + 12z = 36$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x + 2y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; -2)$, $B(1; 0)$, $C(5; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 10$, $y = -1$, $y = 2$, $y = -5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; -3)$, $B(-3; 4)$, $C(-8; 1)$, $D(-9; -5)$.

Вариант 93

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(6; 7)$, $C(13; 7)$, $D(6; 0)$.

$$1) \int_0^7 dy \int_{-1+y}^{6+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^7 dy \int_{-1-y}^{6-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-1}^{13} dx \int_{-1+x}^{6+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^{13} dx \int_0^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 1$,

$y = x^2 - 9x - 7$, $x = 4$, $x = 5$, является

$$1) -51 \quad 2) -x^2 - 5x - 1 \quad 3) -37$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) x^2 - 9x - 7 \quad 6) -19.75$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; -4)$,

вырезанной прямой $y = x + 1$ является

$$1) -4 + \sqrt{5 - 4x - x^2} \quad 2) -7 \quad 3) -\sqrt{5 - 4x - x^2}$$

$$4) x + 1 \quad 5) \sqrt{5 - 4x - x^2} \quad 6) -4 - \sqrt{5 - 4x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x - 6$ и $y = -2x^2 - 3x + 210$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 - 2x - 8$ и $y = -2x^2 - x + 12$, $x = -5$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(1; -2)$, $C(1; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{sh}(2x) + 4e^{-2x} - 4e^{-2x} + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(10; -5)$, $C(4; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 93

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 6)$, $C(5; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 4; 0)$, $B(4; 2; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x - 2y - z = 1$ и $-x - 2y - z = 4$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 7 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$4(z - 10)^2 = 81(x^2 + y^2)$, и $4(z + 8)^2 = 81(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(-1; 1)$, $C(2; 1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x - 4y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $y = -4$, $y = -1 + x$, $y = -3 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -4)$, $B(5; -1)$, $C(10; 2)$, $D(12; -3)$.

Вариант 94

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(0; 4)$, $B(5; 4)$, $C(10; -1)$, $D(5; -1)$.

$$1) \int_{-1}^4 dy \int_{4+y}^{9+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_0^{10} dx \int_{-1}^4 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^4 dy \int_{4-y}^{9-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_0^{10} dx \int_{4-x}^{9-x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x - 5$,

$y = x^2 - 11x - 41$, $x = 7$, $x = 8$, является

1) -89 2) -23.75 3) Нет однозначного ответа

4) $x^2 - 11x - 41$ 5) $-x^2 - 5x - 5$ 6) -109

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-4; 1)$,

вырезанной прямой $y = -x - 1$ является

1) 3 2) $\sqrt{-12 - 8x - x^2}$ 3) $1 + \sqrt{-12 - 8x - x^2}$

4) $-1 - x$ 5) $1 - \sqrt{-12 - 8x - x^2}$ 6) $-\sqrt{-12 - 8x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x - 4$

и $y = -3x^2 - 25x + 21$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 - 4x - 5$ и $y = -3x^2 - 4x + 58$, $x = -4$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(1; -1)$, $C(1; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (8 \cos^2(5x - 4) - 4 \cos 2(5x - 4) + 3) dx dy$$

по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; 1)$, $B(-3; 4)$, $C(-1; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 94

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 6)$, $C(7; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 8; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-x + 3y + z = -1$ и $-x + 3y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -x, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 0$, $z = 1$, $z = 3$, $y = 4 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 8$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 2y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 1)$, $B(5; -3)$, $C(5; -4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-4x + 3y - z + 8) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 3y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 8$, $y = 1 + x$, $y = 5 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 0)$, $B(5; 3)$, $C(11; 5)$, $D(13; -1)$.

Вариант 95

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(0; 2)$, $C(0; 6)$.

$$1) \int_{-4}^0 dx \int_{-2}^6 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^6 dy \int_{\frac{-6+y}{2}}^{-2+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-4}^0 dx \int_{2+x}^{6+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^0 dx \int_{2-x}^{6-2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 11x - 2$,

$y = x^2 - 9x - 42$, $x = -6$, $x = -4$, является

$$1) -x^2 - 11x - 2 \quad 2) 26 \quad 3) 28$$

$$4) x^2 - 9x - 42 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -92.75$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(2; -3)$,

вырезанной прямой $y = -x + 1$ является

$$1) -\sqrt{4x - x^2} \quad 2) 1 - x \quad 3) -3 + \sqrt{4x - x^2}$$

$$4) \sqrt{4x - x^2} \quad 5) -3 - \sqrt{4x - x^2} \quad 6) -5$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x + 3$ и $y = -3x^2 - 33x + 87$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 5x^2 + 5x + 3$ и $y = 4x^2 + 5x + 28$, $x = -7$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 8)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos 2(2 - 5x) + 6 + 6 \sin 2(2 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; 8)$, $B(1; 8)$, $C(-2; 2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 95

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(4; 3)$, $C(4; 6)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(0; -2; 0)$, $C(0; 0; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x - y - z = 1$ и $-x - y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 1 + x^2 + y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -3$, $y = 3$, $z = 2$, $z = 11 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; -2)$, $B(3; 0)$, $C(6; 0)$, $D(6; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 3y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 3)$, $B(1; 3)$, $C(-1; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y + 4$, вырезанной плоскостями $x = -3$, $y = -1$, $y = 1 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(-6; 8)$, $C(-10; 6)$, $D(-11; 2)$.

Вариант 96

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(-3; 7)$, $C(2; -3)$.

$$1) \int_{-3}^2 dx \int_{-1-x}^{1-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^7 dy \int_{\frac{-7-y}{2}}^{-5-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-3}^2 dx \int_{-1+x}^{1+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^2 dx \int_{-3}^7 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 11x - 2$,

$y = x^2 - 11x - 34$, $x = 3$, $x = 5$, является

1) -92.75 2) Нет однозначного ответа 3) $-x^2 - 11x - 2$

4) -44 5) -82 6) $x^2 - 11x - 34$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(4; -1)$,

вырезанной прямой $y = -x + 1$ является

1) $1 - x$ 2) $\sqrt{-12 + 8x - x^2}$ 3) $-1 + \sqrt{-12 + 8x - x^2}$

4) $-1 - \sqrt{-12 + 8x - x^2}$ 5) 1 6) $-\sqrt{-12 + 8x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 5$ и $y = -3x^2 + 23x + 79$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 + 4x - 8$ и $y = -2x^2 + 7x - 4$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(3; 1)$, $C(3; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos(3x - 6) + 3 \sin(3x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 10) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(9; 1)$, $C(4; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq x\}$.

Вариант 96

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(7; 1)$, $C(7; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 6; 0)$, $C(6; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-2x + 3y + z = 1$ и $-2x + 3y + z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -1 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 3$, $x = 3$, $z = -3$, $z = 2 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 4)$, $C(3; 4)$, $D(3; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 2y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -1)$, $B(6; -5)$, $C(6; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (-3x - 3y - z + 2) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x - 3y - 3$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = 1$, $y = 5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -1)$, $B(-6; 5)$, $C(-11; 2)$, $D(-13; -3)$.

Вариант 97

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(1; -6)$, $C(1; 6)$.

$$1) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-7x+23}{5}}^{\frac{5x-25}{5}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-7x-23}{5}}^{\frac{5x+25}{5}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^1 dx \int_{\frac{-7}{5}x-23}^{\frac{5}{5}x+25} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^1 dx \int_{-6}^6 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x - 2$,

$y = x^2 - 5x - 32$, $x = -4$, $x = 2$, является

1) 18 2) -24 3) Нет однозначного ответа

4) -62.75 5) $-x^2 - 9x - 2$ 6) $x^2 - 5x - 32$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-2; -3)$,

вырезанной прямой $y = -10 - x$ является

1) $\sqrt{21 - 4x - x^2}$ 2) $-3 - \sqrt{21 - 4x - x^2}$ 3) $-3 + \sqrt{21 - 4x - x^2}$

4) $-10 - x$ 5) -8 6) $-\sqrt{21 - 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 2x + 3$ и $y = -3x^2 + 12x + 43$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x + 6$ и $y = -3x^2 + 26x + 90$, $x = -3$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(0; 0)$, $C(0; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(5x) - 2e^{5x} - 2e^{-5x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(9; -3)$, $C(4; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\left\{ 9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}} \right\}.$$

Вариант 97

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 7)$, $C(7; 7)$, $D(7; 1)$, если плотность $\gamma = 4x + 4y + 5$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; 1; 0)$, $B(1; -1; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + y - z = -3$ и $-3x + y - z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 3 - x^2 - y^2 \leq z \leq 6 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 4$, $x = 0$, $z = -1$, $z = -3 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 8)$, $C(5; 8)$, $D(5; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 9$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 3y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(1; 1)$, $B(5; 5)$, $C(7; 5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (3x - 2y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 2y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 6$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(5; 3)$, $C(11; 5)$, $D(13; 1)$.

Вариант 98

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(8; 10)$, $C(-2; 14)$.

$$1) \int_{-2}^8 dx \int_1^{14} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^8 dx \int_{\frac{9}{10}x+28}^{\frac{-4}{10}x+132} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^8 dx \int_{\frac{9x-28}{10}}^{\frac{-4x-132}{10}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^8 dx \int_{\frac{9x+28}{10}}^{\frac{-4x+132}{10}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 5$,

$y = x^2 - 9x - 15$, $x = -1$, $x = 4$, является

- 1) -1.75 2) Нет однозначного ответа 3) 7
4) $x^2 - 9x - 15$ 5) -23 6) $-x^2 - 3x + 5$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(1; -2)$,

вырезанной прямой $y = x - 8$ является

- 1) $-\sqrt{24 + 2x - x^2}$ 2) $\sqrt{24 + 2x - x^2}$ 3) $-2 - \sqrt{24 + 2x - x^2}$
4) $-8 + x$ 5) -2 6) $-2 + \sqrt{24 + 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 5$ и $y = -3x^2 - 68x - 131$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 7$ и $y = 3x^2 - 4x + 16$, $x = -4$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(3; 8)$, $C(8; 8)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -2)$, $B(5; -6)$, $C(0; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -x, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 98

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 5)$, $C(5; 5)$, $D(5; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{4x + 3}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -1; 0)$, $C(-1; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + 2y + z = -1$ и $-3x + 2y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x, 2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 3 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $30x + 30y + 25z = 150$ и $16x + 12y + 12z = 48$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(0; 2)$, $C(5; 2)$, $D(5; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 8$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 2y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -3)$, $B(6; 0)$, $C(6; -3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (2x - 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 4y - 4$, вырезанной плоскостями $x = -2$, $y = -1$, $y = -2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(-1; 3)$, $C(2; 5)$, $D(6; -1)$.

Вариант 99

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(6; 7)$, $C(13; 7)$, $D(6; 0)$.

$$1) \int_{-1}^{13} dx \int_{-1+x}^{6+x} f(x, y) dy \quad 2) \int_0^7 dy \int_{-1-y}^{6-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_0^7 dy \int_{-1+y}^{6+y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-1}^{13} dx \int_0^7 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 2$,

$y = x^2 - 9x - 38$, $x = -7$, $x = -4$, является

1) $-x^2 - 3x - 2$ 2) Нет однозначного ответа 3) -30

4) -6 5) -8.75 6) $x^2 - 9x - 38$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(1; 6)$,

вырезанной прямой $y = x + 1$ является

1) $x + 1$ 2) $6 - \sqrt{15 + 2x - x^2}$ 3) $6 + \sqrt{15 + 2x - x^2}$

4) $\sqrt{15 + 2x - x^2}$ 5) 2 6) $-\sqrt{15 + 2x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 4x - 8$

и $y = -3x^2 - 34x - 8$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -3x^2 + 3x - 3$ и $y = -2x^2 + x + 12$, $x = -8$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 5) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 0)$, $B(-3; 3)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (4 \cos^2(6x - 4) - 2 \cos 2(6x - 4) + 5) dx dy$$

по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(4; 3)$, $C(10; 1)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 99

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(9; 3; 0)$, $C(9; 9; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - y - z = -3$ и $5x - y - z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x, 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$25(z + 0)^2 = 9(x^2 + y^2)$, и $25(z + 6)^2 = 9(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; -1)$, $B(0; 4)$, $C(4; 4)$, $D(4; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4y + 8$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -3)$, $B(3; -3)$, $C(4; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (4x - 3y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 3y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 3$, $y = 7$, $y = 14 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(-6; 11)$, $C(-9; 9)$, $D(-12; 5)$.

Вариант 100

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 7)$, $B(6; 7)$, $C(11; 2)$, $D(6; 2)$.

$$1) \int_2^7 dy \int_{8+y}^{13+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_2^7 dy \int_{8-y}^{13-y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_1^{11} dx \int_{8-x}^{13-x} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{11} dx \int_2^7 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 1$,

$y = x^2 - 6x - 51$, $x = -9$, $x = -6$, является

1) Нет однозначного ответа 2) -28 3) -1

4) -28 5) $x^2 - 6x - 51$ 6) $-x^2 - 6x - 1$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(2; -5)$,

вырезанной прямой $x = y + 2$ является

1) $\sqrt{10y - y^2}$ 2) $2 + \sqrt{10x - x^2}$ 3) 7

4) $y + 2$ 5) $2 - \sqrt{10x - x^2}$ 6) $-\sqrt{10y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 8$ и $y = -4x^2 + 36x - 40$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 5x + 2$ и $y = -2x^2 + 17x + 2$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(2; -2)$, $C(2; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \sin(5x - 6) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 5x + 6) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(2; 4)$, $C(6; 4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 100

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(5; 6)$, $D(5; 2)$, если плотность $\gamma = 0.04$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 5; 0)$, $B(5; 2; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 4y - z = -1$ и $-3x - 4y - z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = -1$, $z = 0$, $z = 4$, $y = 5 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(-2; 1)$, $C(3; 1)$, $D(3; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 5$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 3)$, $B(2; 5)$, $C(6; 9)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (4x - 2y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x - 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 0$, $y = 3$, $y = 5$, $y = 7 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(0; 3)$, $C(-7; 1)$, $D(-8; -3)$.

Вариант 101

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(1; 5)$, $C(1; 10)$.

$$1) \int_{-4}^1 dx \int_0^{10} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^1 dx \int_{8-2x}^{4-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^1 dx \int_{4+x}^{8+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_0^{10} dy \int_{\frac{-8+y}{2}}^{-4+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 1$,

$y = x^2 - 5x - 23$, $x = 5$, $x = 6$, является

$$1) -39 \quad 2) -5.75 \quad 3) x^2 - 5x - 23$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -53 \quad 6) -x^2 - 3x + 1$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-4; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 11$ является

$$1) \sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 2) -\sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 3) -9$$

$$4) -4 + \sqrt{21 + 4y - y^2} \quad 5) y - 11 \quad 6) -4 - \sqrt{21 + 4y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x - 6$ и $y = -2x^2 + 33x - 56$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 5x + 5$ и $y = 2x^2 + 5$, $x = -2$, $x = 8$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(1; 6)$, $C(6; 6)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (3 \cos 2(6 - 2x) + 1 + 6 \sin 2(6 - 2x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 5)$, $B(4; 5)$, $C(0; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 101

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 1)$, $B(3; 4)$, $C(6; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 + 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 0; 0)$, $C(0; 0; 0)$ и ограниченной плоскостями

$4x + y + z = -2$ и $4x + y + z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -2 - x^2 - y^2 \leq z \leq -1 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -2$, $y = 1$, $z = -3$, $z = 3 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 2y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(2; 0)$, $C(4; 0)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x + 4y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 4y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 3$, $y = -1 + x$, $y = 13 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(1; 4)$, $C(6; 6)$, $D(9; 2)$.

Вариант 102

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 11)$, $B(-2; 20)$, $C(7; 2)$.

$$1) \int_{-2}^7 dx \int_2^{20} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^7 dx \int_{9+x}^{16+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_2^{20} dy \int_{-5-y}^{\frac{-12-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^7 dx \int_{9-x}^{16-2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 2$,

$y = x^2 - 9x - 6$, $x = 5$, $x = 8$, является

$$1) -4.75 \quad 2) -86 \quad 3) -38$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) x^2 - 9x - 6 \quad 6) -x^2 - 3x + 2$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(1; 4)$,

вырезанной прямой $x = -y + 7$ является

$$1) 3 \quad 2) -\sqrt{-12 + 8y - y^2} \quad 3) 7 - y$$

$$4) \sqrt{-12 + 8y - y^2} \quad 5) 1 + \sqrt{-12 + 8y - y^2} \quad 6) 1 - \sqrt{-12 + 8y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x + 3$ и $y = -2x^2 + 38x + 3$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -3x^2 - 2x + 3$ и $y = -2x^2 + 4x - 5$, $x = 0$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(3; 3)$, $B(7; 3)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (4 \cos(6x - 5) + 4 \sin(6x - 5 - \frac{\pi}{2}) + 4) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 0)$, $B(7; 6)$, $C(3; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x, y \geq \sqrt{3x}\}.$$

Вариант 102

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 5)$, $C(6; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 3; 0)$, $B(8; 3; 0)$, $C(8; 8; 0)$ и ограниченной плоскостями

$$2x + 3y - z = -2 \text{ и } 2x + 3y - z = 1.$$

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 3 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = 2$, $x = 1$, $z = 0$, $z = 5 - y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x - 3y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -1)$, $B(6; -4)$, $C(6; -6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (-2x + 2y - z + 10) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $y = 8$, $y = -3 + x$, $y = 9 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -3)$, $B(-3; 1)$, $C(4; 3)$, $D(7; -1)$.

Вариант 103

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(4; -7)$, $C(4; 6)$.

$$1) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{-8x+10}{6}}^{\frac{5x-16}{6}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{-8x-10}{6}}^{\frac{5x+16}{6}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^4 dx \int_{-7}^6 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{-8x-10}{6}}^{\frac{5x+16}{6}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2x - 1$,

$y = x^2 - 6x - 11$, $x = -2$, $x = 0$, является

- 1) -9 2) -1 3) Нет однозначного ответа
4) $-x^2 + 2x - 1$ 5) -4 6) $x^2 - 6x - 11$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(3; 5)$,

вырезанной прямой $x = -y + 11$ является

- 1) $11 - y$ 2) 3 3) $3 + \sqrt{-16 + 10y - y^2}$
4) $\sqrt{-16 + 10y - y^2}$ 5) $3 - \sqrt{-16 + 10y - y^2}$ 6) $-\sqrt{-16 + 10y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x - 4$ и $y = -4x^2 + 76x - 148$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x + 6$ и $y = -4x^2 + 3x + 38$, $x = -5$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-3; 3)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{ch}(2x) - 2e^{2x} - 2e^{-2x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -2)$, $B(10; -8)$, $C(5; -8)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 103

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(3; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 + 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(2; 5; 0)$, $C(5; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями

$3x - 2y + z = -1$ и $3x - 2y + z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, -2 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 10$, $x = 7$, $z = -3$, $z = 0 + y$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x - 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -3)$, $B(6; -3)$, $C(4; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-4x - 3y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = -3$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 0)$, $B(0; 8)$, $C(-3; 5)$, $D(-5; 2)$.

Вариант 104

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(4; 7)$, $C(-2; 12)$.

$$1) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{5x-22}{6}}^{\frac{-5x-62}{6}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{5x+22}{6}}^{\frac{-5x+62}{6}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^4 dx \int_{\frac{5}{6}x+22}^{\frac{-5}{6}x+62} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^4 dx \int_2^{12} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 2x - 5$,

$y = x^2 - 4x - 25$, $x = 4$, $x = 6$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) -29 3) $x^2 - 4x - 25$
 4) -8 5) $-x^2 + 2x - 5$ 6) -13

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-5; -2)$,

вырезанной прямой $x = -y - 10$ является

- 1) $\sqrt{5 + 4y - y^2}$ 2) $-10 - y$ 3) $-\sqrt{5 + 4y - y^2}$
 4) $-5 - \sqrt{5 + 4y - y^2}$ 5) $-5 + \sqrt{5 + 4y - y^2}$ 6) -5

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 4x + 2$ и $y = -3x^2 - 41x - 88$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x - 8$ и $y = 3x^2$, $x = -5$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(2; -2)$, $C(2; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{sh}(4x) + 3e^{-4x} - 3e^{-4x} + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; -2)$, $B(9; -5)$, $C(5; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -x\}.$$

Вариант 104

- 9.** Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(4; 3)$, $C(4; 5)$, если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.
- 10.** Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 6; 0)$, $B(6; 2; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 5y - z = 1$ и $-3x - 5y - z = 5$.
- 11.** Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V : $\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq x, 3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 9 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- 12.** Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $42x + 35y + 30z = 210$ и $16x + 12y + 12z = 48$.
- 13.** В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 49, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.
- 14.** Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x - 2y - 1) dl$, где L - ломаная ABC , $A(-2; -1)$, $B(1; -4)$, $C(1; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
- 15.** Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (-4x - 4y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x - 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 5$, $y = -2$, $y = -4 + x$.
- 16.** Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-4; 6)$, $C(-7; 4)$, $D(-8; 1)$.

Вариант 105

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(5; 5)$, $C(12; 5)$, $D(5; -2)$.

$$1) \int_{-2}^5 dy \int_{0+y}^{7+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-2}^{12} dx \int_{0+x}^{7+x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^5 dy \int_{0-y}^{7-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-2}^{12} dx \int_{-2}^5 f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 1$,

$y = x^2 - 10x - 17$, $x = -1$, $x = 3$, является

1) -28 2) Нет однозначного ответа 3) $x^2 - 10x - 17$

4) $-x^2 - 6x - 1$ 5) 4 6) -28

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(-3; 5)$,

вырезанной прямой $y = x + 12$ является

1) $-\sqrt{7 - 6x - x^2}$ 2) 9 3) $\sqrt{7 - 6x - x^2}$

4) $5 + \sqrt{7 - 6x - x^2}$ 5) $5 - \sqrt{7 - 6x - x^2}$ 6) $x + 12$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x + 5$

и $y = -2x^2 - 16x + 65$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 3x + 2$ и $y = -3x^2 + 8x + 2$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(-2; 0)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(3x - 4) - 4 \cos 2(3x - 4) + 7) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-3; -5)$, $B(1; 1)$, $C(5; -5)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq x\}$.

Вариант 105

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(0; 8)$, $C(6; 8)$, $D(6; 2)$, если плотность $\gamma = 4x + 2y + 6$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 18xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $x + y + z = 3$ и $x + y + z = 7$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{3}x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$16(z - 4)^2 = 36(x^2 + y^2)$, и $16(z + 8)^2 = 36(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(0; 3)$, $C(3; 3)$, $D(3; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 4y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(0; 6)$, $C(1; 6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 5$, $y = 3 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-1; 4)$, $C(5; 5)$, $D(9; 0)$.

Вариант 106

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(5; 3)$, $C(9; -1)$, $D(5; -1)$.

$$1) \int_{-1}^3 dy \int_{4-y}^{8-y} f(x, y) dx \quad 2) \int_1^9 dx \int_{4-x}^{8-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-1}^3 dy \int_{4+y}^{8+y} f(x, y) dx \quad 4) \int_1^9 dx \int_{-1}^3 f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 14x + 4$,

$y = x^2 - 10x - 26$, $x = -4$, $x = 2$, является

$$1) -28 \quad 2) x^2 - 10x - 26 \quad 3) -x^2 - 14x + 4$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) 44 \quad 6) -143$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(3; -3)$,

вырезанной прямой $y = x$ является

$$1) -3 + \sqrt{27 + 6x - x^2} \quad 2) -\sqrt{27 + 6x - x^2} \quad 3) -3 - \sqrt{27 + 6x - x^2}$$

$$4) x \quad 5) -9 \quad 6) \sqrt{27 + 6x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 3x - 2$

и $y = -2x^2 + 9x + 178$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 2x^2 - 4x + 5$ и $y = -3x^2 - 9x + 35$, $x = -6$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2)$, $B(0; -2)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (2 \sin(2x - 3) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + 3) + 3) dx dy \text{ по треугольной области с}$$

вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(5; 0)$, $C(9; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 106

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 4)$, $C(5; 4)$, $D(5; 1)$, если плотность $\gamma = \frac{2x + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(2; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x + 2y + z = -1$ и $-3x + 2y + z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -x \leq y \leq \sqrt{3}x, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 10 - \frac{9}{6}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -8 + \frac{9}{6}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-3; 1)$, $C(0; 1)$, $D(0; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; 3)$, $B(4; 5)$, $C(4; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-3x + 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x + 4y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 8$, $y = 2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -2)$, $B(3; 2)$, $C(8; 5)$, $D(10; -1)$.

Вариант 107

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(1; 1)$, $C(1; 5)$.

$$1) \int_{-3}^1 dx \int_{0-x}^{3-2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^1 dx \int_{-3}^5 f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^1 dx \int_{0+x}^{3+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^5 dy \int_{\frac{-3+y}{2}}^{0+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 14x - 2$,

$y = x^2 - 10x - 32$, $x = -7$, $x = -6$, является

1) 46 2) Нет однозначного ответа 3) $-x^2 - 14x - 2$

4) 47 5) $x^2 - 10x - 32$ 6) -149

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-5; 6)$,

вырезанной прямой $y = -x + 4$ является

1) $-\sqrt{-16 - 10x - x^2}$ 2) 9 3) $6 + \sqrt{-16 - 10x - x^2}$

4) $6 - \sqrt{-16 - 10x - x^2}$ 5) $\sqrt{-16 - 10x - x^2}$ 6) $4 - x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 3x - 3$ и $y = -3x^2 - 38x - 33$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 7$ и $y = 2x^2 - 3x + 13$, $x = -4$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(-1; 1)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(6 - 2x) + 1 + 4 \sin 2(6 - 2x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; 4)$, $B(3; 4)$, $C(-1; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 107

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 7)$, $C(2; 7)$, $D(2; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{4y + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 2) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 7; 0)$, $B(7; 1; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - y - z = -2$ и $5x - y - z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -x, y \leq x, -2 + x^2 + y^2 \leq z \leq 3 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 2$, $y = 3$, $z = -2$, $z = 4$, $y = 10 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(3; 5)$, $C(7; 5)$, $D(7; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 8$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 3y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(2; 1)$, $C(3; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x + 3y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = -3$, $y = -1$, $y = 3 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-3; -1)$, $B(-5; 8)$, $C(-9; 6)$, $D(-10; 3)$.

Вариант 108

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; 10)$, $B(-1; 19)$, $C(8; 1)$.

$$1) \int_{-1}^8 dx \int_1^{19} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-1}^8 dx \int_{9+x}^{17+2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{19} dy \int_{-7-y}^{\frac{-15-y}{2}} f(x, y) dx \quad 4) \int_{-1}^8 dx \int_{9-x}^{17-2x} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x - 3$,

$y = x^2 - 8x - 11$, $x = -3$, $x = -2$, является

$$1) x^2 - 8x - 11 \quad 2) -6 \quad 3) -x^2 - 2x - 3$$

$$4) -6 \quad 5) -3 \quad 6) \text{ Нет однозначного ответа}$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(4; -1)$,

вырезанной прямой $y = -x + 7$ является

$$1) -1 - \sqrt{8x - x^2} \quad 2) \sqrt{8x - x^2} \quad 3) -1 + \sqrt{8x - x^2}$$

$$4) -5 \quad 5) -\sqrt{8x - x^2} \quad 6) 7 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x + 6$ и $y = -3x^2 + 3x + 216$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 - 4x - 3$ и $y = -4x^2 - 5x + 3$, $x = -5$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(5; -5)$, $C(5; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(6x) - 3e^{6x} - 3e^{-6x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(10; -7)$, $C(4; -7)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -x, y \leq x\}$.

Вариант 108

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(0; 5)$, $C(4; 5)$, $D(4; 1)$, если плотность $\gamma = 0.06$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 + 6) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(1; 6; 0)$, $C(6; 6; 0)$ и ограниченной плоскостями

$3x + y + z = -3$ и $3x + y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2}}$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq x, 3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 3$, $y = -1$, $y = 5$, $z = -1$, $z = 8 - x$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-3; 2)$, $B(-3; 4)$, $C(-1; 4)$, $D(-1; 2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 4$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (4x + 3y - 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; -2)$, $B(-1; 0)$, $C(3; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (-2x + 2y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 2y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 8$, $y = 4$, $y = 7$, $y = 2 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(-1; 11)$, $C(-5; 9)$, $D(-8; 5)$.

Вариант 109

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(2; -7)$, $C(2; 4)$.

$$1) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{-5x+32}{6}}^{\frac{6x-12}{6}} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{-5}{6}x-32}^{\frac{6}{6}x+12} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^2 dx \int_{-7}^4 f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^2 dx \int_{\frac{-5x-32}{6}}^{\frac{6x+12}{6}} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x + 5$,

$y = x^2 - 11x - 19$, $x = 5$, $x = 8$, является

1) $-x^2 - 9x + 5$ 2) -131 3) Нет однозначного ответа

4) $x^2 - 11x - 19$ 5) -65 6) -55.75

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; -1)$,

вырезанной прямой $y = -x - 6$ является

1) $-1 + \sqrt{5 - 4x - x^2}$ 2) 2 3) $-1 - \sqrt{5 - 4x - x^2}$

4) $-6 - x$ 5) $\sqrt{5 - 4x - x^2}$ 6) $-\sqrt{5 - 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x - 3$ и $y = -4x^2 - 28x + 93$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 5x + 5$ и $y = -4x^2 + 19x + 35$, $x = -4$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 6)$, $C(6; 6)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{sh}(4x) + 3e^{-4x} - 3e^{-4x} + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; -2)$, $B(2; -4)$, $C(-1; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 109

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 5)$, $C(5; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(1; 1; 0)$, $B(7; 1; 0)$, $C(7; 7; 0)$ и ограниченной плоскостями

$x + 2y - z = 3$ и $x + 2y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x, -3 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -2$, $y = 3$, $x = 0$, $z = -3$, $z = 4 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(-1; 0)$, $C(3; 0)$, $D(3; -2)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 2x + 8$.

Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-1; 3)$, $B(3; -1)$, $C(5; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (3x - 4y - z + 1) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x - 4y - 2$, вырезанной плоскостями $y = -1$, $y = -3 + x$, $y = 7 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(1; 4)$, $C(7; 7)$, $D(9; 1)$.

Вариант 110

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(0; 6)$, $C(-4; 14)$.

$$1) \int_{-4}^0 dx \int_1^{14} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{5}{4}x+24}^{\frac{-8}{4}x+24} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{5x+24}{4}}^{\frac{-8x+24}{4}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-4}^0 dx \int_{\frac{5x-24}{4}}^{\frac{-8x-24}{4}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x + 5$,

$y = x^2 - 12x - 15$, $x = 6$, $x = 8$, является

1) $-x^2 - 6x + 5$ 2) -67 3) $x^2 - 12x - 15$

4) -22 5) -107 6) Нет однозначного ответа

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(2; 5)$,

вырезанной прямой $y = 5 - x$ является

1) 3 2) $5 - \sqrt{4x - x^2}$ 3) $+5 - x$

4) $5 + \sqrt{4x - x^2}$ 5) $-\sqrt{4x - x^2}$ 6) $\sqrt{4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 3x + 6$ и $y = -2x^2 + 15x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 2x - 2$ и $y = 3x^2 + 7x + 4$, $x = -4$, $x = 9$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 18xy + 9y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(7; 2)$, $C(7; 7)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (6 \cos^2(5x - 3) - 3 \cos 2(5x - 3) + 7) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; 0)$, $B(3; 4)$, $C(6; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 110

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 5)$, $C(4; 3)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(3; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями

$3x + y + z = 2$ и $3x + y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, 2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 10$, $x = 9$, $z = 1$, $z = 4 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; 3)$, $B(2; 8)$,

$C(5; 8)$, $D(5; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 6$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 4y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -3)$, $B(6; -6)$, $C(6; -7)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-4x + 2y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 2y + 2$, вырезанной плоскостями $y = 2$, $y = -7 + x$, $y = 5 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(2; 3)$, $C(5; 5)$, $D(8; 1)$.

Вариант 111

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-4; 1)$, $B(6; 11)$, $C(16; 11)$, $D(6; 1)$.

$$1) \int_1^{11} dy \int_{-4}^{16} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-4}^{16} dx \int_1^{11} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^{16} dx \int_{-5+x}^{5+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{11} dy \int_{-5+y}^{5+y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 9x - 3$,

$y = x^2 - 11x - 15$, $x = -3$, $x = -1$, является

1) Нет однозначного ответа 2) 15 3) $x^2 - 11x - 15$
 4) -63.75 5) 5 6) $-x^2 - 9x - 3$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(-5; 2)$,

вырезанной прямой $y = x + 5$ является

1) $2 + \sqrt{-21 - 10x - x^2}$ 2) $\sqrt{-21 - 10x - x^2}$ 3) 2
 4) $-\sqrt{-21 - 10x - x^2}$ 5) $2 - \sqrt{-21 - 10x - x^2}$ 6) $+5 + x$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x + 6$ и $y = -2x^2 + 35x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -5x^2 - 2x - 4$ и $y = -4x^2 - x - 2$, $x = -4$, $x = 5$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 16xy + 4y^2 + 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-2; 2)$, $C(1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \sin(2x - 4) - 2 \cos(\frac{\pi}{2} - 2x + 4) + 6) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 0)$, $B(2; 4)$, $C(8; 4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq -\sqrt{3}x\}.$$

Вариант 111

- 9.** Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(4; 1)$, $C(4; 3)$, если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.
- 10.** Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(3; 5; 0)$, $B(5; 3; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 4y - z = 3$ и $-3x - 4y - z = 6$.
- 11.** Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где $V: \{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x, -3 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq -1 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.
- 12.** Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $56x + 42y + 48z = 336$ и $12x + 9y + 12z = 36$.
- 13.** В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 3)$, $B(-1; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 4x + 6$. Определить ординату центра масс.
- 14.** Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x + 2y + 2) dl$, где L - ломаная ABC , $A(1; 2)$, $B(4; 2)$, $C(3; 3)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
- 15.** Вычислить $\frac{1}{\sqrt{33}} \iint_P (4x + 4y - z + 5) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 4x + 4y + 3$, вырезанной плоскостями $x = -4$, $y = 3$, $y = 1 - x$.
- 16.** Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -3)$, $B(-5; 6)$, $C(-9; 5)$, $D(-11; 2)$.

Вариант 112

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 7)$, $B(7; 7)$, $C(13; 1)$, $D(7; 1)$.

$$1) \int_1^{13} dx \int_1^7 f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{13} dx \int_{14-x}^{14-y} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^7 dy \int_{8-y}^{14-y} f(x, y) dx \quad 4) \int_1^7 dy \int_{8+y}^{14+y} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 2$,

$y = x^2 - 9x - 10$, $x = 3$, $x = 5$, является

- 1) $-x^2 - 3x - 2$ 2) $x^2 - 9x - 10$ 3) -42
4) -20 5) -8.75 6) Нет однозначного ответа

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(-2; 6)$,

вырезанной прямой $y = x + 5$ является

- 1) $6 + \sqrt{5 - 4x - x^2}$ 2) $x + 5$ 3) $6 - \sqrt{5 - 4x - x^2}$
4) $-\sqrt{5 - 4x - x^2}$ 5) 3 6) $\sqrt{5 - 4x - x^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 - 2x + 8$ и $y = -4x^2 - 8x + 44$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 3x - 4$ и $y = -3x^2 + 25x + 31$, $x = -2$, $x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 - 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 2)$, $B(3; -3)$, $C(3; 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(6 - 5x) + 7 + 4 \sin 2(6 - 5x)) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 8)$, $B(8; 8)$, $C(2; 6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 112

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(3; 3)$, $C(3; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{2x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 + 12xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $-x + y + z = -3$ и $-x + y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy dz$, где V :

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -x \leq y \leq \sqrt{3}x, 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 4 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$9(z - 18)^2 = 144(x^2 + y^2)$, и $9(z + 6)^2 = 144(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 25, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 9$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 4y + 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 3)$, $B(1; -1)$, $C(1; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{14}} \iint_P (-2x + 3y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 3y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 6$, $y = 3$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(1; 8)$, $C(-2; 7)$, $D(-4; 3)$.

Вариант 113

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1), B(7; 8), C(7; 17)$.

$$1) \int_{-1}^{17} dy \int_{\frac{-3+y}{2}}^{-1+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_{-2}^7 dx \int_{1-x}^{3-2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^7 dx \int_{1+x}^{3+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-2}^7 dx \int_{-1}^{17} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4x$,

$y = x^2 - 6x - 12, x = 0, x = 5$, является

$$1) 0 \quad 2) -x^2 + 4x \quad 3) x^2 - 6x - 12$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -5 \quad 6) -12$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(2; -5)$,

вырезанной прямой $x = y + 1$ является

$$1) 2 - \sqrt{11 - 10x - x^2} \quad 2) \sqrt{11 - 10y - y^2} \quad 3) y + 1$$

$$4) 8 \quad 5) -\sqrt{11 - 10y - y^2} \quad 6) 2 + \sqrt{11 - 10x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 5x + 5$ и $y = -3x^2 + 19x + 173$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 + 4x + 2$ и $y = 3x^2 + 12x - 13, x = 0, x = 7$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; -2), B(-2; 0), C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos(4x - 6) + 2 \sin(4x - 6 - \frac{\pi}{2}) + 14) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -2), B(9; 1), C(3; -2)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}\}$.

Вариант 113

9. Вычислить массу прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 4)$, $C(6; 4)$, $D(6; 1)$, если плотность $\gamma = 2x + 6y + 7$.
10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 3) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(1; -2; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $5x - 3y - z = -3$ и $5x - 3y - z = -1$.
11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где V :
 $\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, x \leq y \leq -\sqrt{3}x, -1 - x^2 - y^2 \leq z \leq 5 - x^2 - y^2\}$.
12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 18 - \frac{12}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -6 + \frac{12}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .
13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 64, x \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить абсциссу центра масс.
14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x - 2y + 4) dl$, где L - ломаная ABC , $A(2; -2)$, $B(6; 2)$, $C(9; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).
15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x - 2y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x - 2y + 3$, вырезанной плоскостями $x = 2$, $y = 9$, $y = 6 - x$.
16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(2; 5)$, $C(7; 7)$, $D(10; 1)$.

Вариант 114

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 5)$, $B(-2; 13)$, $C(6; -3)$.

$$1) \int_{-2}^{-2} dx \int_{3+x}^{9+2x} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^6 dx \int_{3-x}^{9-2x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-2}^6 dx \int_{-3}^{13} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^{13} dy \int_{-9-y}^{\frac{-15-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 6x - 1$,

$y = x^2 - 10x - 31$, $x = -2$, $x = 4$, является

- 1) Нет однозначного ответа 2) -28 3) -41
 4) $x^2 - 10x - 31$ 5) 7 6) $-x^2 - 6x - 1$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(3; 4)$,

вырезанной прямой $y = x - 7$ является

- 1) $3 + \sqrt{20 + 8y - y^2}$ 2) $y - 7$ 3) $3 - \sqrt{20 + 8y - y^2}$
 4) $-\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 5) $\sqrt{20 + 8y - y^2}$ 6) -3

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 2x - 7$ и $y = -2x^2 + 28x + 29$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -4x^2 - 4x - 8$ и $y = -3x^2 - 7x + 2$, $x = -8$, $x = 3$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 - 24xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 1)$, $B(5; 1)$, $C(5; 5)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (6 \operatorname{ch}(4x) - 3e^{4x} - 3e^{-4x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-5; -2)$, $B(5; -4)$, $C(0; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2)^{3/2} dx dy$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq x\}.$$

Вариант 114

9. Вычислить момент инерции относительно оси Ox прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 6)$, $C(3; 6)$, $D(3; 2)$, если плотность $\gamma = \frac{2x + 4}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; 2; 0)$, $C(2; -1; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - 3y + z = 1$ и $2x - 3y + z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \frac{dx dy dz}{x^2 + y^2}$, где V :

$$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \sqrt{3}x, -1 + x^2 + y^2 \leq z \leq 2 + x^2 + y^2\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 2$, $z = -3$, $z = 5$, $y = 7 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq 0, y \geq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 2y - 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; -2)$, $B(1; 1)$, $C(1; -2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{21}} \iint_P (-2x - 4y - z + 7) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x - 4y + 2$, вырезанной плоскостями $x = 3$, $y = 7$, $y = -1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -1)$, $B(3; 3)$, $C(10; 6)$, $D(13; 2)$.

Вариант 115

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -4)$, $B(4; -9)$, $C(4; 0)$.

$$1) \int_{-3}^4 dx \int_{-9}^0 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{-5x-43}{7}}^{\frac{4x-16}{7}} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{-5x+43}{7}}^{\frac{4x+16}{7}} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^4 dx \int_{\frac{-5}{7}x-43}^{\frac{4}{7}x-16} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x + 3$,

$y = x^2 - 12x - 3$, $x = -3$, $x = -2$, является

1) Нет однозначного ответа 2) $-x^2 - 8x + 3$ 3) 18

4) $x^2 - 12x - 3$ 5) -45 6) 15

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(-2; 1)$,

вырезанной прямой $x = -y + 4$ является

1) 3 2) $-2 - \sqrt{24 + 2y - y^2}$ 3) $-\sqrt{24 + 2y - y^2}$

4) $4 - y$ 5) $-2 + \sqrt{24 + 2y - y^2}$ 6) $\sqrt{24 + 2y - y^2}$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 2x + 7$ и $y = -4x^2 + 32x + 43$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 2x - 7$ и $y = -4x^2 - 40x - 43$, $x = -8$, $x = 1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 5) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(-3; 3)$, $C(2; -2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 \operatorname{sh}(5x) + 2e^{-5x} - 2e^{-5x} + 8) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 1)$, $B(2; -4)$, $C(0; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$, где D:

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 16, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 115

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(0; 1)$, $B(0; 5)$, $C(3; 5)$, $D(3; 1)$, если плотность $\gamma = \frac{2y + 7}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 + 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-1; 1; 0)$, $B(1; -1; 0)$, $C(1; 1; 0)$ и ограниченной плоскостями $2x - y - z = 1$ и $2x - y - z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \geq -\sqrt{3}x, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 5 - \sqrt{x^2 + y^2}\}.$$

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -1$, $y = 3$, $y = 5$, $z = -2$, $z = -1 - x$.

13. В области $D : \{x^2 + y^2 \leq 36, x \geq 0, y \leq 0\}$ распределена масса с плотностью $\gamma = 5$. Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-2x - 3y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-2; 1)$, $B(0; 1)$, $C(1; 2)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (-2x + 2y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -2x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 4$, $y = -3$, $y = 1$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-4; -4)$, $B(-6; 1)$, $C(-10; -1)$, $D(-12; -6)$.

Вариант 116

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(10; 5)$, $C(1; 11)$.

$$1) \int_1^{10} dx \int_{\frac{3}{9}x+15}^{\frac{-6}{9}x+105} f(x, y) dy \quad 2) \int_1^{10} dx \int_2^{11} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{10} dx \int_{\frac{3x+15}{9}}^{\frac{-6x+105}{9}} f(x, y) dy \quad 4) \int_1^{10} dx \int_{\frac{3x-15}{9}}^{\frac{-6x-105}{9}} f(x, y) dy$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x - 5$,

$y = x^2 - 9x - 13$, $x = -3$, $x = -2$, является

$$1) x^2 - 9x - 13 \quad 2) -3 \quad 3) -11.75$$

$$4) -x^2 - 3x - 5 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) -5$$

3. Нижним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$ по меньшей части круга радиуса 2 с центром в точке $(3; -1)$,

вырезанной прямой $x = -y + 4$ является

$$1) \sqrt{3 + 2y - y^2} \quad 2) 3 + \sqrt{3 + 2y - y^2} \quad 3) -\sqrt{3 + 2y - y^2}$$

$$4) 3 - \sqrt{3 + 2y - y^2} \quad 5) 3 \quad 6) 4 - y$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 3x - 6$ и $y = -3x^2 + 3x + 6$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 3x + 3$ и $y = 2x^2 - 7x - 21$, $x = -9$, $x = -1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 3) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(4; -4)$, $C(4; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (8 \cos^2(2x - 3) - 4 \cos 2(2x - 3) + 1) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(0; -4)$, $B(6; -1)$, $C(12; -4)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$, где D :

$$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \leq -\sqrt{3}x, y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}\}.$$

Вариант 116

9. Вычислить момент инерции относительно точки $O(0; 0)$ прямоугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; 5)$, $C(4; 5)$, $D(4; 2)$, если плотность $\gamma = 0.04$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 - 5) dx dy dz$ по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; 3; 0)$, $C(3; 3; 0)$ и ограниченной плоскостями $x - y + z = -2$ и $x - y + z = 1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :
 $\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -\sqrt{3}x \leq y \leq \sqrt{3}x, 2 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 3 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = -3$, $y = -2$, $x = 1$, $z = -3$, $z = 2 - y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(2; 1)$, $C(3; 1)$, $D(3; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3$. Определить момент инерции относительно начала координат.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 4y - 4) dl$, где L - ломаная ABC , $A(2; 3)$, $B(2; 5)$, $C(5; 8)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (3x + 3y - z + 9) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 3x + 3y + 4$, вырезанной плоскостями $x = 8$, $y = 3$, $y = 6$, $y = 1 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(1; -3)$, $B(0; 5)$, $C(-3; 4)$, $D(-4; -1)$.

Вариант 117

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(11; 12)$, $C(21; 12)$, $D(11; 2)$.

$$1) \int_2^{12} dy \int_{-1+y}^{9+y} f(x, y) dx \quad 2) \int_1^{21} dx \int_2^{12} f(x, y) dy$$

$$3) \int_1^{21} dx \int_{-1+x}^{9+x} f(x, y) dy \quad 4) \int_2^{12} dy \int_{-1-y}^{9-y} f(x, y) dx$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 + 6x - 5$,

$y = x^2 - 4x - 33$, $x = 8$, $x = 10$, является

$$1) -32 \quad 2) -x^2 + 6x - 5 \quad 3) -45$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -21 \quad 6) x^2 - 4x - 33$$

3. Верхним пределом по x в повторном интеграле $\int dy \int f(x, y) dx$

по меньшей части круга радиуса 6 с центром в точке $(-3; -1)$,

вырезанной прямой $x = -y - 10$ является

$$1) -3 + \sqrt{35 + 2y - y^2} \quad 2) -3 \quad 3) -10 - y$$

$$4) -3 - \sqrt{35 + 2y - y^2} \quad 5) \sqrt{35 + 2y - y^2} \quad 6) -\sqrt{35 + 2y - y^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 2x + 2$

и $y = -3x^2 - 38x - 28$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = -4x^2 + 2x + 5$ и $y = -3x^2 - x + 5$, $x = -4$, $x = 1$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-3; -3)$, $B(-3; -1)$,

$C(-1; -1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (4 \sin(5x - 3) - 4 \cos(\frac{\pi}{2} - 5x + 3) + 5) dx dy$$

по треугольной области с

вершинами в точках $A(-3; -2)$, $B(1; 0)$, $C(5; 0)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy$, где D:

$\{9 \leq x^2 + y^2 \leq 36, y \geq -x, y \geq x\}$.

Вариант 117

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 1)$, $B(2; 4)$, $C(5; 1)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 24xy + 9y^2 - 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(2; 2; 0)$, $B(5; 2; 0)$, $C(5; 5; 0)$ и ограниченной плоскостями

$-3x - y - z = -1$ и $-3x - y - z = 3$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, \frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, -2 - x^2 - y^2 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 1$, $y = 0$, $x = 7$, $z = -1$, $z = -4 + y$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-1; 1)$, $B(-1; 3)$, $C(2; 3)$, $D(2; 1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить момент инерции относительно оси Ox .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (3x - 2y + 3) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; -2)$, $B(0; -5)$, $C(2; -5)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{19}} \iint_P (-3x - 3y - z + 4) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -3x - 3y + 2$, вырезанной плоскостями $y = -4$, $y = -7 + x$, $y = 9 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(0; 2)$, $B(3; 6)$, $C(6; 9)$, $D(8; 4)$.

Вариант 118

1. Расставить пределы в повторном интеграле по параллелограмму с вершинами в точках $A(-2; 5)$, $B(3; 5)$, $C(8; 0)$, $D(3; 0)$.

$$1) \int_{-2}^8 dx \int_0^5 f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^8 dx \int_{8-x}^{8-y} f(x, y) dy$$

$$3) \int_0^5 dy \int_{3-y}^8 f(x, y) dx \quad 4) \int_0^5 dy \int_{3+y}^8 f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 8x + 4$,

$y = x^2 - 12x - 44$, $x = 7$, $x = 8$, является

$$1) -101 \quad 2) -x^2 - 8x + 4 \quad 3) -124$$

$$4) -44 \quad 5) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 6) x^2 - 12x - 44$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 5 с центром в точке $(1; -1)$,

вырезанной прямой $y = x + 3$ является

$$1) \sqrt{24 + 2x - x^2} \quad 2) x + 3 \quad 3) -1 - \sqrt{24 + 2x - x^2}$$

$$4) 4 \quad 5) -\sqrt{24 + 2x - x^2} \quad 6) -1 + \sqrt{24 + 2x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 - 4x + 4$ и $y = -3x^2 + 14x + 64$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 4x^2 - 3x + 7$ и $y = -4x^2 + 29x + 7$, $x = -2$, $x = 6$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (9x^2 - 12xy + 4y^2 - 4) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -1)$, $B(1; -1)$, $C(1; 1)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$\iint_D (2 \cos 2(2 - 3x) + 5 + 4 \sin 2(2 - 3x)) dx dy$ по треугольной области с

вершинами в точках $A(-3; 7)$, $B(3; 7)$, $C(0; 3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, -\frac{x}{\sqrt{3}} \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

Вариант 118

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(2; 2)$, $B(2; 4)$, $C(4; 2)$,

если плотность $\gamma = \frac{4y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 - 12xy + 9y^2 - 2) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 4; 0)$, $C(4; -2; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 3y + z = 3$ и $-3x - 3y + z = 5$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{1 \leq x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \geq \sqrt{3}x, 1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 6 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Найти меру множества, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $8x + 14y + 28z = 56$ и $2x + 4y + 8z = 8$.

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; -3)$, $B(-2; 0)$, $C(1; 0)$, $D(1; -3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 6$. Определить момент инерции относительно оси Oy .

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (2x + 3y - 2) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(3; -3)$, $B(5; -5)$, $C(5; -6)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{26}} \iint_P (-4x + 3y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = -4x + 3y - 3$, вырезанной плоскостями $y = 1$, $y = -9 + x$, $y = 5 - x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-1; -4)$, $B(1; 0)$, $C(5; 1)$, $D(9; -7)$.

Вариант 119

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -2)$, $B(8; 7)$, $C(8; 16)$.

$$1) \int_{-1}^8 dx \int_{-2}^{16} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-2}^{16} dy \int_{\frac{0+y}{2}}^{1+y} f(x, y) dx$$

$$3) \int_{-1}^8 dx \int_{-1-x}^{0-2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-1}^8 dx \int_{-1+x}^{0+2x} f(x, y) dy$$

2. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 5x + 5$,

$y = x^2 - 9x - 11$, $x = -3$, $x = -1$, является

$$1) -x^2 - 5x + 5 \quad 2) -13.75 \quad 3) \text{ Нет однозначного ответа}$$

$$4) x^2 - 9x - 11 \quad 5) 11 \quad 6) 9$$

3. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$

по меньшей части круга радиуса 4 с центром в точке $(4; 1)$,

вырезанной прямой $y = x + 1$ является

$$1) -\sqrt{8x - x^2} \quad 2) \sqrt{8x - x^2} \quad 3) x + 1$$

$$4) -3 \quad 5) 1 - \sqrt{8x - x^2} \quad 6) 1 + \sqrt{8x - x^2}$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 5x - 7$ и $y = -3x^2 + 16x + 63$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = 5x^2 + 3x - 4$ и $y = 4x^2 + x - 1$, $x = -5$, $x = 4$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 - 8xy + 4y^2 + 3) dx dy$ по

треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(-2; 2)$, $C(0; 0)$.

7. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D (4 \cos(6x - 2) + 4 \sin(6x - 2 - \frac{\pi}{2}) + 2) dx dy$$

по треугольной области с вершинами в точках $A(-1; -3)$, $B(11; 0)$, $C(5; -3)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}$, где $D: \{9 \leq x^2 + y^2 \leq 25, x \leq y \leq -x\}$.

Вариант 119

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(3; 2)$, $B(6; 2)$, $C(6; 5)$,

если плотность $\gamma = \frac{3y}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 4) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-3; 2; 0)$, $B(2; -3; 0)$, $C(2; 2; 0)$ и ограниченной плоскостями $-3x - 2y - z = -1$ и $-3x - 2y - z = 2$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V (x^2 + y^2 + \sqrt{x^2 + y^2}) dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, -\sqrt{3}x \leq y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}, -1 + \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 + \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями

$16(z - 18)^2 = 144(x^2 + y^2)$, и $16(z + 6)^2 = 144(x^2 + y^2)$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(-2; -1)$, $B(-2; 1)$, $C(2; 1)$, $D(2; -1)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3y + 4$.

Определить ординату центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-3x + 4y - 1) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(2; -3)$, $B(5; -3)$, $C(3; -1)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x + 2y - z + 3) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 2y - 2$, вырезанной плоскостями $x = 1$, $y = -1$, $y = 4 - x$.

16. Определить абсциссу центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(2; -1)$, $B(0; 5)$, $C(-7; 3)$, $D(-9; -1)$.

Вариант 120

1. Расставить пределы в повторном интеграле по треугольной области с вершинами в точках $A(-4; 6)$, $B(-4; 15)$, $C(5; -3)$.

$$1) \int_{-4}^5 dx \int_{-3}^{15} f(x, y) dy \quad 2) \int_{-4}^5 dx \int_{7-2x}^{2-x} f(x, y) dy$$

$$3) \int_{-4}^5 dx \int_{2+x}^{7+2x} f(x, y) dy \quad 4) \int_{-3}^{15} dy \int_{-8-y}^{\frac{-13-y}{2}} f(x, y) dx$$

2. Нижним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по области, ограниченной линиями $y = -x^2 - 3x + 5$,

$y = x^2 - 5x - 7$, $x = 2$, $x = 4$, является

$$1) -23 \quad 2) -x^2 - 3x + 5 \quad 3) x^2 - 5x - 7$$

$$4) \text{ Нет однозначного ответа} \quad 5) -5 \quad 6) -1.75$$

3. Верхним пределом по y в повторном интеграле $\int dx \int f(x, y) dy$ по меньшей части круга радиуса 3 с центром в точке $(2; 5)$, вырезанной прямой $y = -x + 10$ является

$$1) 5 + \sqrt{5 + 4x - x^2} \quad 2) 8 \quad 3) 5 - \sqrt{5 + 4x - x^2}$$

$$4) -\sqrt{5 + 4x - x^2} \quad 5) \sqrt{5 + 4x - x^2} \quad 6) 10 - x$$

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 4x^2 - 4x - 3$ и $y = -4x^2 + 20x + 77$.

5. Вычислить суммарную площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -5x^2 + 2x + 2$ и $y = -4x^2 - 6x - 13$, $x = -8$, $x = -2$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4x^2 + 12xy + 9y^2 + 2) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-3; 3)$, $B(4; -4)$, $C(4; 3)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (8 \operatorname{ch}(6x) - 4e^{6x} - 4e^{-6x} + 12) dx dy$ по треугольной области с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(2; -6)$, $C(0; -6)$.

8. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iint_D (x^2 + y^2) dx dy$, где D :

$$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 25, y \leq -\frac{x}{\sqrt{3}}, y \leq \sqrt{3}x\}.$$

Вариант 120

9. Вычислить момент инерции относительно оси Oy треугольной пластины с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(5; 6)$,

если плотность $\gamma = \frac{4x}{100}$.

10. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (16x^2 + 16xy + 4y^2 + 3) dx dy dz$.

по треугольной призме с вертикальными ребрами, проходящими через точки $A(-2; -2; 0)$, $B(-2; 4; 0)$, $C(4; 4; 0)$ и ограниченной плоскостями $x - 2y + z = -3$ и $x - 2y + z = -1$.

11. Вычислить $\frac{1}{\pi} \iiint_V \sqrt{x^2 + y^2} dx dy dz$, где V :

$\{4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq -x, y \geq x, -1 - \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

12. Мера множества, ограниченного поверхностями $z = 14 - \frac{9}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$ и $z = -4 + \frac{9}{2}\sqrt{x^2 + y^2}$, равна $M\pi$. Найти значение M .

13. В прямоугольной области с вершинами в точках $A(0; 3)$, $B(0; 6)$, $C(6; 6)$, $D(6; 3)$ распределена масса с плотностью $\gamma = 3x + 4$. Определить абсциссу центра масс.

14. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L (-4x + 2y + 4) dl$,

где L - ломаная ABC , $A(-3; 2)$, $B(-1; 4)$, $C(0; 4)$ ($\sqrt{2} \simeq 1.414$).

15. Вычислить $\frac{1}{\sqrt{9}} \iint_P (2x + 2y - z + 6) d\sigma$, где P - часть плоскости $z = 2x + 2y + 4$, вырезанной плоскостями $x = -1$, $y = 2$, $y = 5 + x$.

16. Определить ординату центра масс однородного материального четырехугольника с вершинами в точках $A(-2; 0)$, $B(-4; 5)$, $C(-8; 4)$, $D(-10; -1)$.

Ермолаев Юрий Данилович

Типовой расчет
Интеграл по множеству

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

В авторской редакции

Электронный формат – pdf

Печ. л. 15,4.

Информационный портал

ФГБОУ ВПО ЛГТУ

<http://www.stu.lipetsk.ru>