

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Липецкий государственный технический университет

Ю.Д.Ермолаев

## Типовой расчет

*по СФВА*

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Липецк

2016

УДК 517.2(07)

E741

Типовой расчет по скалярным функциям векторного аргумента.

Рецензенты: кафедра естественнонаучных дисциплин ЛФ НОУ ВПО "Международный институт компьютерных технологий",

[Электронный ресурс]: сетевое обновляемое электрон. учеб. пособие/

Ю.Д.Ермолаев.-Электрон.дан.(0.58 Мб).-Липецк:Издательство ЛГТУ, 2016.-126 с.

Режим доступа:<http://www.stu.lipetsk.ru/education/chair/kaf-vm/mu/>

Систем. требования: Intel Pentium (или аналогичный процессор других производителей), 512 Мб оперативной памяти, Adobe Reader 9.0 (или аналогичный продукт для чтения файлов формата pdf).

Типовой расчет предназначен для студентов направлений 01.03.03, 02.03.03, 09.03.01, 09.03.04, 27.03.03 и других, изучающих высшую математику по программе технического вуза. Представлены 120 вариантов типового расчета по скалярным функциям векторного аргумента. В типовом расчете 15 заданий, в которых отражены основные темы по дифференцированию СФВА и исследование на экстремум.

Ключевые слова: функция нескольких переменных; частное приращение функции; полное приращение функции; частная производная; полная производная; частный дифференциал; полный дифференциал; частные производные высших порядков; дифференциалы высших порядков; экстремум функции нескольких переменных; условный экстремум.

## СОДЕРЖАНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

1. Область определения функции
2. Область в трехмерном пространстве
3. Производная неявной функции
4. Частные производные функции двух переменных
5. Полное приращение функции
6. Полный дифференциал функции двух переменных
7. Смешанные производные функции двух переменных
8. Вторая производная функции двух переменных
9. Второй дифференциал функции двух переменных
10. Разложение функции двух переменных по формуле Тейлора
11. Наименьшее (наибольшее) значения функции на компакте
12. Критические точки функции трех переменных
13. Исследование функции двух переменных на экстремум
14. Касательная плоскость к поверхности
15. Нормаль к поверхности

В а р и а н т 1. . . . .	5
В а р и а н т 11. . . . .	15
В а р и а н т 21. . . . .	25
В а р и а н т 31. . . . .	35
В а р и а н т 41. . . . .	45
В а р и а н т 51. . . . .	55
В а р и а н т 61. . . . .	65
В а р и а н т 71. . . . .	75
В а р и а н т 81. . . . .	85
В а р и а н т 91. . . . .	95
В а р и а н т 101. . . . .	105
В а р и а н т 111. . . . .	115

**Таблица производных**

- |   |  |
|---|--|
| 1. $(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} \cdot u'$ | 10. $(\arcsin u)' = \frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$       |
| 2. $(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$          | 11. $(\arccos u)' = -\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$      |
| 3. $(e^u)' = e^u \cdot u'$                      | 12. $(\arctg u)' = \frac{u'}{1+u^2}$               |
| 4. $(\log_a u)' = \frac{u'}{u \cdot \ln a}$     | 13. $(\text{arcctg } u)' = -\frac{u'}{1+u^2}$      |
| 5. $(\ln_a u)' = \frac{u'}{u}$                  | 14. $(\text{sh } u)' = \text{ch } u \cdot u'$      |
| 6. $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$                | 15. $(\text{ch } u)' = \text{sh } u \cdot u'$      |
| 7. $(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$               | 16. $(\text{thu})' = \frac{u'}{\text{ch}^2 u}$     |
| 8. $(\text{tg } u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$      | 17. $(\text{cth } u)' = -\frac{u'}{\text{sh}^2 u}$ |
| 9. $(\text{ctg } u)' = -\frac{u'}{\sin^2 u}$    |  |

**Основные формулы**

- $F(x, y) = 0 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = -\frac{F'_x(x, y)}{F'_y(x, y)}$
- $F(x, y, z) = 0 \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F'_x(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F'_y(x, y, z)}{F'_z(x, y, z)}$
- $dz(x, y) = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$
- $du(x, y, z) = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$
- $dy(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial y}{\partial x_n} dx_n$
- $dy(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial y}{\partial x_i} dx_i$
- $d^2z(x, y) = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} dx^2 + 2 \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} dx dy + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} dy^2$
- $d^2u(x, y, z) = \left( \frac{\partial}{\partial x} dx + \frac{\partial}{\partial y} dy + \frac{\partial}{\partial z} dz \right)^2 u =$   
 $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} dy^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dz^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} dx dy + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} dx dz + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} dy dz$
- $d^m y(x_1, x_2, \dots, x_m) = \left( \sum_{j=1}^m \frac{\partial}{\partial x_j} dx_j \right)^m y$

## Вариант 2 - 1

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{2}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 9x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, x = 5, y = 2, y = 4, z = -3, x + y + z = 7.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 2x - 3)(-2y + 3) + (4x - 3)(-3y^2 + 4y + 1) = 732 \text{ в точке } (-3; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{5y^2 - 2x - 2}{e^{6y-3x}}, \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 + 3y^2}{-3x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3x^2 + 2y^2}{3x - 3y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 2y)e^{6x-4y} \text{ в точке } (2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{-5x+3y} \cos(3x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x - 2y}{3x + 2y} \text{ в точке } M_o(-3; -3), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(3x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 3y^2 + 72x - 12y + 43$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 3x - 6y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 5xy + 5y^2 - 3z^2 + 2x - 5y - 18z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 2xy + 5y^2 + 32x - 14y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 44 \text{ в точке } (1; -3; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 - 2y^2 - z^2 = 33$

в точке  $(3; -1; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 2

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 10x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, y = 2, x + y = 5, x + y + z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 3x + 3) + \cos(2y^2 + 3y - 3) + \operatorname{tg}(5x + 4y - 2xy) = C \text{ в точке } (0; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{4x^2 + 2y + 2}{e^{5y-5x}}, \text{ в точке } (-2; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 4y^2 - 2xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 3y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{16}(x - y) \right) \text{ в точке } (-2; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x+3y} \cos(-3x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x - 3y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; -3), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 4y^2 + 48x + 24y + 50$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 5x + 5y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 - y^2 - 3z^2 - 8x + 3y - 12z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 2y^2 - 28x + 2y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 2z^2 = 15 \text{ в точке } (1; -1; 2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 - y^2 - 2z^2 = 8$

в точке  $(-3; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 3

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-2}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}} + \ln(x - 10y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 7, y = 8, x + y = 5, x + y + z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 3xy - 3y^2)(-2x - 2y) = -730 \text{ в точке } (4; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (5x^2 + 4y + 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 2y^2 + 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 2y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x - 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x+3y} \cos(-4x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x - 2y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_o(3; -2), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $x^2y$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(-2x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 5y^2 - 32x - 30y + 46$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 2x + 5y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 3xy + 4y^2 - 3z^2 + 10x - 10y + 6z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 2xy + 6y^2 - 12x + 20y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 59 \text{ в точке } (-3; -1; -2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 - 5z^2 = -29$

в точке  $(3; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .



## Вариант 2 - 4

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 5y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 8, \quad z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 2xy - 3y^2 - 11}{-3x^2 - 2xy + 4y^2} = 1 \text{ в точке } (-3; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 - 3y + 1) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{2x - 3y - 2z}, \text{ если } x = -2, y = 3, z = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 - 3y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 4xye^{6x+2y} \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x-5y} \sin(5x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; -2), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) - 36x - 34$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{105}x + 4y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 - y^2 - 4z^2 - 3x - 8y + 16z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 6xy - 4y^2 + 20x - 22y + 32.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 4y^2 - z^2 = 27 \text{ в точке } (-3; 1; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 + 5y^2 - 28$

в точке  $(3; 1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 5

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{10x - 7y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 + 4x + 3)(-3y + 0) + (3x + 3)(3y^2 - 3y - 1) = 156 \text{ в точке } (1; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 + 2y - 3) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 3y^2}{4x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (3x - 2y)e^{3x-4y} \text{ в точке } (4; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-3x-4y} \sin(2x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 5y}{3x - 3y} \text{ в точке } M_0(-1; -2), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = -2 \sin^2(3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{6})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -38 + 48x - 4(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{55}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 7xy + 6y^2 - 3z^2 + 23x + 26y + 18z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 3xy + 4y^2 - 33x + 30y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + y^2 - 3z^2 = 34 \text{ в точке } (3; -1; -2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 + y^2 - 32$

в точке  $(3; 1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 6

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{6x + 3y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 1(x^2 + y^2) + 5, \quad z = 7 - 1(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 2x - 2) + \cos(3y^2 - 3y + 2) + \operatorname{tg}(3x + 2y - 2xy) = C \text{ в точке } (2; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 4y + 3) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \sin \frac{xy}{8}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-3xy}{2x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+4y} \sin(3x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_0(1; -2), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(3x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -30 - 20x - 5(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{33}x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 2z^2 + 8x + 3y - 12z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 6y^2 + 34x - 30y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 19 \text{ в точке } (-2; 3; 1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 6y^2 - 53$

в точке  $(1; 3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 7

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \arccos \left( \frac{y-9}{x-4} \right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 8\sqrt{x^2 + y^2} + 2, \quad z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 2xy + 4y^2)(2x + 2y) = -64 \text{ в точке } (0; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 - 3y - 1) \cos \left( \frac{\pi}{2}(x - y) \right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 4y^2}{-3x + 2y}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x - 2y) \cos^2 \left( \frac{\pi}{4}(x - y) \right) \text{ в точке } (-3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{4x+3y} \cos(-4x + 2y) \sin(-4x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 5y}{2x + 2y} \text{ в точке } M_o(3; -1), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = -3 \cos^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 30y - 33$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 2x - \sqrt{3}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 - 3xy + 3y^2 + 2z^2 + x - 12y + 4z + 29.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 5xy + 2y^2 - 25x + 14y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 - 2y^2 - z^2 = 18 \text{ в точке } (3; -2; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - 3y^2 + 7$

в точке  $(2; -3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 8

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{49 - x^2 - y^2} + 4\sqrt{x^2 + y^2 - 25}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -9\sqrt{x^2 + y^2} + 2, \quad z = -6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 3xy + 3y^2 - 28}{4x^2 + 2xy + 2y^2} = 1 \text{ в точке } (3; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 + 2y - 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ ( в точке } (2; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-3xyz}{4x + 2y - 3z}, \text{ если } x = 2, y = -2, z = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2, \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{6x+2y} \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x-3y} \cos(-3x + 4y) \sin(-3x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 5y}{3x - 3y} \text{ в точке } M_0(-1; -2), \text{ если } dx=0.4, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{6})^2$  в разложении функции  $z = 2 \cos^2(3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 12y - 14$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 2x - \sqrt{21}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 - 4z^2 - 3x - 3y + 16z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 7xy - 5y^2 + 30x + 34y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - y^2 - 2z^2 = 14 \text{ в точке } (-3; 2; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 6x^2 - y^2 - 17$

в точке  $(2; 1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 9

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{(64 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 25)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 7\sqrt{x^2 + y^2} + 3, \quad z = 4 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 - 2xy + 2y^2 + 36}{-3x + 2y} = -2x + 3y \text{ в точке } (3; 0).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(-2x - 2xy + 2y) \sin\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 2y^2}{2x - 2y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x + 3y)e^{2x+2y} \text{ в точке } (-2; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+5y} \cos(4x + 4y) \sin(4x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 6y}{4x - 2y} \text{ в точке } M_0(2; -2), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \sin^2(-2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 6y^2 + 18x - 24y + 32$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 3x - 7y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 4xy + 3y^2 - 3z^2 + 20x - 16y - 18z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 4xy + 6y^2 + 6x - 32y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 2y^2 - 5z^2 = -62 \text{ в точке } (-1; 3; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 3y^2 + 20$

в точке  $(3; 3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 10

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{\frac{y - x^2 + 3x}{y + x^2 + 5x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 11)^2 = 9, \quad z = 7\sqrt{x^2 + y^2} + 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 3x - 3)(2y + 4) + (3x - 2)(3y^2 - 3y + 2) = -358 \text{ в точке } (4; 1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-3x + 3xy - 3y) \cos\left(\frac{\pi}{15}(x - y)\right) \text{ в точке } (5; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 5xy) \cdot \sin \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-5y} \cos(5x + 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 7y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; 1), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(2x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 6y^2 + 36x + 60y + 41$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 4x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 - 4z^2 + 8x + 3y - 8z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 4xy - 5y^2 - 24x - 34y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 + 3y^2 + 59 \text{ в точке } (1; 2; -3) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 + 5y^2 + z^2 = 50$

в точке  $(-3; -1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 11

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{(y - x^2 + 4x)(y + x^2 + 6x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 81, \quad z = 14 - 2\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 2x + 4) + \cos(-3y^2 - 2y + 0) + \operatorname{tg}(3x + 4y - 2xy) = C \text{ в точке } (3; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (2x + 3xy - 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{21}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x-4y} \cos(3x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 2y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(2; -1), \text{ если } dx=0.4, dy=0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(2x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 2y^2 - 50x - 8y + 37$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 3x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 + 2xy + 3y^2 + 3z^2 + 18x + 20y + 6z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 5xy + 5y^2 + 19x + 5y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + y^2 + 67 \text{ в точке } (3; 2; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 15$

в точке  $(1; 2; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .



## Вариант 2 - 12

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(x+y-4)(x-y+8)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 12 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \quad z = 10 + 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 2xy + 3y^2)(2x + 2y) = 550 \text{ в точке } (2; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-3x + 3xy + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x-y)\right) \text{ в точке } (-1; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{2x + 3y + 4z}, \text{ если } x = 2, y = 2, z = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3, \Delta z = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2xy}{-3x + 4y}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{6x+3y} \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-3y} \cos(5x + 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x - 2y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_o(3; 2), \text{ если } dx=0.3, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(-3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 30x - 36$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{21}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y + 2z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 - 7xy - 4y^2 - 44x - 37y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 5y^2 + 21 \text{ в точке } (2; 1; 2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 31$

в точке  $(1; 2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 13

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{x+y+2} + \sqrt{x-y-6}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -13 - \sqrt{81 - x^2 - y^2}, \quad z = -4 - 3\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 2xy + 2y^2 - 28}{-3x - 2y} = 3x - 2y \text{ в точке } (-2; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-2y^2 + 3x + 4}{e^{2y-6x}}, \text{ в точке } (1; 3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 + 3y^2}{2x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-3x^2 + 3y^2}{2x - 2y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x + 3y)e^{4x+2y} \text{ в точке } (-2; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-3y} \sin(5x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x - 3y}{6x + 3y} \text{ в точке } M_0(-1; -1), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = 2 \operatorname{tg}(-3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) - 48x - 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{55}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 5xy + 3y^2 - 3z^2 - 39x - 33y - 6z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 3xy + 2y^2 - 33x - 21y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 - 4y^2 + 9 \text{ в точке } (1; -2; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 + 2y^2 - z^2 = 34$

в точке  $(-3; -1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 14

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \ln \frac{x^2 + y^2 - 8x}{14x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = 11 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 - 2x + 3)(-3y + 1) + (3x - 3)(2y^2 - 3y - 1) = 368 \text{ в точке } (4; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-2x^2 + 4y + 2}{e^{2y-2x}}, \text{ в точке } (1; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 4xy) \cdot \sin \frac{xy}{5}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 - 3y^2 + 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi} (2x + 2y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{20} (x - y) \right) \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x+3y} \sin(-2x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(-3; 1), \text{ если } dx=0.3, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 3 \sin^2(2x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -30 + 40x - 5(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{45}x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 + z^2 - 3x + 3y - 6z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 3xy - 5y^2 + 2x + 17y + 32.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 - y^2 - 12 \text{ в точке } (3; -2; 1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 - 4z^2 = 13$

в точке  $(-2; 3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 15

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 8x}{-x^2 - y^2 + 18x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -4 - \sqrt{81 - x^2 - y^2}, \quad z = -9 + \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 - 2x - 3) + \cos(-3y^2 + 2y + 2) + \operatorname{tg}(6x + 4y + 2xy) = C \text{ в точке } (0; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (2x^2 + 4y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 2, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 - 3y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x - 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-3x+3y} \sin(3x - 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x - 2y}{6x + 2y} \text{ в точке } M_0(-2; -2), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(-2x - 2y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 32y - 33$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 4x - \sqrt{9}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 4xy + 4y^2 - 2z^2 - 12x + 12y - 12z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 5xy + 5y^2 + 46x + 35y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 5y^2 - 2 \text{ в точке } (-1; -1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - 3z^2 = 15$

в точке  $(3; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 16

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{10 \sin(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -16 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = -8 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 2xy + 2y^2 + 147}{3x^2 - 3xy + 1y^2} = 1 \text{ в точке } (4; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 5y + 3) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{-2x + 3y + 2z}, \text{ если } x = 3, y = -2, z = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -2xye^{3x-2y} \text{ в точке } (2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-5y} \cos(-3x + 2y) \sin(-3x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 7y}{4x - 2y} \text{ в точке } M_o(-2; 2), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 5y^2 + 30x - 20y + 42$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x - 5y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 2z^2 + 8x - 3y - 4z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 - 6xy - 6y^2 - 16x - 18y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 55 \text{ в точке } (-2; -2; 3) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - 5y^2 - z^2 = -31$

в точке  $(3; 3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 17

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{5 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, x = 7, y = 6, y = 12, z = -2, z = -9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 2xy + 3y^2 + 126}{3x - 2y} = 4x + 2y \text{ в точке } (-3; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 5y - 3) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (0; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 + 3y^2}{2x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-3x - 3y)e^{3x+3y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-4y} \cos(-2x - 3y) \sin(-2x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 2y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_o(3; 3), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(2x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 5y^2 + 8x + 30y + 49$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 5x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 + 4xy + 5y^2 + 3z^2 - 32x - 2y - 18z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 2xy + 6y^2 + 10x + 32y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 49 \text{ в точке } (-3; 3; 1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - y^2 - 4z^2 = -11$

в точке  $(-1; -3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 18

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{5y - x^2} + 7\sqrt{25x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 8, x = 11, y = 4, y = 9, z = -4, y + z = 7.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 4x + 1)(2y + 3) + (3x + 4)(3y^2 - 3y + 1) = 645 \text{ в точке } (2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 2y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 2y^2 + 3xy) \cdot \sin\frac{xy}{9}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{3x + 2y}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-4y} \cos(-5x - 2y) \sin(-5x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 6y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_o(-1; 2), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(-3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 3y^2 - 20x - 18y + 46$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 5x + 4y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 + 3z^2 - 3x + 3y - 6z + 28.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 - 4xy - 5y^2 + 8x + 26y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 24 \text{ в точке } (-2; 1; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 3y^2 - 4z^2 = 2$

в точке  $(3; 1; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 19

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 5\sqrt{36y - x^2} + 6\sqrt{6x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 8, x = 12, y = 5, y = 10, z = -3, x + y + z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 + 2x + 4) + \cos(-2y^2 - 2y + 3) + \operatorname{tg}(6x + 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (0; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 - 3y - 3) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \cos\frac{xy}{7}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3x^2 - 2y^2}{4x + 2y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+5y} \cos(2x - 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 6y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_o(2; 1), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 40x - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{105}x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 4xy + 6y^2 + 3z^2 - 12x - 4y - 18z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 2xy + 3y^2 - 18x - 2y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 4y^2 - z^2 = 17 \text{ в точке } (-1; -2; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 + 5y^2 - 59$

в точке  $(2; -3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .



## Вариант 2 - 20

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \ln(6y - x^2 - y^2) + \sqrt{12x + 12y - x^2 - y^2 - 36}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, \quad y = 2, \quad x + y = 6, \quad x + y + z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 4xy - 3y^2)(3x + 2y) = -392 \text{ в точке } (2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 2y - 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{4x - 2y - 2z}, \text{ если } x = -1, \quad y = 1, \quad z = 1, \quad \Delta x = 0.2, \quad \Delta y = 0.1, \quad \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, \quad y = -2, \quad \Delta x = 0.2, \quad \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -2xye^{2x-3y} \text{ в точке } (-3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x+3y} \cos(3x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 3y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(2; -1), \text{ если } dx=0.4, \quad dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $x^2y$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) - 50x - 34$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{12}x + 2y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 + 3z^2 - 3x + 8y + 6z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 6xy - 2y^2 - 30x - 18y + 36.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + y^2 - 3z^2 = 21 \text{ в точке } (-2; -2; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 6x^2 + y^2 - 59$

в точке  $(-3; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 21

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{3}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 6x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 2, y = 3, x + y = 2, x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 - 3xy + 2y^2 + 33}{-3x^2 + 4xy + 1y^2} = 1 \text{ в точке } (-2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (4x - 2xy - 3y) \sin\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 + 2y^2}{3x - 3y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x - 3y)e^{6x+2y} \text{ в точке } (-1; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-2y} \cos(5x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 6y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_0(-3; -1), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = 2 \operatorname{tg}(-2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -27 + 18x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{55}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 6xy + 6y^2 - 2z^2 - 24x - 6y - 12z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 3xy + 4y^2 + 15x + 15y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 5y^2 - 4z^2 = -12 \text{ в точке } (-2; -2; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 5y^2 - 8$

в точке  $(3; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 22

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 6x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 - 3xy + 2y^2 + 3}{2x + 2y} = 3x + 4y \text{ в точке } (-3; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x - 2xy + 2y) \cos\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 3y^2 - 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x+3y} \sin(-2x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 4y}{3x - 3y} \text{ в точке } M_o(-1; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -29 - 24x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{40x + 3y} \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 3x^2 + y^2 + 4z^2 + 8x + 3y + 24z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 5y^2 - 26x - 14y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 - 2y^2 - z^2 = 0 \text{ в точке } (2; -2; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - 2y^2 - 2$

в точке  $(-1; 2; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 23

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-3}{\sqrt{x^2 + y^2 - 25}} + \ln(x - 10y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 4, \quad z = 9 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 3x + 4)(-3y + 3) + (5x + 2)(-3y^2 - 3y + 2) = 134 \text{ в точке } (-2; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (2x - 3xy - 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{24}(x - y)\right) \text{ в точке } (5; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{8}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 - 2y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+5y} \sin(-4x + 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 8y}{6x + 3y} \text{ в точке } M_o(-1; -1), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 24y - 28$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 2x - \sqrt{5}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 6xy + 3y^2 - 3z^2 + 42x + 30y - 12z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 2xy + 3y^2 + 8x - 4y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - y^2 - 3z^2 = 29 \text{ в точке } (3; 2; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 6x^2 - y^2 - 13$

в точке  $(2; -3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 24

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 10y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4(x^2 + y^2) + 2, \quad z = 7 - 4(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 2x + 3) + \cos(3y^2 + 2y + 1) + \operatorname{tg}(3x + 2y - 2xy) = C \text{ в точке } (2; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(4x + 5xy + 5y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{4x - 3y + 4z}, \text{ если } x = -1, y = -2, z = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3xy}{4x + 3y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 3xye^{4x-3y} \text{ в точке } (3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-5y} \sin(-4x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 7y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_o(-1; 1), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{6})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(3x + 2y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) - 16y - 31$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 4x - \sqrt{3}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 - y^2 + 4z^2 + 3x + 3y - 16z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 2xy - 5y^2 + 4x - 18y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 3y^2 - 4z^2 = -30 \text{ в точке } (1; -3; 1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 4y^2 + 21$

в точке  $(1; 2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 25

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{7x - 4y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 1\sqrt{x^2 + y^2} + 3, \quad z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 - 3xy + 4y^2)(4x - 3y) = -242 \text{ в точке } (-2; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-3y^2 + 5x - 3}{e^{6y-4x}}, \text{ в точке } (-3; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 3y^2}{3x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 3y^2}{-2x + 3y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x - 2y)e^{3x+3y} \text{ в точке } (2; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{3x-3y} \cos(-5x + 3y) \sin(-5x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 4y}{2x - 3y} \text{ в точке } M_o(3; 1), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 18y - 34$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 2x - \sqrt{3}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 2xy + 2y^2 - 3z^2 - 18x + 16y - 6z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 4xy + 4y^2 - 8x + 16y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 + 2y^2 + 26 \text{ в точке } (-1; 3; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 3y^2 + z^2 = 33$

в точке  $(-1; -3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 26

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{3x + 4y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -8\sqrt{x^2 + y^2} + 6, \quad z = -9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 - 3xy + 3y^2 + 3}{-2x - 2y} = -3x - 3y \text{ в точке } (0; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{5x^2 - 2y + 4}{e^{2y-6x}}, \text{ в точке } (-1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 - 3y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x - 2y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{8}(x - y) \right) \text{ в точке } (3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+5y} \cos(-3x - 2y) \sin(-3x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x - 2y}{6x + 2y} \text{ в точке } M_o(2; 1), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 20y - 21$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, 5x - \sqrt{24}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 4z^2 - 3x + 8y - 8z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 5xy - 2y^2 - 21x + 14y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 + y^2 + 10 \text{ в точке } (-1; -1; 1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 + 3z^2 = 25$

в точке  $(3; 2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 27

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \arccos\left(\frac{y-7}{x-3}\right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4\sqrt{x^2 + y^2} + 5, \quad z = 10 - 4\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 - 2x - 1) + \cos(-3y^2 - 2y + 3) + \operatorname{tg}(6x + 3y + 4xy) = C \text{ в точке } (1; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (4x^2 + 5y + 1) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 3y^2 + 5xy) \cdot \cos\frac{xy}{10}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 3y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+3y} \cos(2x - 2y) \sin(2x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 6y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_o(2; -3), \text{ если } dx=0.1, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 2y^2 + 24x - 20y + 40$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 3x - 4y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 5xy + 4y^2 + 2z^2 + 19x + 29y + 4z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 6xy + 2y^2 + 18x + 8y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = x^2 + 2y^2 + 8$  в точке  $(-1; -1; 1)$  и определить абсциссу точки ее пересечения с осью  $Oz$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 60$  в точке  $(-2; -2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .



## Вариант 2 - 28

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{36 - x^2 - y^2} + 9\sqrt{x^2 + y^2 - 4}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 9)^2 = 9, \quad z = 5\sqrt{x^2 + y^2} + 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 4xy + 2y^2)(-2x - 2y) = -1080 \text{ в точке } (3; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 + 5y + 2) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{3x - 2y - 2z}, \text{ если } x = -2, y = 3, z = 3, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 3xye^{6x-2y} \text{ в точке } (-1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+3y} \cos(-4x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 5y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; -2), \text{ если } dx = -0.1, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 2y^2 + 40x + 12y + 44$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 2x + 7y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 - y^2 - 3z^2 - 3x - 3y + 12z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 + 5xy - 5y^2 + 26x + 5y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 4x^2 - 3y^2 - 15 \text{ в точке } (-2; 1; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 2y^2 - z^2 = 18$

в точке  $(2; 1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 29

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{(49 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 36, \quad z = 10 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 2xy - 3y^2 + 92}{-3x^2 + 2xy + 3y^2} = 1 \text{ в точке } (-2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 - 2y + 2) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 - 2y^2}{-2x + 4y}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (3x - 2y)e^{2x+2y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-5y} \cos(-5x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 7y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(-2; -2), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = 2 \operatorname{tg}(2x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 6y^2 - 40x - 36y + 51$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 3x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 3xy + 2y^2 - 2z^2 + 12x + y + 12z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 4xy + 2y^2 - 42x + 24y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 4x^2 - y^2 - 31 \text{ в точке } (3; -1; 2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 - 3z^2 = -5$

в точке  $(-3; -2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 30

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{\frac{y - x^2 + 3x}{y + x^2 + 8x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 9 + \sqrt{64 - x^2 - y^2}, \quad z = 1 + 4\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 2xy - 3y^2 + 15}{-2x + 4y} = 4x + 2y \text{ в точке } (1; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 - 2y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \sin\frac{xy}{9}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3xy}{-3x + 3y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-4y} \cos(-5x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x - 3y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_0(-1; 3), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{6})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 20x - 31$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{45}x + 6y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 - 3z^2 - 3x - 3y - 6z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 6xy - 4y^2 + 26x - 30y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 4y^2 + 21 \text{ в точке } (1; -2; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - 4z^2 = -24$  в точке  $(2; -2; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 31

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(y - x^2 + 3x)(y + x^2 + 8x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -12 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \quad z = -8 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 - 2x + 2)(-2y - 3) + (2x - 1)(-3y^2 - 2y + 4) = -18 \text{ в точке } (2; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 3y - 1) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \cos\frac{xy}{8}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-3x^2 + 3y^2}{2x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+5y} \sin(-5x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 8y}{3x - 3y} \text{ в точке } M_o(2; -2), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(-3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 16x - 35$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{12}x + 2y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 6xy + 5y^2 - 3z^2 + 18x + 12y + 6z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x + 14y + 35.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 41 \text{ в точке } (2; 3; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 - 4y^2 - z^2 = -10$

в точке  $(1; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 32

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(x+y-3)(x-y+2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 3 + \sqrt{81 - x^2 - y^2}, \quad z = 11 - \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 4x - 1) + \cos(2y^2 + 4y + 4) + \operatorname{tg}(4x - 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (1; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 - 3y + 4) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{2x + 3y - 3z}, \text{ если } x = 1, y = 3, z = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.2, \Delta z = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 3y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{6x+3y} \text{ в точке } (-2; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x+5y} \sin(-4x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 2y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_o(2; -3), \text{ если } dx=0.4, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{6})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -35 + 8x - 2(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{45}x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 - z^2 - 3x - 3y + 4z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 6xy - 6y^2 - 12x + 12y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 4y^2 + 5z^2 = 36 \text{ в точке } (-3; 1; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - y^2 - 4z^2 = 5$

в точке  $(3; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 33

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{x + y + 3} + \sqrt{x - y - 6}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -3 - \sqrt{144 - x^2 - y^2}, \quad z = -13 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 - 2xy - 2y^2)(-2x - 2y) = -192 \text{ в точке } (-2; -2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-3x + 5xy + 2y) \sin\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{2x^2 - 3y^2}{3x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 4y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-3x + 3y)e^{2x-3y} \text{ в точке } (3; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x-5y} \sin(5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 7y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; -2), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -39 - 24x - 6(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{60}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 7xy + 4y^2 + 2z^2 - 41x + 38y + 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 2xy + 2y^2 + 20x + 4y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 24 \text{ в точке } (-1; 1; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 3y^2 - 5z^2 = -38$

в точке  $(-3; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 34

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \ln \frac{x^2 + y^2 - 6x}{10x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -15 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = -4 - \sqrt{49 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 - 3xy + 2y^2 + 112}{4x^2 + 4xy + 0y^2} = 1 \text{ в точке } (4; 4).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (4x + 5xy + 2y) \cos\left(\frac{\pi}{36}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 + 2y^2 - 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-2y} \cos(-5x + 5y) \sin(-5x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 2y}{4x - 3y} \text{ в точке } M_o(-2; 3), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 50y - 29$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 4x - \sqrt{20}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 + 4z^2 + 8x - 8y + 16z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 7xy - 6y^2 - 13x - 29y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 5y^2 - z^2 = 60 \text{ в точке } (-2; -3; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 + 5y^2 - 51$

в точке  $(-1; -3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 35

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 8x}{-x^2 - y^2 + 22x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 2, x = 8, y = 6, y = 8, z = -5, z = -5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 4xy - 2y^2 + 79}{-2x + 3y} = -2x + 4y \text{ в точке } (1; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(4x - 3xy + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 5y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{24}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-3y} \cos(-2x + 2y) \sin(-2x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x - 3y}{6x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; -3), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 16y - 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 4x - \sqrt{3}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 4xy + 2y^2 + 2z^2 - 38x - 20y + 8z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 2xy + 2y^2 - 30x - 6y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + y^2 - 2z^2 = 2 \text{ в точке } (1; -1; 1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 + y^2 - 13$

в точке  $(-2; 1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .



## Вариант 2 - 36

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{7 \sin(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 4, x = 7, y = 2, y = 7, z = -5, y + z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 2x + 4)(3y + 1) + (4x + 2)(3y^2 + 4y - 2) = 647 \text{ в точке } (3; 4).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (2x + 5xy + 1y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{4xyz}{-3x + 3y - 3z}, \text{ если } x = -2, y = 3, z = 3, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2xy}{3x + 3y}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 4xye^{3x+3y} \text{ в точке } (3; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{3x-2y} \cos(5x - 5y) \sin(5x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 5y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(-1; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 3y^2 + 24x - 18y + 48$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x - 3y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 - z^2 - 3x - 3y + 2z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 5xy - 4y^2 + 13x - 13y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 2y^2 - 3z^2 = -15 \text{ в точке } (-2; -2; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 2y^2 - 15$

в точке  $(3; -1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 37

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{7 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 2, x = 4, y = 4, y = 10, z = -2, x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(3x^2 + 3x - 1) + \cos(3y^2 + 2y + 1) + \operatorname{tg}(6x + 2y - 3xy) = C \text{ в точке } (-2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-2y^2 + 3x + 3}{e^{5y-5x}}, \text{ в точке } (3; 3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 2y^2}{2x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3x^2 - 3y^2}{3x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x - 2y)e^{2x-4y} \text{ в точке } (-2; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+4y} \cos(-5x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 6y}{4x - 2y} \text{ в точке } M_o(3; 3), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{6})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 6y^2 + 60x + 36y + 35$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 2x + 6y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 5xy + 4y^2 - 2z^2 - 15x + 13y - 4z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 7xy + 5y^2 - 3x + 16y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - 5y^2 - z^2 = -3 \text{ в точке } (-3; 2; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 - 5y^2 - 3$

в точке  $(-2; -1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 38

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{2y - x^2} + 4\sqrt{4x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, y = 5, x + y = 7, x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 - 2xy - 2y^2)(2x + 4y) = -4 \text{ в точке } (-1; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{5x^2 + 5y + 5}{e^{-3y-6x}}, \text{ в точке } (-1; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 2y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{4}(x - y) \right) \text{ в точке } (-1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-5y} \cos(-3x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 3y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(-1; -3), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(2x - 2y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 2y^2 - 60x - 16y + 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 2x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 2z^2 + 8x + 8y - 12z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 5y^2 - 24x - 24y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - y^2 - 3z^2 = -10 \text{ в точке } (3; 1; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - y^2 - 9$

в точке  $(2; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 39

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{4y - x^2} + 6\sqrt{2x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 4, y = 7, x + y = 3, x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 + 3xy + 3y^2 - 93}{-2x^2 - 3xy + 0y^2} = 1 \text{ в точке } (-3; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (-3x^2 + 4y - 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 5y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-3y} \cos(-3x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 2y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_o(1; -3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = -3 \cos^2(-2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 36x - 35$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, \sqrt{39}x + 5y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 7xy + 6y^2 + 2z^2 - 26x - 38y + 4z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 4xy + 3y^2 - 2x - 2y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 2y^2 - 3z^2 = -28 \text{ в точке } (1; -1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 5y^2 + 2$

в точке  $(-3; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 40

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \ln(8y - x^2 - y^2) + \sqrt{14x + 14y - x^2 - y^2 - 49}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 2, \quad z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 - 3xy + 4y^2 - 32}{2x - 3y} = -2x - 2y \text{ в точке } (2; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 3y + 5) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{2x + 2y + 2z}, \text{ если } x = 1, y = 3, z = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -2xye^{6x+3y} \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+4y} \sin(-2x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 7y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(1; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 2 \cos^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) - 36x - 38$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{32x + 2y} \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 - y^2 + 3z^2 - 8x - 3y - 18z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 6xy - 4y^2 + 42x - 42y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 4x^2 + 2y^2 + 18 \text{ в точке } (-1; -1; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 4y^2 + z^2 = 45$

в точке  $(-1; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 41

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{2}{\sqrt{36 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 4x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 2(x^2 + y^2) + 7, \quad z = 13 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 - 3x - 1)(3y + 3) + (2x + 3)(4y^2 + 4y + 4) = 36 \text{ в точке } (-1; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 - 2y + 4) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 - 2y^2}{3x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x + 4y)e^{6x-2y} \text{ в точке } (-1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-2y} \sin(-3x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 6y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_0(-1; 1), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -30 + 16x - 2(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{16x} + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 2z^2 - 14x - 22y + 8z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 5xy + 4y^2 - 39x + 39y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 + y^2 + 48 \text{ в точке } (1; 1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 39$

в точке  $(-3; 2; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 42

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{25 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 7x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 1(x^2 + y^2) + 9, \quad z = 12 - 1(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 + 4x + 3) + \cos(4y^2 + 3y + 4) + \operatorname{tg}(6x - 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (-3; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 + 2y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \sin \frac{xy}{10}, \text{ если } x = 2, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{-2x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+4y} \sin(-5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 5y}{6x + 2y} \text{ в точке } M_o(1; -2), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -38 - 32x - 4(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{91}x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 - 3z^2 + 8x - 8y - 18z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 5xy + 3y^2 + 9x - 13y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 3y^2 + 31 \text{ в точке } (1; -2; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 48$

в точке  $(3; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 43

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 - 49}} + \ln(x - 9y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6\sqrt{x^2 + y^2} + 3, \quad z = 12.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 - 3xy + 4y^2)(4x - 3y) = 34 \text{ в точке } (-2; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x^2 + 5y + 2) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2x^2 - 2y^2}{-2x - 3y}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-4y} \cos(-4x - 3y) \sin(-4x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_o(1; 1), \text{ если } dx = -0.1, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(-2x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) - 40y - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 5x - \sqrt{39}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 5xy + 3y^2 - 3z^2 + 22x + 22y + 12z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 + 2xy + 6y^2 - 4x + 20y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 - 3y^2 - 9 \text{ в точке } (3; 1; 3) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + 4y^2 - z^2 = 54$

в точке  $(-3; 3; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .



Вариант 2 - 44

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{25 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 5y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -6\sqrt{x^2 + y^2} + 9, \quad z = -12.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 3xy + 3y^2 + 25}{-3x + 4y} = 2x + 3y \text{ в точке } (1; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 5y + 4) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (5; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{-2x - 3y - 2z}, \text{ если } x = 1, y = 2, z = -1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{6x-2y} \text{ в точке } (1; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{2x+5y} \cos(-5x + 2y) \sin(-5x + 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{2x + 2y} \text{ в точке } M_0(-2; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) - 20y - 26$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 6x - \sqrt{45}y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 3x^2 + y^2 + 4z^2 + 8x + 3y - 16z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 4xy - 3y^2 - 12x - 10y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = 4x^2 - y^2 - 7$  в точке  $(1; 1; -2)$  и определить ординату точки ее пересечения с осью  $Oy$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 - 4z^2 = -33$  в точке  $(-1; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 45

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{7x - 2y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 8\sqrt{x^2 + y^2} + 3, \quad z = 13 - 8\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 - 3x - 1)(2y + 0) + (3x + 3)(4y^2 + 3y - 2) = 219 \text{ в точке } (2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(2x + 5xy + 4y) \sin\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{2x^2 + 3y^2}{2x + 3y}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 4y)e^{4x-2y} \text{ в точке } (-1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+5y} \cos(5x - 5y) \sin(5x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 2y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_0(1; 3), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = 2 \cos^2(-2x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 2y^2 + 24x - 8y + 27$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 2x - 2y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 4xy + 4y^2 + 2z^2 - 24x - 36y - 8z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 5xy - 2y^2 + 19x - 11y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = x^2 - 3y^2 + 0$  в точке  $(-1; 1; -1)$  и определить абсциссу точки ее пересечения с осью  $Oz$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 4y^2 - 3z^2 = 28$  в точке  $(2; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 46

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{8x + 6y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 11)^2 = 16, \quad z = 6\sqrt{x^2 + y^2} + 7.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(3x^2 + 2x - 2) + \cos(2y^2 + 4y + 4) + \operatorname{tg}(4x + 3y + 3xy) = C \text{ в точке } (2; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x + 3xy - 2y) \cos\left(\frac{\pi}{36}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 3y^2 + 4xy) \cdot \sin \frac{xy}{8}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 - 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x-2y} \cos(2x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 2y}{5x + 2y} \text{ в точке } M_0(-3; 3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{6})^2$  в разложении функции  $z = 3 \cos^2(-3x - 3y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 3y^2 + 40x + 24y + 46$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 3x + 7y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 8y + 4z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 + 2xy + 5y^2 + 14x + 34y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 48 \text{ в точке } (-2; 3; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 - 2y^2 - z^2 = 8$

в точке  $(-3; 3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 47

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2 \arccos \left( \frac{y-4}{x-6} \right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z-8)^2 = 81, \quad z = 17 - 6\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 3xy + 4y^2)(2x + 4y) = -384 \text{ в точке } (4; 1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-3x - 3xy + 1y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{21}(x - y) \right) \text{ в точке } (4; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 4y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{5}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 4y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x - 2y) \cos^2 \left( \frac{\pi}{20}(x - y) \right) \text{ в точке } (3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+2y} \cos(-4x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 7y}{4x - 3y} \text{ в точке } M_0(1; 2), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 5y^2 - 72x - 40y + 40$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 5x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 2xy + 3y^2 - 2z^2 - 4x - 10y - 12z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 7xy + 3y^2 + 50x - 33y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 5z^2 = 18 \text{ в точке } (-2; 1; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 - y^2 - 3z^2 = -26$

в точке  $(1; 2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 48

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{49 - x^2 - y^2} + 10\sqrt{x^2 + y^2 - 25}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 13 + \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = 7 + 1\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 - 3xy - 2y^2 + 36}{4x^2 + 2xy - 3y^2} = 1 \text{ в точке } (3; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (3x + 2xy + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{3x - 3y + 4z}, \text{ если } x = 2, y = 3, z = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{2x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 4xye^{3x+3y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x+4y} \cos(-2x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 5y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; -2), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) - 12x - 29$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{91}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 - 3z^2 + 3x + 3y - 12z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 3xy - 2y^2 + 21x - 5y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 2y^2 + 4z^2 = 39 \text{ в точке } (3; -2; 1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 5y^2 - 3z^2 = -22$

в точке  $(1; 2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 49

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{(81 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -4 - \sqrt{9 - x^2 - y^2}, \quad z = -1 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 + 3xy + 3y^2 + 96}{4x + 3y} = 2x + 4y \text{ в точке } (4; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{3y^2 + 5x - 2}{e^{5y-5x}}, \text{ в точке } (2; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{2x^2 - 2y^2}{-2x - 3y}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 4y^2}{4x - 2y}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x - 2y)e^{2x+2y} \text{ в точке } (2; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-3y} \sin(-4x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 7y}{4x - 3y} \text{ в точке } M_0(1; -3), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(-3x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -27 + 24x - 2(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{40}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 3xy + 2y^2 - 3z^2 + 6x + 2y - 12z + 29.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 5xy + 2y^2 + 31x - 11y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 4y^2 - z^2 = 77 \text{ в точке } (-3; -3; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 + 4y^2 - 28$

в точке  $(-3; 2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 50

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{\frac{y - x^2 + 3x}{y + x^2 + 8x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 3 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = 11 - \sqrt{25 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 - 2x - 1)(4y - 1) + (6x - 1)(4y^2 + 2y - 3) = 66 \text{ в точке } (-3; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{3x^2 + 2y + 5}{e^{3y-3x}}, \text{ в точке } (-3; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 - 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 - 3y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-5y} \sin(4x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 5y}{4x - 3y} \text{ в точке } M_0(3; 3), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(-3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -37 - 50x - 5(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{21}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 + y^2 - z^2 + 3x + 3y + 4z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 2xy - 6y^2 - 28x - 28y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + y^2 - 5z^2 = -8 \text{ в точке } (3; -1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 + y^2 - 25$

в точке  $(-3; 3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 51

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{(y - x^2 + 4x)(y + x^2 + 6x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -3 - \sqrt{169 - x^2 - y^2}, \quad z = -13 + \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 4x - 3) + \cos(4y^2 + 4y - 2) + \operatorname{tg}(3x + 4y + 2xy) = C \text{ в точке } (3; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (4x^2 + 5y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{8}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x+5y} \sin(-4x - 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x - 2y}{2x + 2y} \text{ в точке } M_0(-1; -2), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $x^2y$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(-3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) + 48y - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 2x - \sqrt{32}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 6xy + 5y^2 - 2z^2 + 36x + 48y - 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 6xy + 4y^2 - 4x + 2y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 5y^2 - 3z^2 = -3 \text{ в точке } (-2; -1; -2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 6y^2 - 32$

в точке  $(2; 2; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .



## Вариант 2 - 52

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{(x+y-3)(x-y+2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -15 + \sqrt{100 - x^2 - y^2}, \quad z = -4 - \sqrt{36 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 - 2xy - 2y^2)(-3x + 2y) = -8 \text{ в точке } (2; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 - 3y + 3) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{4x - 3y + 4z}, \text{ если } x = -1, y = 2, z = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2, \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{2x+2y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+5y} \cos(-3x+3y) \sin(-3x+3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x+5y}{4x-2y} \text{ в точке } M_o(-2; -3), \text{ если } dx=-0.2, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{6})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) + 24y - 33$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 2x - \sqrt{5}y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 3x^2 - y^2 + 3z^2 + 8x + 3y - 6z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 + 4xy - 3y^2 - 24x + 30y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - 3y^2 - z^2 = -20 \text{ в точке } (2; -3; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - 2y^2 + 4$

в точке  $(1; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 53

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{x + y + 3} + \sqrt{x - y - 6}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 6, x = 12, y = 3, y = 8, z = -3, z = -6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 3xy - 2y^2 + 10}{2x^2 + 4xy - 1y^2} = 1 \text{ в точке } (-1; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 - 2y - 2) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 2y^2}{2x - 2y}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x - 2y)e^{3x+2y} \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+4y} \cos(-5x - 3y) \sin(-5x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 5y}{3x + 2y} \text{ в точке } M_o(-3; 1), \text{ если } dx=0.4, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = 2 \cos^2(-2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 16y - 32$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 6x - \sqrt{45}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 + 4xy + 5y^2 + 2z^2 + 28x - 8y - 12z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 + 3xy + 2y^2 + 1x + 6y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - y^2 - 2z^2 = -20 \text{ в точке } (-1; 2; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 - y^2 - 23$

в точке  $(3; -1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 54

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln \frac{x^2 + y^2 - 4x}{14x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 8, x = 13, y = 4, y = 9, z = -2, y + z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 + 4xy + 2y^2 + 12}{3x + 2y} = 3x + 4y \text{ в точке } (-2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 2y + 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 - 2y^2 + 2xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{4x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-3y} \cos(-3x + 4y) \sin(-3x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 5y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; -2), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(2x + 2y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 12y - 13$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 2x - \sqrt{5}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 - y^2 + 3z^2 - 3x + 3y - 6z + 29.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 4xy - 3y^2 + 4x - 8y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 5y^2 - 2z^2 = -46 \text{ в точке } (-1; 3; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 5y^2 + 15$

в точке  $(-1; 2; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 55

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 10x}{-x^2 - y^2 + 22x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 7, \quad x = 15, \quad y = 5, \quad y = 10, \quad z = -1, \quad x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 4x + 1)(-3y + 3) + (6x + 3)(2y^2 - 3y - 3) = -144 \text{ в точке } (-1; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 3y - 2) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ ( в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{8}, \text{ если } x = 2, \quad y = 2, \quad \Delta x = -0.1, \quad \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 - 3y^2}{-3x + 3y}, \text{ если } x = 1, \quad y = -1, \quad \Delta x = -0.1, \quad \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x+4y} \cos(-2x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x - 2y}{6x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; 3), \text{ если } dx = -0.2, \quad dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 5y^2 + 30x - 20y + 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x - 6y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 - 3xy + 2y^2 - 2z^2 + 18x - 17y - 12z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 - 6xy + 6y^2 + 2x - 6y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 4x^2 + 5y^2 + 45 \text{ в точке } (3; -1; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + 5y^2 + z^2 = 24$

в точке  $(-3; -1; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 56

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{7 \sin(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, y = 2, x + y = 6, x + y + z = 7.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 - 2x + 3) + \cos(-2y^2 - 3y + 4) + \operatorname{tg}(4x - 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (3; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x^2 - 2y - 3) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ ( в точке } (5; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{4x + 4y - 3z}, \text{ если } x = 2, y = -2, z = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3, \Delta z = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 4y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{4x-2y} \text{ в точке } (2; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x-4y} \cos(2x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 2y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; -1), \text{ если } dx=0.4, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 4y^2 + 20x + 16y + 51$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 6x + 7y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 + 2z^2 + 3x - 3y + 8z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 - 3xy - 6y^2 + 9x - 27y + 36.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + y^2 + 25 \text{ в точке } (1; 2; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 22$

в точке  $(1; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 57

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{6 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 5, y = 3, x + y = 2, x + y + z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 - 3xy + 4y^2)(-3x + 4y) = -286 \text{ в точке } (1; -2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (2x + 2xy + 5y) \sin\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 2y^2}{-3x - 3y}, \text{ если } x = 2, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x + 4y)e^{6x+2y} \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x-5y} \cos(2x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 7y}{4x + 2y} \text{ в точке } M_0(-3; 2), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(-3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 5y^2 - 24x - 40y + 50$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 6x + 5y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 7xy + 6y^2 + 3z^2 - 29x + 9y + 6z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 6xy + 4y^2 - 20x - 22y + 29.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 5y^2 + 33 \text{ в точке } (-1; -1; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 43$

в точке  $(-3; -2; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 58

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{5y - x^2 25} + 9\sqrt{25x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 7(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 + 2xy - 3y^2 - 84}{-3x^2 + 3xy - 3y^2} = 1 \text{ в точке } (4; -1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x + 5xy - 3y) \cos\left(\frac{\pi}{15}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 5y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-4y} \sin(-3x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 7y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_o(-2; -2), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 16x - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{45}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 - y^2 + z^2 - 8x + 3y + 6z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 5xy - 4y^2 - 10x - 6y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 - 3y^2 + 5 \text{ в точке } (1; -2; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 2y^2 - z^2 = 52$

в точке  $(3; -2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 59

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{9y - x^2} + 5\sqrt{3x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 7(x^2 + y^2) + 4, \quad z = 12 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 2xy - 3y^2 - 59}{2x + 4y} = -2x + 4y \text{ в точке } (-3; -1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(4x + 3xy + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 - 3y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x-2y} \sin(-4x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 8y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_0(2; 1), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = 2 \cos^2(-3x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) - 12x - 25$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{55}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 2xy + 3y^2 + 3z^2 + 12x - 8y - 6z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 6xy + 3y^2 - 22x + 18y + 32.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 - y^2 - 50 \text{ в точке } (3; -1; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 - 2z^2 = 5$

в точке  $(-1; -2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .



## Вариант 2 - 60

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln(12y - x^2 - y^2) + \sqrt{20x + 20y - x^2 - y^2 - 100}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 2(x^2 + y^2) + 7, \quad z = 13 - 2(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 4x + 2)(-3y - 3) + (5x - 3)(-2y^2 + 4y + 3) = 39 \text{ в точке } (2; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(4x - 3xy - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{-3x + 4y - 2z}, \text{ если } x = 3, y = 3, z = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{4x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{4x+2y} \text{ в точке } (1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x-4y} \sin(2x + 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 6y}{5x + 2y} \text{ в точке } M_0(1; -2), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \sin^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -38 + 48x - 6(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{32}x + 2y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 8y - 2z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 + 5xy - 4y^2 + 27x - 39y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 4y^2 + 38 \text{ в точке } (2; -3; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 5y^2 - 4z^2 = 30$

в точке  $(-1; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 61

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{2}{\sqrt{49 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 8x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 1\sqrt{x^2 + y^2} + 5, \quad z = 11.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 4x - 2) + \cos(-3y^2 + 2y + 2) + \operatorname{tg}(2x + 3y + 3xy) = C \text{ в точке } (-1; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{5y^2 - 3x - 2}{e^{5y-5x}}, \text{ в точке } (2; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 - 2y^2}{4x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4x^2 - 3y^2}{4x + 2y}, \text{ если } x = 2, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 4y)e^{4x+3y} \text{ в точке } (-3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{3x-4y} \cos(2x + 3y) \sin(2x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 3y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_o(3; 2), \text{ если } dx=0.4, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-3x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -27 - 60x - 6(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{21}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 4xy + 3y^2 - 2z^2 + 16x - 16y - 4z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 3xy + 4y^2 - 21x + 17y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 34 \text{ в точке } (-2; 1; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - 5y^2 - z^2 = -44$

в точке  $(-1; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 62

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{49 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 7x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -7\sqrt{x^2 + y^2} + 5, \quad z = -11.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 2xy + 4y^2)(4x - 3y) = -424 \text{ в точке } (1; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{4x^2 + 5y + 3}{e^{5y-3x}}, \text{ в точке } (5; 3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 4y^2 - 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 3y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{20}(x - y) \right) \text{ в точке } (3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{4x+3y} \cos(-2x - 3y) \sin(-2x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_o(3; 1), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(-3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 8y - 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 6x - \sqrt{28}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 - 3z^2 - 3x - 3y + 6z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 - 4xy - 4y^2 + 48x + 36y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 77 \text{ в точке } (3; -1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - y^2 - 4z^2 = -9$

в точке  $(2; 1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 63

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-3}{\sqrt{x^2 + y^2 - 9}} + \ln(x - 5y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 7\sqrt{x^2 + y^2} + 6, \quad z = 10 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 2xy + 4y^2 - 28}{4x^2 + 4xy - 3y^2} = 1 \text{ в точке } (0; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (-3x^2 + 2y - 3) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 - 2y^2 - 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+2y} \cos(3x - 4y) \sin(3x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 6y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_0(1; -3), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(3x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 12y - 29$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, 4x - \sqrt{20}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 7xy + 6y^2 + 3z^2 + 31x - 33y - 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 2xy + 4y^2 + 18x + 4y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 58 \text{ в точке } (-1; -2; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 5y^2 - 4z^2 = -20$

в точке  $(1; -1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 64

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{36 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 3y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 8)^2 = 4, \quad z = 5\sqrt{x^2 + y^2} + 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 2xy + 2y^2 - 106}{-3x + 3y} = -3x + 4y \text{ в точке } (4; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 - 3y - 2) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{3x - 3y + 2z}, \text{ если } x = 3, y = 1, z = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 3xye^{4x-2y} \text{ в точке } (1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+2y} \cos(-4x - 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 3y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_o(1; -1), \text{ если } dx=0.3, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) + 40y - 25$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 4x - \sqrt{20}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 + z^2 + 3x - 3y - 2z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 - 2xy - 5y^2 + 8x + 22y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 4y^2 - z^2 = 21 \text{ в точке } (3; -1; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 5x^2 + 4y^2 - 63$

в точке  $(-3; -2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 65

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{8x - 4y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 25, \quad z = 9 - 1\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 - 3x + 3)(3y + 0) + (4x - 2)(-3y^2 + 4y - 3) = 32 \text{ в точке } (0; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x^2 + 2y - 3) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 + 4y^2}{-2x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 5y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x - 2y)e^{4x-3y} \text{ в точке } (3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-4x+4y} \cos(4x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 7y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(-2; 2), \text{ если } dx=0.2, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 6y^2 + 40x - 48y + 34$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 5x - 7y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 2xy + 2y^2 + 2z^2 - 12x - 14y + 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 5xy + 6y^2 - 20x + 29y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + y^2 - 3z^2 = 37 \text{ в точке } (-3; -2; -2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 + y^2 - 41$

в точке  $(3; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

**Вариант 2 - 66**

**1. Нарисовать область определения функции**

$$z = 3 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{7x + 7y}.$$

**2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями**

$$z = 9 + \sqrt{64 - x^2 - y^2}, \quad z = 1 + 3\sqrt{x^2 + y^2}.$$

**3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции**

$$\sin(2x^2 - 2x + 3) + \cos(2y^2 + 3y + 3) + \operatorname{tg}(6x - 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (3; 1).$$

**4. Вычислить частные производные функции**

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 + 3y + 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 1).$$

**5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$**

$$z = (-2x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \sin\frac{xy}{6}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

**6. Вычислить значение полного дифференциала функции**

$$z = \frac{3xy}{-3x + 3y}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

**7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции**

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 3).$$

**8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-4y} \cos(-3x - 3y)$ .**

**9. Вычислить значение второго дифференциала функции**

$$z = \frac{3x + 6y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_o(-3; -3), \text{ если } dx = -0.1, dy = 0.4$$

**10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...**

**11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 5y^2 + 12x + 20y + 54$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 4x + 7y \leq 0\}$ .**

**12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции**

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 - 3z^2 - 3x + 3y + 12z + 39.$$

**13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции**

$$z = -5x^2 - 2xy - 4y^2 + 12x + 10y + 35.$$

**14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности**

$$x^2 + 3y^2 - 2z^2 = 29 \text{ в точке } (2; 3; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

**15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 6y^2 - 4$**

**в точке  $(2; 1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .**

## Вариант 2 - 67

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \arccos \left( \frac{y-3}{x-7} \right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -6 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \quad z = -2 - 2\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 + 4xy - 2y^2)(-2x - 3y) = 24 \text{ в точке } (3; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x^2 + 5y + 3) \cos \left( \frac{\pi}{2}(x - y) \right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 2y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{6}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{3x^2 - 2y^2}{-3x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 2y) \cos^2 \left( \frac{\pi}{16}(x - y) \right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+4y} \sin(-4x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 4y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; -2), \text{ если } dx = -0.1, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 2y^2 - 60x - 16y + 55$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x + 5y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 4xy + 5y^2 + 2z^2 + 28x - 18y - 4z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 2xy + 4y^2 + 40x - 22y + 29.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 - 5y^2 - z^2 = -18 \text{ в точке } (1; -2; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - 2y^2 - 20$

в точке  $(-3; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .



## Вариант 2 - 68

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{64 - x^2 - y^2} + 5\sqrt{x^2 + y^2 - 9}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = 13 - \sqrt{49 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 3xy + 2y^2 + 2}{-3x^2 + 4xy + 3y^2} = 1 \text{ в точке } (-1; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 + 3y + 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{4x + 2y + 3z}, \text{ если } x = 3, y = 1, z = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 4y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{4x-2y} \text{ в точке } (-1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x+3y} \sin(-3x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_o(2; 2), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) + 32x - 33$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{84x + 4y} \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 - y^2 - 4z^2 - 3x - 3y - 8z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 - 2xy - 5y^2 + 6x - 18y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - y^2 - 4z^2 = 13 \text{ в точке } (-3; -1; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 - y^2 - 13$

в точке  $(-2; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 69

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(36 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -7 - \sqrt{144 - x^2 - y^2}, \quad z = -11 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 3xy - 2y^2 + 72}{2x + 3y} = 3x - 2y \text{ в точке } (-3; 0).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (4x + 4xy + 4y) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 3y^2}{4x - 2y}, \text{ если } x = 2, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 4y)e^{2x+2y} \text{ в точке } (1; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-4x-5y} \sin(4x - 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 6y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(3; -3), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(-3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 48x - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{96}x + 2y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 6xy + 5y^2 + 3z^2 + 12x - 24y - 12z + 36.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 3xy + 2y^2 + 21x - 18y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 3y^2 - 4z^2 = -30 \text{ в точке } (-1; 3; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 6y^2 + 49$

в точке  $(-3; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 70

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{\frac{y - x^2 + 2x}{y + x^2 + 4x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -16 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = -8 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 - 2x - 1)(2y + 1) + (2x + 2)(4y^2 - 3y - 2) = -4 \text{ в точке } (-1; -1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (3x + 2xy + 2y) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-2y} \cos(5x - 4y) \sin(5x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 7y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_o(-1; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -37 + 36x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, \sqrt{16}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 + 4z^2 + 3x + 3y + 16z + 28.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 + 2xy - 4y^2 + 26x - 14y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + 4y^2 + 47 \text{ в точке } (-3; 2; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + 4y^2 + z^2 = 29$

в точке  $(-2; -2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 71

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{(y - x^2 + 2x)(y + x^2 + 6x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 6, x = 12, y = 4, y = 6, z = -5, z = -9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(3x^2 - 2x - 3) + \cos(2y^2 - 2y - 2) + \operatorname{tg}(5x + 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (-1; 0).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (2x + 3xy + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{14}(x - y)\right) \text{ в точке } (5; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 + 5y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = 2, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x+2y} \cos(3x - 3y) \sin(3x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 7y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(-2; 1), \text{ если } dx = -0.1, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = -2 \sin^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -27 - 12x - 2(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{27}x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 3xy + 2y^2 - 3z^2 + 9x + 2y - 18z + 28.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 5xy + 3y^2 + 35x + 21y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + y^2 + 40 \text{ в точке } (1; -1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 + 4z^2 = 27$

в точке  $(-1; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 72

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{(x+y-2)(x-y+4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, x = 9, y = 3, y = 10, z = -2, y + z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 2xy - 3y^2)(2x + 4y) = -648 \text{ в точке } (3; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (5x + 3xy - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{-2x + 2y - 3z}, \text{ если } x = -1, y = 3, z = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2xy}{4x - 2y}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 3xye^{2x-4y} \text{ в точке } (2; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+4y} \cos(5x + 5y) \sin(5x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_0(-2; -3), \text{ если } dx=0.4, dy=0.3$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = 3 \cos^2(2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) + 24y - 37$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 6x - \sqrt{13}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 - y^2 - 2z^2 - 8x + 3y - 12z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 - 4xy - 3y^2 + 24x + 26y + 32.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 2y^2 + 30 \text{ в точке } (2; 2; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 62$

в точке  $(1; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 73

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{x+y+3} + \sqrt{x-y-6}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 7, x = 9, y = 2, y = 5, z = -2, x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{2x^2 + 4xy + 4y^2 - 26}{3x^2 + 4xy + 1y^2} = 1 \text{ в точке } (1; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-3y^2 + 2x - 1}{e^{4y-4x}}, \text{ в точке } (-1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 - 2y^2}{2x + 4y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 2y^2}{-3x + 2y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x + 3y)e^{6x-4y} \text{ в точке } (-2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x-2y} \cos(2x - 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 6y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_0(-3; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(-2x + 3y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 16y - 26$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 3x - \sqrt{7}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 5xy + 5y^2 - 3z^2 - 26x + 30y + 6z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 7xy + 3y^2 + 5x + 1y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 - 4y^2 + 18 \text{ в точке } (-2; 3; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 + 3y^2 - z^2 = 39$

в точке  $(2; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 74

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2 \ln \frac{x^2 + y^2 - 8x}{16x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, y = 3, x + y = 5, x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 + 3xy + 2y^2 - 135}{4x + 2y} = -3x - 2y \text{ в точке } (-3; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-3x^2 + 4y + 2}{e^{2y-4x}}, \text{ в точке } (1; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{9}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 2y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi} (3x + 4y) \sin^2 \left( \frac{\pi}{4} (x - y) \right) \text{ в точке } (1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+5y} \cos(-4x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 4y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; 2), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) + 48y - 17$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 5x - \sqrt{24}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + z^2 - 3x + 8y - 4z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 - 3xy - 3y^2 + 13x + 21y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = 5x^2 - y^2 + 2$  в точке  $(1; 1; 3)$  и определить ординату точки ее пересечения с осью  $Oy$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + y^2 - 3z^2 = 21$

в точке  $(-2; -2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 75

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 4x}{-x^2 - y^2 + 14x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, \quad y = 8, \quad x + y = 3, \quad x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 4x + 1)(3y - 3) + (3x - 2)(-2y^2 + 2y - 2) = 139 \text{ в точке } (-1; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (2x^2 - 2y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 3y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x+4y} \cos(-2x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x - 3y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_0(3; 2), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 3y^2 + 16x - 18y + 47$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 4x - 4y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 2xy + 4y^2 - 2z^2 + 4x - 22y - 12z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 7xy + 5y^2 + 2x - 6y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 5y^2 + 42 \text{ в точке } (-1; 3; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 5y^2 - 2z^2 = 22$

в точке  $(-2; 2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .



## Вариант 2 - 76

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{9 \sin(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 2, \quad z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 2x + 1) + \cos(-3y^2 - 3y - 1) + \operatorname{tg}(4x + 4y - 2xy) = C \text{ в точке } (2; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 + 2y + 2) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{4x + 4y - 3z}, \text{ если } x = 2, y = 2, z = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 + 4y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{2x+2y} \text{ в точке } (1; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-4y} \sin(-4x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x - 3y}{5x + 2y} \text{ в точке } M_0(-2; -1), \text{ если } dx=0.2, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 3y^2 + 20x + 12y + 58$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 5x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 - y^2 - 3z^2 + 3x - 8y + 6z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 5y^2 - 28x - 4y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 5y^2 + 5z^2 = 29 \text{ в точке } (-1; 2; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 - 2y^2 - z^2 = 25$

в точке  $(-3; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 77

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{9 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 13 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 3xy + 4y^2)(-2x - 3y) = 24 \text{ в точке } (4; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 4y + 4) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (1; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 - 3y^2}{-3x + 4y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 4y^2 + 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x - 3y)e^{4x-2y} \text{ в точке } (1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+4y} \sin(-4x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{4x - 2y} \text{ в точке } M_o(2; 3), \text{ если } dx = -0.1, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(2x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 6y^2 - 30x - 24y + 45$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 4x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 6xy + 6y^2 - 3z^2 + 36x + 30y - 12z + 28.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 5xy + 5y^2 + 21x - 20y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 39 \text{ в точке } (-3; 1; 2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 - y^2 - 2z^2 = 1$

в точке  $(-1; 1; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 78

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 5\sqrt{2y - x^2} + 5\sqrt{4x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 2(x^2 + y^2) + 7, \quad z = 13 - 2(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 - 3xy + 3y^2 - 107}{-2x^2 - 3xy + 0y^2} = 1 \text{ в точке } (4; 3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 - 2y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 2y^2 + 4xy) \cdot \sin\frac{xy}{9}, \text{ если } x = 1, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2xy}{3x + 2y}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+5y} \sin(-5x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x - 3y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_o(-2; -3), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(2x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 20x - 31$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{39}x + 5y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 - 2z^2 - 3x + 3y + 12z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 + 3xy - 5y^2 + 17x - 36y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 68 \text{ в точке } (2; -3; -2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 4y^2 - 3z^2 = -30$

в точке  $(3; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 79

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{9y - x^2} + 9\sqrt{3x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4\sqrt{x^2 + y^2} + 8, \quad z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 4xy + 4y^2 - 3}{2x + 4y} = -3x + 2y \text{ в точке } (1; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 3y - 2) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 2y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-3x^2 + 3y^2}{3x + 3y}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-5y} \cos(5x - 4y) \sin(5x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 8y}{2x + 2y} \text{ в точке } M_o(1; 2), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(2x - 2y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) - 60x - 37$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, \sqrt{119}x + 5y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 - 6xy + 4y^2 - 3z^2 - 34x + 36y - 6z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 5xy + 5y^2 - 30x + 30y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 3y^2 - z^2 = 44 \text{ в точке } (3; 2; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 + 3y^2 - 39$

в точке  $(2; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 80

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln(10y - x^2 - y^2) + \sqrt{16x + 16y - x^2 - y^2 - 64}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -2\sqrt{x^2 + y^2} + 8, \quad z = -9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 - 2x - 2)(4y + 2) + (5x - 1)(-2y^2 + 4y + 2) = 706 \text{ в точке } (4; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 5y + 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{2x - 3y + 4z}, \text{ если } x = 3, y = 3, z = 3, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1, \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 5y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 4xye^{3x+3y} \text{ в точке } (-1; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x-3y} \cos(4x - 4y) \sin(4x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 6y}{2x + 2y} \text{ в точке } M_o(2; 2), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \sin^2(-2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -37 + 24x - 2(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{32x + 2y} \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 - y^2 - 4z^2 + 3x - 3y - 8z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 7xy - 5y^2 - 32x + 41y + 32.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + y^2 - 5z^2 = 8 \text{ в точке } (2; 1; -1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 + y^2 + 2$

в точке  $(1; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 81

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{3}{\sqrt{36 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 10x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 9\sqrt{x^2 + y^2} + 8, \quad z = 11 - 9\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 4x - 1) + \cos(3y^2 + 4y + 2) + \operatorname{tg}(6x - 2y - 2xy) = C \text{ в точке } (-2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (5x - 3xy + 2y) \sin\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 - 3y^2}{4x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 + 5y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-3y} \cos(3x - 5y) \sin(3x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x - 2y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(-1; 1), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -33 - 36x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, \sqrt{91}x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 4xy + 3y^2 + 2z^2 + 40x - 18y - 12z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 - 2xy + 6y^2 + 8x - 26y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 5y^2 - 2z^2 = 19 \text{ в точке } (-1; -2; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 6y^2 - 3$

в точке  $(-1; 1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 82

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{16 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 8x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 10)^2 = 25, \quad z = 3\sqrt{x^2 + y^2} + 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 - 3xy + 2y^2)(4x - 2y) = -512 \text{ в точке } (4; 0).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (3x - 3xy + 5y) \cos\left(\frac{\pi}{15}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 - 3y^2 + 4xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{2x+2y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x-5y} \cos(-3x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x - 2y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_o(2; -3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-2x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 6(x^2 + y^2) + 48y - 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 2x - \sqrt{45}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 + z^2 + 3x + 3y + 4z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 5xy - 4y^2 + 27x - 34y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - 3y^2 - z^2 = 29 \text{ в точке } (-3; -1; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 - 2y^2 + 12$

в точке  $(2; -3; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 83

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-3}{\sqrt{x^2 + y^2 - 36}} + \ln(x - 8y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 4)^2 = 25, \quad z = 9 - 4\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 2xy + 4y^2 - 63}{2x^2 + 4xy + 1y^2} = 1 \text{ в точке } (-3; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(4x + 3xy + 5y) \sin^2\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 2y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{9}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 - 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 4y)e^{4x-2y} \text{ в точке } (1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x+3y} \cos(5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x - 2y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; -1), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(-2x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 30y - 13$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 4x - \sqrt{48}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 3xy + 6y^2 - 2z^2 + 33x - 21y + 12z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 + 3xy + 4y^2 - 3x + 15y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - y^2 - 3z^2 = -12 \text{ в точке } (-2; -1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 - y^2 - 3$

в точке  $(-2; 3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .



## Вариант 2 - 84

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{25 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 7y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 7 + \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \quad z = 5 + 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 2x + 4)(-3y - 3) + (6x + 3)(-2y^2 + 4y - 1) = -195 \text{ в точке } (2; 2).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (3x + 5xy + 5y) \cos^2\left(\frac{\pi}{24}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{2xyz}{-3x + 2y - 3z}, \text{ если } x = -1, y = 2, z = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.2, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{2x - 3y}, \text{ если } x = 2, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-4x+4y} \cos(2x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 2y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_0(1; 1), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $x^2y$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(-3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 2y^2 + 72x - 8y + 45$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 2x - 5y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 - x^2 - y^2 + z^2 + 3x - 8y - 2z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 4xy - 5y^2 - 10x + 14y + 35.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 2y^2 - 4z^2 = -33 \text{ в точке } (1; -3; 2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 2y^2 + 2$

в точке  $(-2; -1; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 85

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{7x - 2y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -12 - \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = -6 - 1\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-2x^2 + 2x + 1) + \cos(2y^2 + 4y + 2) + \operatorname{tg}(4x + 3y + 2xy) = C \text{ в точке } (1; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{4y^2 - 2x + 5}{e^{4y-4x}}, \text{ в точке } (2; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{2x^2 + 4y^2}{-3x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4x^2 - 2y^2}{3x - 3y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x+4y} \sin(5x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x - 3y}{4x + 3y} \text{ в точке } M_o(2; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $xy^2$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 4y^2 + 60x + 16y + 35$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 5x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 + 3xy + 2y^2 + 2z^2 - 27x + 3y + 4z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 5xy + 4y^2 - 40x - 31y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + 5y^2 + 69 \text{ в точке } (-2; 3; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 2y^2 + z^2 = 54$

в точке  $(-3; 2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 86

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{6x + 7y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 5 + \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = 12 - \sqrt{25 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 + 3xy + 3y^2)(-2x + 2y) = 798 \text{ в точке } (4; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{2x^2 - 2y - 3}{e^{4y-4x}}, \text{ в точке } (-2; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{8}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 3xye^{3x+2y} \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+2y} \sin(-3x - 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{2x - 3y} \text{ в точке } M_0(-1; 3), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $(x - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 3 \cos^2(-2x + 3y)$

по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{4}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2x^2 + 5y^2 - 24x - 50y + 40$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 2x + 2y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 4z^2 + 8x + 8y - 8z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -6x^2 + 4xy - 2y^2 + 4x + 4y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 + y^2 + 52 \text{ в точке } (-1; 2; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 + y^2 + 3z^2 = 37$

в точке  $(2; -3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 87

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \arccos\left(\frac{y-3}{x-3}\right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -7 - \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = -13 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 - 2xy + 3y^2 + 32}{4x^2 + 2xy + 3y^2} = 1 \text{ в точке } (2; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (-2x^2 + 3y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 3y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 + 5y^2 - 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x - 3y)e^{6x-3y} \text{ в точке } (-1; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x+2y} \sin(2x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 5y}{4x + 2y} \text{ в точке } M_o(1; 3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) + 16x - 26$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{27}x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 4xy + 2y^2 - 3z^2 + 2x + 8y + 18z + 34.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 5xy + 3y^2 - 39x - 28y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 3y^2 + 30 \text{ в точке } (-1; 3; 1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 5y^2 + 2z^2 = 51$

в точке  $(-2; -3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 88

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{81 - x^2 - y^2} + 10\sqrt{x^2 + y^2 - 25}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -13 + \sqrt{64 - x^2 - y^2}, \quad z = -4 - \sqrt{36 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 + 2xy - 3y^2 - 90}{3x - 3y} = -2x - 2y \text{ в точке } (-3; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 4y + 3) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-3xyz}{-3x + 4y + 2z}, \text{ если } x = 1, y = -2, z = 3, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2, \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 5y^2 + 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{3x-5y} \cos(2x + 5y) \sin(2x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x - 3y}{6x + 2y} \text{ в точке } M_o(-1; -3), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(2x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) - 50x - 25$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{24x + 5y} \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 + y^2 + 4z^2 - 8x + 3y - 16z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 7xy - 6y^2 - 15x - 19y + 35.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 - 4y^2 - 8 \text{ в точке } (2; 2; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 4y^2 - z^2 = 48$

в точке  $(-3; -1; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 89

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(36 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 8, x = 17, y = 7, y = 11, z = -2, z = -5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 4x - 1)(3y - 1) + (5x + 4)(2y^2 - 3y + 4) = -4 \text{ в точке } (-1; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 + 2y - 1) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 + 4y^2}{-2x + 3y}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 2y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-5y} \cos(4x - 5y) \sin(4x - 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 8y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; -1), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -34 + 40x - 5(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{75}x + 5y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 5xy + 4y^2 + 3z^2 + 4x + 11y + 18z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 3xy + 3y^2 + 18x - 18y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 - y^2 - 29 \text{ в точке } (-3; -2; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 - 5z^2 = 2$

в точке  $(-3; -2; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 90

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -3\sqrt{\frac{y - x^2 + 3x}{y + x^2 + 8x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 4, x = 6, y = 5, y = 7, z = -5, y + z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(3x^2 - 2x - 2) + \cos(-2y^2 + 4y + 0) + \operatorname{tg}(2x - 3y + 3xy) = C \text{ в точке } (-3; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 - 3y + 1) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 - 3y^2 + 4xy) \cdot \sin\frac{xy}{10}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2xy}{3x - 2y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{4x+2y} \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-3y} \cos(4x - 3y) \sin(4x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 5y}{5x - 3y} \text{ в точке } M_o(2; 1), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -31 - 12x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{91}x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 - 2z^2 - 3x - 3y - 4z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 3xy - 3y^2 + 9x + 9y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 3y^2 - 7 \text{ в точке } (-2; -1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 4y^2 - 5z^2 = -32$

в точке  $(-3; -1; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 91

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{(y - x^2 + 4x)(y + x^2 + 7x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 8, x = 15, y = 3, y = 7, z = -4, x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-3x^2 - 3xy + 4y^2)(2x - 3y) = -162 \text{ в точке } (3; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 3y + 2) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 5y^2 - 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{5}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 2y^2}{2x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (3x - 3y)e^{6x-4y} \text{ в точке } (2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{-2x-2y} \cos(5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 4y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_o(2; -1), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = -2 \cos^2(-3x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 36y - 37$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 3x - \sqrt{27}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 4xy + 2y^2 + 3z^2 - 20x - 8y + 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 + 4xy + 4y^2 + 4x - 8y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 4z^2 = 11 \text{ в точке } (1; 1; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 - 2y^2 - z^2 = -16$

в точке  $(-1; -3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .



## Вариант 2 - 92

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(x+y-4)(x-y+7)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 1, y = 5, x + y = 7, x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 + 4xy + 4y^2 - 22}{-2x^2 + 3xy + 4y^2} = 1 \text{ в точке } (-2; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 5y + 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x-y)\right) \text{ в точке } (4; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{-3x + 4y - 3z}, \text{ если } x = 3, y = 2, z = 3, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 - 3y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{24}(x-y)\right) \text{ в точке } (4; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+3y} \cos(-4x-3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x+8y}{5x-3y} \text{ в точке } M_0(-2; -2), \text{ если } dx=-0.4, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-2x-3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) - 30y - 32$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x - \sqrt{45}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 2z^2 + 3x - 3y + 12z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 - 3xy - 2y^2 + 6x - 2y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 33 \text{ в точке } (3; -1; 1) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 - y^2 - 5z^2 = -25$

в точке  $(1; 3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 93

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{x+y+4} + \sqrt{x-y-6}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, y = 9, x + y = 2, x + y + z = 6.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 - 2xy - 3y^2 - 195}{-3x + 4y} = 3x - 3y \text{ в точке } (-3; 1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(3x + 5xy - 2y) \sin\left(\frac{\pi}{10}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 + 4y^2}{4x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 - 3y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x-3y} \cos(-4x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 6y}{5x + 2y} \text{ в точке } M_0(1; -2), \text{ если } dx=0.3, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 16y - 35$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 4x - \sqrt{48}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 2xy + 2y^2 + 2z^2 + 16x + 2y + 12z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 5xy + 3y^2 + 23x - 23y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 4y^2 + 5z^2 = 76 \text{ в точке } (3; 1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 2y^2 - 3z^2 = -12$

в точке  $(3; -3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 94

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln \frac{x^2 + y^2 - 6x}{12x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 2(x^2 + y^2) + 2, \quad z = 9.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 3x - 2)(-3y + 3) + (4x - 2)(4y^2 - 2y - 1) = 58 \text{ в точке } (4; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (4x + 2xy - 3y) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 - 3y^2 + 2xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -2xye^{2x-4y} \text{ в точке } (2; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x-4y} \sin(-3x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 3y}{4x - 2y} \text{ в точке } M_o(-3; 1), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 2y^2 + 30x - 8y + 27$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 4x - 7y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 3x + 8y - 4z + 35.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 - 3xy - 3y^2 - 7x + 3y + 27.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 2y^2 - z^2 = 37 \text{ в точке } (3; -1; -1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 5x^2 + 3y^2 - 68$

в точке  $(3; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 95

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 6x}{-x^2 - y^2 + 14x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 3(x^2 + y^2) + 6, \quad z = 7 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-3x^2 - 3x + 3) + \cos(4y^2 - 2y - 1) + \operatorname{tg}(5x - 2y - 2xy) = C \text{ в точке } (-1; -1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x - 3xy - 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 - 3y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{10}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 - 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x + 2y)e^{2x-3y} \text{ в точке } (-3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x-2y} \sin(-4x + 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 6y}{4x - 3y} \text{ в точке } M_o(1; 3), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-3x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 4y^2 + 30x + 24y + 38$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 2x + 7y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 4x^2 + 6xy + 6y^2 - 3z^2 - 20x - 30y - 18z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 - 2xy + 2y^2 + 12x - 14y + 29.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + y^2 - 5z^2 = -4 \text{ в точке } (-2; -2; -2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 + y^2 - 29$

в точке  $(2; -3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

**Вариант 2 - 96**

**1. Нарисовать область определения функции**

$$z = 2\sqrt{7 \sin(x^2 + y^2)}.$$

**2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями**

$$z = 8(x^2 + y^2) + 9, \quad z = 13 - 8(x^2 + y^2).$$

**3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции**

$$(4x^2 + 4xy + 2y^2)(2x + 4y) = -60 \text{ в точке } (-1; -1).$$

**4. Вычислить сумму частных производных функции**

$$z = (5x + 5xy + 5y) \cos^2\left(\frac{\pi}{30}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; -1).$$

**5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$**

$$u = \frac{3xyz}{-3x - 2y - 2z}, \text{ если } x = 2, y = 3, z = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1, \Delta z = 0.2.$$

**6. Вычислить значение полного дифференциала функции**

$$z = \frac{-3xy}{4x + 3y}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.1.$$

**7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции**

$$z = \frac{1}{\pi}(2x - 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; 4).$$

**8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x+3y} \sin(-3x - 5y)$ .**

**9. Вычислить значение второго дифференциала функции**

$$z = \frac{2x + 6y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_o(3; -3), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.1$$

**10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = -2 \sin^2(-3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...**

**11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 5y^2 - 12x - 30y + 57$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 3x + 6y \geq 0\}$ .**

**12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции**

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 - y^2 - z^2 + 8x - 3y - 2z + 40.$$

**13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции**

$$z = -2x^2 + 2xy - 6y^2 + 2x + 10y + 40.$$

**14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности**

$$x^2 + 4y^2 - 3z^2 = -7 \text{ в точке } (1; -1; 2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

**15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 6y^2 - 35$**

**в точке  $(3; 2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .**

## Вариант 2 - 97

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{8 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 5\sqrt{x^2 + y^2} + 2, \quad z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 - 2xy + 4y^2 - 47}{-2x^2 - 2xy + 2y^2} = 1 \text{ в точке } (3; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{2y^2 + 5x + 3}{e^{5y-3x}}, \text{ в точке } (5; 3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-3x^2 - 3y^2}{-3x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 3y^2}{-2x - 3y}, \text{ если } x = -1, y = 2, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 3y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-2; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-2y} \cos(2x - 2y) \sin(2x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x - 2y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_0(3; -1), \text{ если } dx=0.2, dy=-0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 20x - 27$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{32}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 + 6xy + 6y^2 + 2z^2 - 30x - 42y + 4z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 4xy + 5y^2 - 32x + 2y + 41.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - 3y^2 - z^2 = 3 \text{ в точке } (-2; 2; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 - 3y^2 - 3$

в точке  $(2; -1; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

Вариант 2 - 98

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{5y - x^2} + 4\sqrt{25x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -9\sqrt{x^2 + y^2} + 6, \quad z = -8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{4x^2 - 3xy - 2y^2 - 80}{3x + 4y} = 2x + 4y \text{ в точке } (4; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{2x^2 - 2y + 4}{e^{-3y-2x}}, \text{ в точке } (-3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 3y^2 + 2xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -2xye^{3x+2y} \text{ в точке } (2; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x+2y} \cos(4x + 3y) \sin(4x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 7y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; -3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -30 - 24x - 4(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{20}x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 3x^2 - y^2 - z^2 + 8x + 3y + 4z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 2xy - 2y^2 - 8x + 6y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 - y^2 - 3z^2 = 14 \text{ в точке } (-3; -2; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 - y^2 - 14$

в точке  $(3; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 99

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 5\sqrt{25y - x^2} + 6\sqrt{5x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 8\sqrt{x^2 + y^2} + 2, \quad z = 4 - 8\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 2x + 2)(-3y - 3) + (4x + 1)(-3y^2 + 2y + 3) = -24 \text{ в точке } (-1; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (-3x^2 + 4y - 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 5y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{8}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x - 2y)e^{2x+3y} \text{ в точке } (3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{4x+5y} \cos(-2x + 3y) \sin(-2x + 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x - 2y}{4x + 2y} \text{ в точке } M_0(1; 1), \text{ если } dx=0.4, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 3 \operatorname{tg}(3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 30y - 31$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 4x - \sqrt{20}y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 6xy + 5y^2 - 2z^2 - 30x + 22y - 8z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 5xy + 3y^2 + 21x - 3y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 4y^2 - 2z^2 = -40 \text{ в точке } (-2; -3; -2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 3y^2 + 22$

в точке  $(3; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .



## Вариант 2 - 100

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 5 \ln(10y - x^2 - y^2) + \sqrt{20x + 20y - x^2 - y^2 - 100}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 10)^2 = 49, \quad z = 2\sqrt{x^2 + y^2} + 3.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 3x - 3) + \cos(-3y^2 + 4y + 1) + \operatorname{tg}(4x - 2y - 2xy) = C \text{ в точке } (-3; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x^2 + 3y + 1) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-3xyz}{3x + 4y + 2z}, \text{ если } x = -1, y = -2, z = 0, \Delta x = -0.2, \Delta y = 0.1, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 2y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+3y} \cos(-5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 7y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_0(-1; -1), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) - 12y - 39$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 2x - \sqrt{3}2y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 + y^2 - z^2 - 8x + 8y - 6z + 27.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 2xy - 3y^2 - 36x + 24y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 + 4y^2 + 74 \text{ в точке } (-3; -3; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 4y^2 + z^2 = 30$

в точке  $(1; 2; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 101

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-3}{\sqrt{16 - x^2 - y^2}} + \ln(y - 8x^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 7)^2 = 81, \quad z = 16 - 4\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 + 3xy - 2y^2)(3x + 4y) = 80 \text{ в точке } (1; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 - 3y + 2) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{3x^2 + 4y^2}{-2x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 5y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-3x-5y} \cos(3x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x - 2y}{3x - 3y} \text{ в точке } M_o(-2; -1), \text{ если } dx=0.3, dy=0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 8y - 36$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, 3x - \sqrt{27}y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 7xy + 4y^2 + 3z^2 - 44x + 37y + 6z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 + 5xy + 5y^2 - 3x + 15y + 40.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 + y^2 + 29 \text{ в точке } (2; -1; 2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 + 2z^2 = 14$

в точке  $(-1; -3; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 102

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{36 - x^2 - y^2} + \sqrt{y - 10x^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = 1 + 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 - 2xy + 3y^2 - 12}{-3x - 3y} = 4x + 3y \text{ в точке } (0; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-2x^2 + 5y + 4) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ ( в точке } (-2; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (5x^2 + 5y^2 - 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{5}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2xy}{-3x - 2y}, \text{ если } x = -2, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 3y)e^{2x-3y} \text{ в точке } (3; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-4y} \cos(-3x + 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 5y}{6x + 2y} \text{ в точке } M_o(1; 3), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 18y - 17$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 2x - \sqrt{5}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 + y^2 + 3z^2 - 3x - 3y + 18z + 29.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 + 3xy - 5y^2 + 29x - 36y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 2y^2 + 30 \text{ в точке } (1; 1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 22$

в точке  $(1; -1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 103

1. Нарисовать область определения функции

$$z = \frac{-2}{\sqrt{x^2 + y^2 - 36}} + \ln(x - 4y^2).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -12 - \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = -5 - 4\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 - 2x + 2) + \cos(3y^2 - 2y - 1) + \operatorname{tg}(2x - 2y + 3xy) = C \text{ в точке } (-3; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 2y - 1) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 5y^2 - 3xy) \cdot \cos \frac{xy}{7}, \text{ если } x = -2, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 + 3y^2}{2x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{24}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x+5y} \sin(-2x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x - 3y}{3x + 3y} \text{ в точке } M_o(-1; 3), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \operatorname{tg}(-3x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 3y^2 + 32x - 30y + 34$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 5x - 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 + 2xy + 3y^2 + 2z^2 + 18x - 14y + 4z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 5xy + 5y^2 + 34x + 35y + 34.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 - 3y^2 + 15 \text{ в точке } (2; 3; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $4x^2 + 5y^2 - z^2 = 55$

в точке  $(-3; 2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 104

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{36 - x^2 - y^2} + \sqrt{x - 6y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 6 + \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = 13 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(4x^2 + 3xy + 3y^2)(-3x + 2y) = -300 \text{ в точке } (2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x + 2xy + 3y) \sin\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-3xyz}{3x + 4y + 4z}, \text{ если } x = 3, y = -1, z = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1, \Delta z = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (2x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x-5y} \sin(-3x + 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{6x - 2y} \text{ в точке } M_0(-1; 1), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(3x - 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 4x^2 + 3y^2 + 32x + 18y + 58$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, 3x + 3y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 - 2z^2 - 3x + 3y + 4z + 32.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 - 2xy - 6y^2 + 2x - 32y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = 4x^2 - y^2 - 4$  в точке  $(1; 2; -2)$  и определить ординату точки ее пересечения с осью  $Oy$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 - 5z^2 = -8$

в точке  $(-1; -3; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 105

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \arcsin(x^2 + y^2) + \sqrt{7x - 7y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -4 - \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = -9 + \sqrt{9 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 - 2xy - 3y^2 + 69}{4x^2 + 4xy - 2y^2} = 1 \text{ в точке } (-2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (4x + 2xy + 2y) \cos\left(\frac{\pi}{24}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{2x^2 - 2y^2}{-3x + 2y}, \text{ если } x = -2, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 5y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-2x + 2y)e^{3x+2y} \text{ в точке } (-2; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{2x-5y} \sin(4x - 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 6y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_o(-2; 3), \text{ если } dx = -0.1, dy = 0.2$$

10. Коэффициент при  $(y - \frac{\pi}{4})^2$  в разложении функции  $z = 2 \sin^2(3x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{4})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 6y^2 - 60x - 36y + 37$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 5x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 3xy + 5y^2 - 2z^2 + 6x + 14y + 12z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 + 7xy + 3y^2 - 41x - 32y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 - 4y^2 + 30 \text{ в точке } (-2; -3; -1) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 4y^2 - 2z^2 = 2$

в точке  $(2; -2; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Вариант 2 - 106

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \arccos(-x^2 - y^2) + \sqrt{5x + 2y}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -15 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = -7 - \sqrt{16 - x^2 - y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 2xy - 2y^2 - 4}{3x + 2y} = 2x - 3y \text{ в точке } (0; 1).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(-3x + 4xy + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-2x^2 + 3y^2 - 2xy) \cdot \sin \frac{xy}{7}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (3x^2 + 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{20}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{4x+4y} \cos(-4x + 5y) \sin(-4x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 3y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_0(1; 3), \text{ если } dx=0.3, dy=-0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) + 12x - 31$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{77}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 + y^2 - 4z^2 + 3x + 3y - 8z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -5x^2 - 2xy - 3y^2 + 34x + 18y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 + 5y^2 + 3z^2 = 10 \text{ в точке } (-1; -1; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 - 5y^2 - z^2 = -6$

в точке  $(1; -1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 107

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2 \arccos\left(\frac{y-8}{x-4}\right).$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 7, x = 11, y = 4, y = 8, z = -5, z = -5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 + 4x + 2) + \cos(2y^2 - 3y - 1) + \operatorname{tg}(2x - 3y - 3xy) = C \text{ в точке } (0; 4).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(5x + 3xy + 5y) \cos^2\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (4x^2 + 4y^2 + 4xy) \cdot \cos \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 - 3y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -1, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (3x - 3y)e^{2x+2y} \text{ в точке } (-3; 3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{2x+2y} \cos(-4x - 3y) \sin(-4x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 4y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_0(-3; -3), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(-3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 40x - 30$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, \sqrt{72}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 - 6xy + 4y^2 + 2z^2 - 18x + 2y - 8z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 - 6xy + 3y^2 - 36x + 24y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + 5y^2 + 5z^2 = 117 \text{ в точке } (-3; 3; -3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 - y^2 - 4z^2 = 0$

в точке  $(2; -2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .



## Вариант 2 - 108

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{49 - x^2 - y^2} + 9\sqrt{x^2 + y^2 - 9}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 5, x = 12, y = 3, y = 8, z = -5, y + z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 + 4xy + 3y^2)(-2x - 3y) = -168 \text{ в точке } (4; 2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{-2y^2 - 3x + 5}{e^{4y-4x}}, \text{ в точке } (-2; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{4xyz}{-3x - 3y + 4z}, \text{ если } x = -1, y = 2, z = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2xy}{4x + 2y}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x - 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{28}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; -3).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{5x-5y} \cos(-3x - 4y) \sin(-3x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 6y}{2x + 3y} \text{ в точке } M_o(3; -3), \text{ если } dx=0.3, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -28 + 30x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{40}x + 3y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 - y^2 + 3z^2 - 8x - 8y + 12z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 3xy - 6y^2 - 25x - 42y + 35.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$5x^2 + 4y^2 + 5z^2 = 101 \text{ в точке } (2; -3; 3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 - 4y^2 - 5z^2 = -40$

в точке  $(-1; 3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 109

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{(81 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 2, x = 10, y = 3, y = 8, z = -6, x + y + z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 + 3xy - 3y^2 + 62}{2x^2 + 3xy + 4y^2} = 1 \text{ в точке } (-1; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{4x^2 + 2y - 3}{e^{3y-3x}}, \text{ в точке } (-3; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-2x^2 + 3y^2}{-3x - 2y}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.3, \Delta y = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2x^2 - 2y^2}{-3x + 2y}, \text{ если } x = 1, y = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 4y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{-3x-3y} \cos(2x + 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 6y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; 1), \text{ если } dx=0.1, dy=-0.3$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(-2x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -32 - 24x - 6(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, \sqrt{60}x + 2y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 5x^2 + 5xy + 5y^2 - 2z^2 + 35x + 40y - 12z + 37.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 6x^2 + 4xy + 6y^2 + 32x + 32y + 39.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 + 2y^2 - z^2 = 17 \text{ в точке } (2; -1; 1) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 + 2y^2 - 26$

в точке  $(2; -3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 110

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{\frac{y - x^2 + 4x}{y + x^2 + 7x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, y = 3, x + y = 7, x + y + z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 3xy - 3y^2 + 216}{-3x - 3y} = -3x - 2y \text{ в точке } (-3; -2).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = (4x^2 + 5y + 4) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (3; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \sin\frac{xy}{9}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 3y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = 2xye^{2x-3y} \text{ в точке } (-3; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+5y} \cos(-3x - 4y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 3y}{5x - 2y} \text{ в точке } M_o(2; 3), \text{ если } dx = -0.1, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 3 \sin^2(3x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{12}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 3(x^2 + y^2) - 36y - 33$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 5x - \sqrt{39}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + 4z^2 + 3x - 3y + 16z + 41.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 6xy - 5y^2 + 24x - 36y + 35.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$3x^2 + y^2 - 2z^2 = 10 \text{ в точке } (-3; 1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 2x^2 + y^2 - 9$

в точке  $(1; -1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 111

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{(y - x^2 + 4x)(y + x^2 + 6x)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x = 3, y = 8, x + y = 9, x + y + z = 8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 + 4x + 4)(-3y - 1) + (2x - 1)(-3y^2 + 2y + 3) = 10 \text{ в точке } (1; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 3y - 2) \sin\left(\frac{2\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 + 4y^2 - 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{5}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = -0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 - 2y^2 + 4xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (4x + 2y)e^{3x+3y} \text{ в точке } (-2; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{4x+5y} \sin(-2x - 2y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 8y}{5x + 3y} \text{ в точке } M_0(-2; 3), \text{ если } dx = -0.2, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{12})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 2y^2 + 30x - 12y + 28$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, 4x - 3y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 6x^2 - 3xy + 3y^2 + 2z^2 - 18x + 15y + 4z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 2x^2 + 2xy + 4y^2 - 2x - 22y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 + 2y^2 - 5z^2 = -8 \text{ в точке } (-2; 2; 2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 + 3y^2 - 33$

в точке  $(2; -3; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 112

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{(x+y-2)(x-y+5)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 5(x^2 + y^2) + 4, \quad z = 5.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(2x^2 - 3x + 2) + \cos(3y^2 - 3y + 4) + \operatorname{tg}(3x + 4y + 2xy) = C \text{ в точке } (2; -3).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x^2 + 5y + 4) \sin(\pi(x - y)) \text{ в точке } (2; 1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{3xyz}{4x - 2y - 3z}, \text{ если } x = 2, y = -1, z = -2, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 + 4y^2 + 3xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(2x + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{28}(x - y)\right) \text{ в точке } (-3; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+5y} \sin(-5x - 2y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 2y}{6x - 3y} \text{ в точке } M_0(2; 2), \text{ если } dx = -0.3, dy = 0.2$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \operatorname{tg}(3x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 3y^2 + 40x + 18y + 42$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, 4x + 6y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + x^2 + y^2 + z^2 + 8x - 3y - 4z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 - 5xy - 4y^2 - 17x - 18y + 38.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2x^2 - 4y^2 - z^2 = -22 \text{ в точке } (3; 3; -2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 3x^2 - 4y^2 - 5$

в точке  $(1; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 113

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{x+y+2} + \sqrt{x-y-5}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 5(x^2 + y^2) + 3, \quad z = 11 - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-2x^2 + 3xy - 3y^2 - 78}{4x + 3y} = -3x + 3y \text{ в точке } (3; -1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(5x^2 + 5y + 1) \sin\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{-3x^2 - 3y^2}{2x - 3y}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 4y^2 + 5xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции  $z = e^{3x-3y} \sin(-5x - 3y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{6x + 5y}{3x + 2y} \text{ в точке } M_0(-2; 2), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-2x + 3y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 3x^2 + 5y^2 - 36x - 50y + 54$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 6x + 4y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 4xy + 3y^2 - 3z^2 + 6x + 6y + 18z + 33.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 + 7xy + 4y^2 - 38x - 37y + 29.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$4x^2 - y^2 - 4z^2 = -1 \text{ в точке } (-2; -1; -2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = 4x^2 - y^2 + 2$

в точке  $(-1; 2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

Вариант 2 - 114

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \ln \frac{x^2 + y^2 - 8x}{18x - x^2 - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 3(x^2 + y^2) + 8, \quad z = 10 - 3(x^2 + y^2).$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(3x^2 + 4x + 2)(-3y + 2) + (2x + 3)(-2y^2 + 4y + 3) = 109 \text{ в точке } (3; 0).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x^2 - 3y + 3) \cos\left(\frac{\pi}{2}(x - y)\right) \text{ ( в точке } (1; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (2x^2 + 3y^2 - 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{5}, \text{ если } x = 1, y = 2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{2xy}{-3x + 4y}, \text{ если } x = -1, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{6x-3y} \text{ в точке } (2; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x-2y} \cos(5x - 4y) \sin(5x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 3y}{3x + 2y} \text{ в точке } M_o(3; -3), \text{ если } dx=0.1, dy=0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = 6 \sin^2(2x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 5(x^2 + y^2) + 40x - 27$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 36, \sqrt{24x + 5y} \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 3x^2 - y^2 + 2z^2 - 8x - 3y - 12z + 40.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -3x^2 + 3xy - 5y^2 + 6x + 14y + 31.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$x^2 - 4y^2 - 5z^2 = -55 \text{ в точке } (1; -3; -2) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Ox.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2z = x^2 - 6y^2 - 7$

в точке  $(3; -1; -2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 115

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3 \ln \sqrt{\frac{x^2 + y^2 - 10x}{-x^2 - y^2 + 26x}}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 4\sqrt{x^2 + y^2} + 4, \quad z = 10.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(-2x^2 + 2x - 1) + \cos(-2y^2 + 3y + 4) + \operatorname{tg}(5x + 4y + 3xy) = C \text{ в точке } (0; 1).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x^2 + 5y - 3) \cos\left(\frac{\pi}{6}(x - y)\right) \text{ (в точке } (2; -1)).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 2y^2 + 5xy) \cdot \cos \frac{xy}{6}, \text{ если } x = 2, y = 1, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{-2x^2 - 2y^2}{2x - 3y}, \text{ если } x = 1, y = -1, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (-3x - 2y)e^{3x+3y} \text{ в точке } (2; -2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{4x+4y} \cos(2x - 3y) \sin(2x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{7x + 3y}{6x + 3y} \text{ в точке } M_0(-3; 3), \text{ если } dx = -0.3, dy = -0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(-2x + 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{8})$  равен ...

11. Найти наибольшее значение функции  $z = 4(x^2 + y^2) - 24x - 29$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{20}x + 4y \geq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 2xy + 2y^2 + 3z^2 + 8x - 2y + 12z + 30.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 3x^2 + 3xy + 4y^2 + 9x - 2y + 36.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 5x^2 + 3y^2 + 20 \text{ в точке } (1; -1; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + 5y^2 + z^2 = 62$

в точке  $(2; -3; 3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .



Вариант 2 - 116

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 4\sqrt{5 \sin(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = -3\sqrt{x^2 + y^2} + 3, \quad z = -8.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{3x^2 + 4xy + 2y^2 - 53}{4x^2 + 2xy - 3y^2} = 1 \text{ в точке } (2; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = -(5x + 5xy - 2y) \sin\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (0; 2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{-2x - 3y + 2z}, \text{ если } x = 2, y = -1, z = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (4x^2 + 5y^2 + 5xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 0, y = -2, \Delta x = -0.2, \Delta y = -0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(-3x + 4y) \sin^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-3x+2y} \cos(2x - 3y) \sin(2x - 3y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x + 3y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_0(-2; 3), \text{ если } dx = -0.4, dy = 0.1$$

10. Коэффициент при  $x^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(2x + 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -37 + 32x - 4(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 25, \sqrt{160}x + 6y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{3}y^3 + 2x^2 - y^2 - z^2 - 3x - 8y + 4z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 - 2xy - 3y^2 + 6x + 8y + 28.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 2x^2 + y^2 + 64 \text{ в точке } (-3; 1; 3) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $2x^2 + y^2 + 5z^2 = 37$

в точке  $(-2; 3; 2)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 117

1. Нарисовать область определения функции

$$z = -2\sqrt{4 \cos(x^2 + y^2)}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 5\sqrt{x^2 + y^2} + 2, \quad z = 6 - 5\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(2x^2 + 2x - 1)(3y + 3) + (3x + 1)(3y^2 - 2y + 2) = -193 \text{ в точке } (-2; -3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x + 3xy + 5y) \cos\left(\frac{\pi}{4}(x - y)\right) \text{ в точке } (-1; -3).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = \frac{4x^2 - 3y^2}{-2x + 4y}, \text{ если } x = 2, y = -2, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-3x^2 - 2y^2 - 3xy) \cdot \cos xy, \text{ если } x = 2, y = 0, \Delta x = 0.1, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(4x - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{8}(x - y)\right) \text{ в точке } (2; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции  $z = e^{5x+4y} \cos(-3x - 5y)$ .

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{3x + 8y}{3x - 2y} \text{ в точке } M_o(-2; 3), \text{ если } dx = -0.1, dy = 0.4$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -3 \operatorname{tg}(-3x - 2y)$  по формуле Маклорена равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = -27 - 12x - 3(x^2 + y^2)$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 16, \sqrt{28}x + 6y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 2x^2 + 2xy + 2y^2 - 3z^2 + 2x + 10y + 18z + 39.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 4x^2 - 3xy + 4y^2 + 19x - 14y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = x^2 + 3y^2 + 49 \text{ в точке } (1; 1; -3) \text{ и определить абсциссу точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 4y^2 + 3z^2 = 16$

в точке  $(3; -1; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

## Вариант 2 - 118

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2\sqrt{2y - x^2} + 7\sqrt{4x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 12)^2 = 25, \quad z = 6\sqrt{x^2 + y^2} + 7.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\sin(4x^2 + 2x + 2) + \cos(-2y^2 + 2y + 1) + \operatorname{tg}(5x - 3y - 2xy) = C \text{ в точке } (-3; 4).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (3x + 5xy + 3y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (5; -1).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (3x^2 + 3y^2 + 3xy) \cdot \sin \frac{xy}{6}, \text{ если } x = -1, y = -1, \Delta x = 0.3, \Delta y = -0.2.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (5x^2 + 2y^2 + 4xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = 0, y = 2, \Delta x = -0.1, \Delta y = 0.1.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = -3xye^{2x+2y} \text{ в точке } (1; -1).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-2x+2y} \cos(-5x + 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{2x + 4y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_0(-3; 3), \text{ если } dx = -0.2, dy = -0.4$$

10. Коэффициент при  $x^2$  в разложении функции  $z = -2 \sin^2(3x - 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(0; \frac{\pi}{6})$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 2(x^2 + y^2) + 8y - 17$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 9, 2x - \sqrt{21}y \geq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - 2x^2 + y^2 + 2z^2 + 3x + 3y + 8z + 31.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -2x^2 + 4xy - 5y^2 - 16x + 28y + 30.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 4x^2 - 2y^2 + 2 \text{ в точке } (-1; 1; 2) \text{ и определить аппликату точки ее пересечения с осью } Oz.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $5x^2 + 4y^2 - z^2 = 20$

в точке  $(1; -2; -1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOy$ .

## Вариант 2 - 119

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 3\sqrt{16y - x^2} + 9\sqrt{4x - y^2}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$x^2 + y^2 + (z - 5)^2 = 49, \quad z = 12 - 7\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$(-2x^2 - 3xy + 3y^2)(2x + 4y) = -820 \text{ в точке } (4; 3).$$

4. Вычислить сумму частных производных функции

$$z = (-2x + 5xy - 2y) \cos^2\left(\frac{\pi}{16}(x - y)\right) \text{ в точке } (4; 0).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta z$

$$z = (-3x^2 - 3y^2 + 2xy) \cdot \cos \frac{xy}{9}, \text{ если } x = -1, y = 1, \Delta x = 0.1, \Delta y = -0.1.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = (-2x^2 - 3y^2 - 2xy) \cdot \sin xy, \text{ если } x = -2, y = 0, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = (2x + 2y)e^{6x+3y} \text{ в точке } (-1; 2).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{yy}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-4x+4y} \cos(-2x + 5y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{4x + 4y}{2x - 2y} \text{ в точке } M_0(3; 2), \text{ если } dx = -0.4, dy = -0.2$$

10. Коэффициент при  $y^2$  в разложении функции  $z = -3 \cos^2(3x - 2y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{6}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 6x^2 + 3y^2 + 72x - 24y + 47$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 64, 2x - 7y \leq 0\}$ .

12. Найти координаты критической точки функции

$$u = 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 2z^2 + 8x + 16y - 4z + 28.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = -4x^2 - 6xy - 4y^2 - 20x - 22y + 33.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности

$$2z = 3x^2 - y^2 - 30 \text{ в точке } (-3; 1; -2) \text{ и определить ординату точки ее пересечения с осью } Oy.$$

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $3x^2 + y^2 - 5z^2 = -17$

в точке  $(3; 1; -3)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $xOz$ .

## Вариант 2 - 120

1. Нарисовать область определения функции

$$z = 2 \ln(6y - x^2 - y^2) + \sqrt{10x + 10y - x^2 - y^2 - 25}.$$

2. Нарисовать тело, ограниченное поверхностями

$$z = 12 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}, \quad z = 5 + 6\sqrt{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить производную  $y'_x$  неявной функции

$$\frac{-3x^2 + 2xy - 3y^2 + 66}{3x^2 + 3xy - 3y^2} = 1 \text{ в точке } (3; 4).$$

4. Вычислить частные производные функции

$$z = \frac{4y^2 - 2x + 4}{e^{6y-4x}}, \text{ в точке } (-3; -2).$$

5. Вычислить полное приращение функции  $\Delta u$

$$u = \frac{-2xyz}{3x - 3y - 3z}, \text{ если } x = 1, y = 3, z = 1, \Delta x = 0.2, \Delta y = 0.3, \Delta z = 0.3.$$

6. Вычислить значение полного дифференциала функции

$$z = \frac{4xy}{2x - 2y}, \text{ если } x = 2, y = -1, \Delta x = 0.2, \Delta y = -0.2.$$

7. Вычислить смешанную производную  $z''_{xy}$  функции

$$z = \frac{1}{\pi}(3x + 2y) \sin^2\left(\frac{\pi}{12}(x - y)\right) \text{ в точке } (1; 4).$$

8. Вычислить вторую производную  $z''_{xx}(0; 0)$  функции

$$z = e^{-5x-2y} \sin(-3x - 4y).$$

9. Вычислить значение второго дифференциала функции

$$z = \frac{5x - 3y}{3x + 2y} \text{ в точке } M_0(3; 3), \text{ если } dx=0.4, dy=0.2$$

10. Коэффициент при  $y^3$  в разложении функции  $z = -6 \sin^2(2x + 3y)$  по формуле Тейлора в окрестности точки  $(\frac{\pi}{8}; 0)$  равен ...

11. Найти наименьшее значение функции  $z = 5x^2 + 2y^2 + 60x + 20y + 55$  при условии  $\{x^2 + y^2 \leq 49, 4x + 4y \leq 0\}$ .

12. Найти сумму всех координат всех критических точек функции

$$u = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{3}y^3 - x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 8y - 4z + 38.$$

13. Найти координаты критической точки и экстремальное значение функции

$$z = 5x^2 - 2xy + 3y^2 + 18x + 2y + 37.$$

14. Найти уравнение касательной плоскости к поверхности  $2z = x^2 - 3y^2 + 5$  в точке  $(1; 2; -3)$  и определить абсциссу точки ее пересечения с осью  $Oz$ .

15. Найти уравнение нормали к поверхности  $x^2 + 2y^2 - 5z^2 = 4$  в точке  $(1; 2; 1)$  и определить координаты точки ее пересечения с плоскостью  $yOz$ .

Ермолаев Юрий Данилович

Типовой расчет  
по СФВА

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

В авторской редакции

Электронный формат – pdf  
Печ. л. 7,8.

Издательство Липецкого государственного технического университета.  
398600 Липецк, ул. Московская, 30.

Информационный портал  
ФГБОУ ВПО ЛГТУ  
<http://www.stu.lipetsk.ru>