

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
"Липецкий государственный технический
университет"

Ю.Д.Ермолаев

Типовой расчет

по линейной алгебре

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Липецк 2014

УДК 514 (075)

Е741

ГРНТИ 27.21

Типовой расчет по линейной алгебре

[электронный ресурс]:сетевое обновляемое электрон. учеб. пособие/
Ю.Д.Ермолаев.-Электрон.дан.(0.8 Мб).-Липецк:ЛГТУ, 2014.-205 с.-
Режим доступа:<http://www.stu.lipetsk.ru/education/chair/kaf-vm/mu/>
Систем. требования: Intel Pentium (или аналогичный процессор других производителей), 512 Мб оперативной памяти, Adobe Reader 7.0 (или аналогичный продукт для чтения файлов формата pdf).

Типовой расчет предназначен для студентов направлений 010800.62, 220100.62, 230100.62, 232000.62 и других, изучающих высшую математику по программе технического вуза. Представлены 100 вариантов типового расчета по линейной алгебре. В типовом расчете 9 заданий, в которых отражены основные темы линейной алгебры, изучаемые в техническом вузе.

©Липецкий государственный
технический университет, 2014
©Ермолаев Юрий Данилович, 2014

СОДЕРЖАНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

1. Вычисление определителя 4-го порядка
2. Вычисление определителя 5-го порядка
3. Вычисление определителя произведения матриц
4. Обратная матрица
5. Квадратная система уравнений
6. Матричное уравнение
7. Ранг матрицы
8. Однородная система уравнений
9. Прямоугольная неоднородная система уравнений
10. Знакоопределенность квадратичной формы
11. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
12. Перевод линейного оператора в другой базис
13. Корни характеристического уравнения линейного оператора
14. Собственные числа линейного оператора
15. Перестановочность произведения матриц
16. Разложение рациональной дроби
17. Вычисление определителя с комплексными числами
18. Решение квадратного уравнения
19. Восстановление многочлена по известным корням

Оглавление

В а р и а н т 1.	5
В а р и а н т 11.	25
В а р и а н т 21.	45
В а р и а н т 31.	65
В а р и а н т 41.	85
В а р и а н т 51.	105
В а р и а н т 61.	125
В а р и а н т 71.	145
В а р и а н т 81.	165
В а р и а н т 91.	185

Вариант - 1

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & 6 & -3 \\ -6 & 5 & 18 & -9 \\ 4 & -4 & -9 & 6 \\ 4 & -4 & -12 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & 2 & 3 & 3 \\ -4 & -5 & 4 & 6 & 6 \\ 4 & 6 & -6 & -6 & -6 \\ -4 & -6 & 4 & 9 & 6 \\ -4 & -6 & 4 & 6 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -1 & 4 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & -20 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & -1 & 0 & 1 & -1 \\ 9 & 3 & -2 & 0 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & -2 & -7 \\ 38 & 12 & -12 & 0 & 17 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 11 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 46 & 8 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & -10 & -10 & 4 & -108 \\ -1 & 3 & 3 & -1 & 31 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 6y^2 + 6z^2 + 8xy + 8xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 + 3y^2 + 1z^2 + 24xy + 36xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 7x + 2 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -30 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 + 2x + 12}{x^3 - 8}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 2i & -2 - 4i \\ -5 + 2i & -3 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 + 0i)z - 5 - 7i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - 4i$ и $4 + 4i$.

Вариант - 2

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 3 & -6 & -6 \\ -9 & 12 & -18 & -18 \\ 9 & -9 & 21 & 18 \\ 3 & -3 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & -3 & -3 & 6 \\ 2 & 0 & 3 & 3 & -6 \\ -6 & -6 & -12 & -9 & 18 \\ 4 & 4 & 6 & 9 & -12 \\ 6 & 6 & 9 & 9 & -15 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & 2 \\ -1 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 13 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -25 & 11 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 & 0 & 2 & 8 \\ 6 & 0 & 3 & 0 & 3 & 6 \\ -8 & 0 & 2 & 0 & -2 & -8 \\ 4 & 0 & -1 & 0 & 1 & 4 \\ -14 & 0 & 8 & 0 & -2 & -14 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 7 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 6 & 0 & -4 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -57 & -11 & -6 & -10 & -123 \\ 17 & 3 & 1 & 3 & 45 \\ 6 & 2 & 3 & 1 & -12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 23 \\ -71 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 + 5y^2 + 2z^2 + 6xy + 4xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 3y^2 - 1z^2 - 4xy + 24xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x - 22 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & 4 & -3 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 17x - 68}{x^3 + 64}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 5i & -4 - 2i \\ -1 - 5i & 6 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 + 1i)z + 0 + 6i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-3 + i$ и $-4 - 5i$.

Вариант - 3

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 & -3 \\ -6 & -5 & -4 & 6 \\ 9 & 9 & 7 & -9 \\ -3 & -3 & -2 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 & 3 & -4 \\ 2 & -1 & -1 & 3 & -4 \\ -2 & 2 & 2 & -3 & 4 \\ -6 & 6 & 3 & -6 & 12 \\ -2 & 2 & 1 & -3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & -30 \\ 35 & -33 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 & 0 & 1 & 0 & 9 \\ 8 & -2 & 0 & 2 & 0 & 12 \\ -9 & 3 & 0 & -2 & 0 & -15 \\ 3 & 3 & 0 & 2 & 0 & -3 \\ -49 & 4 & 0 & -15 & 0 & -57 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 11 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 61 & 4 & 19 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -9 & -1 & 3 & 1 & -39 \\ -1 & 2 & 2 & 3 & 44 \\ 8 & 3 & -1 & 2 & 83 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 13 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 6y^2 + 7z^2 + 10xy + 6xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 1y^2 - 1z^2 - 24xy - 8xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & t \\ -10 & 6 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 + 1x + 8}{x^4 - 16}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 5i & -4 + 7i \\ -4 + 5i & -3 + 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (14 + 2i)z + 57 + 14i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 3i$ и $-5 - 2i$.

Вариант - 4

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -6 & -9 & 3 \\ 6 & 21 & 27 & -9 \\ -6 & -18 & -24 & 9 \\ 4 & 12 & 18 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -6 & -4 & 1 & 2 \\ -2 & 14 & 8 & -2 & -4 \\ -1 & 6 & 2 & -1 & -2 \\ 2 & -12 & -8 & 3 & 4 \\ 3 & -18 & -12 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 10 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ 9 & 18 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 0 & 1 & 5 \\ -5 & 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ -5 & 0 & -2 & 0 & 3 & 3 \\ -7 & 0 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ -8 & 0 & 10 & 0 & -4 & -26 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & -1 \\ 34 & 0 & -5 & 0 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & -4 & 0 & 2 & 42 \\ 7 & -1 & 3 & 1 & -15 \\ -3 & 3 & 3 & -1 & -57 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 6y^2 + 7z^2 + 10xy + 10xz + 12yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 1y^2 - 1z^2 + 4xy + 4xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 17x + 16}{x^4 - 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 + 3i & -2 + 7i \\ 3 + i & 7 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (0 - 6i)z - 9 + 2i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -2 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 3i$ и $3 - i$.

Вариант - 5

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & -2 \\ -2 & -6 & 6 & 4 \\ -3 & -6 & 6 & 6 \\ 3 & 6 & -9 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -6 & -1 & 6 & 6 \\ 2 & -15 & -2 & 12 & 12 \\ -2 & 12 & 3 & -12 & -12 \\ 2 & -12 & -2 & 14 & 12 \\ -3 & 18 & 3 & -18 & -21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 3 \\ -2 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 12 \\ -8 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 2 & -5 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 2 & -5 \\ 4 & 1 & 0 & 0 & -1 & -5 \\ -18 & -12 & 0 & 0 & 2 & 40 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & -1 & 0 \\ 5 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 21 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 91 & 22 & 16 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 & -5 \\ -6 & 1 & 1 & -1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 4y^2 - 5z^2 + 2xy + 6xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 1y^2 - 2z^2 - 16xy - 12xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 9x + 38 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -6 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 4 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 11x - 16}{x^4 + 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 + 2i & 6 - i \\ -4 - 2i & 3 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 + 10i)z - 34 - 8i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 2i$ и $-4 + i$.

Вариант - 6

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -3 & 3 \\ 9 & -10 & -9 & 9 \\ -6 & 6 & 3 & -6 \\ -9 & 9 & 9 & -12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 & -3 & -6 \\ -6 & 4 & -6 & 9 & 18 \\ 6 & -3 & 8 & -9 & -18 \\ -6 & 3 & -6 & 8 & 18 \\ -2 & 1 & -2 & 3 & 9 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \\ -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ -11 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 48 & 8 \\ 40 & 15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -12 & 3 & -2 & -2 & 0 & -17 \\ -6 & 2 & 2 & -2 & 0 & -6 \\ -3 & 3 & -1 & 2 & 0 & -7 \\ 3 & -1 & 3 & -1 & 0 & 7 \\ 12 & -1 & -12 & 11 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -8 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 3 & 1 & 3 \\ -5 & 0 & 11 & 7 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 & 23 \\ -3 & 2 & 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 & 1 & 27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 4z^2 + 4xy - 4xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 - 1z^2 - 12xy + 4xz - 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 2x - 27 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 - 3x - 20}{x^4 - 6x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 + i & 7 + 6i \\ 1 + 2i & -3 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (9 + 4i)z + 23 + 27i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 5. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - 3i$ и $5 + 4i$.

Вариант - 7

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & -6 & 4 \\ 3 & -15 & 18 & -12 \\ 3 & -18 & 21 & -12 \\ -1 & 6 & -6 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -3 & 6 & -1 \\ -6 & 6 & 9 & -18 & 3 \\ 2 & -3 & -2 & 6 & -1 \\ -4 & 6 & 6 & -15 & 2 \\ -6 & 9 & 9 & -18 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -28 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -2 & 2 & 0 & -1 & 6 \\ -1 & 3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & 0 & 2 & 6 \\ -3 & 2 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ -4 & -9 & -10 & 0 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ -19 & 0 & -2 & -7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -22 & 1 & 7 & -4 & -129 \\ 14 & 3 & -1 & 2 & 17 \\ -4 & 2 & 3 & -1 & -56 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 21 \\ -37 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 5y^2 - 4z^2 + 0xy + 0xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 4xy + 24xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \\ -3 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & t \\ 10 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 + 9x - 152}{x^4 - 32x^2 + 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 + 3i & -2 + 4i \\ 3 - 5i & -4 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (11 - 3i)z + 38 - 27i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 - 4i$ и $-1 - 2i$.

Вариант - 8

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -6 & 6 & -6 \\ 4 & -9 & 12 & -12 \\ 6 & -18 & 21 & -18 \\ 4 & -12 & 12 & -14 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & -3 & 3 & -2 \\ -1 & -3 & -3 & 3 & -2 \\ -3 & -6 & -10 & 9 & -6 \\ 2 & 4 & 6 & -5 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & -6 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & 3 \\ -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -4 \\ -17 & 28 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 12 & -2 & -2 & 0 & 0 & 12 \\ -3 & 2 & -1 & 0 & 0 & -3 \\ -6 & 3 & -1 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 42 & -18 & 4 & 0 & 0 & 42 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 8 & 2 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 3 & -1 & 0 \\ 9 & 3 & 1 & 1 & 0 \\ 33 & 13 & 5 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -15 & -2 & -5 & -2 & -12 \\ 13 & 2 & 3 & 2 & 36 \\ 11 & 2 & 1 & 2 & 60 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 18 \\ -18 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 2y^2 - 4z^2 - 6xy + 10xz - 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 1z^2 - 12xy - 4xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \\ 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & -3 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ t & 4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 - 27x + 64}{x^3 - 8x^2 + 16x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 - 5i & 4 - 4i \\ 1 + 3i & 4 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 - 2i)z + 20 - 22i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 + 3i$ и $-1 + i$.

Вариант - 9

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 & 4 \\ -1 & -4 & -4 & -4 \\ 3 & 18 & 10 & 12 \\ -1 & -6 & -4 & -2 \\ -3 & -2 & -3 & -6 & -1 \\ 6 & 6 & 6 & 12 & 2 \\ -9 & -6 & -6 & -18 & -3 \\ -6 & -4 & -6 & -10 & -2 \\ 3 & 2 & 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 19 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & 26 \\ 42 & -4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & -2 & 1 & 0 & 0 & -3 \\ 11 & 3 & -2 & 0 & 0 & 5 \\ -4 & -2 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 52 & 15 & -7 & 0 & 0 & 22 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 9 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 7 & -1 & 0 & 2 & 2 \\ 7 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 13 & -1 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & -1 & 1 & 5 \\ -8 & 1 & 2 & -1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 5z^2 - 6xy + 2xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 12xy + 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 3 \\ 3 & 4 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 10x - 6 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ 6 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 1 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 - 32x - 65}{x^3 - 125}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 - 5i & -2 - 3i \\ 6 - 4i & -5 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (8 + 4i)z + 13 + 16i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 4i$ и $-1 + i$.

Вариант - 10

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 9 & 1 \\ -4 & -3 & -18 & -2 \\ -4 & -6 & -21 & -2 \\ 4 & 6 & 18 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -4 & -3 & 9 \\ 4 & 5 & -8 & -6 & 18 \\ 6 & 6 & -14 & -9 & 27 \\ 6 & 6 & -12 & -10 & 27 \\ 2 & 2 & -4 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & -3 \\ 22 & 3 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & 3 & 0 & 2 & 0 & -7 \\ -8 & -2 & 0 & -2 & 0 & 4 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ -8 & -1 & 0 & -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 9 & 0 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & 6 & 0 & -9 & 9 \\ 6 & 1 & 1 & 2 & 22 \\ 2 & 3 & 1 & -1 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 5y^2 + 7z^2 + 6xy + 8xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 1y^2 + 3z^2 + 8xy - 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 4x - 18 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & -6 \\ -1 & -6 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 0x - 9}{x^3 + 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 - 3i & 3 - 4i \\ 2 + 4i & -3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (13 + 2i)z + 45 + 11i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -1 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 3i$ и $-5 + 5i$.

Вариант - 11

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 & 2 \\ 1 & -6 & -2 & -2 \\ -3 & 9 & 8 & 6 \\ -1 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 6 & -3 & -2 \\ -6 & -1 & -12 & 6 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & -3 & -2 \\ -6 & -2 & -12 & 7 & 4 \\ -3 & -1 & -6 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -1 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -15 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 & 6 \\ 12 & -8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -2 & -2 & 1 & -2 & -17 \\ -1 & 1 & -2 & 2 & -1 & -9 \\ -1 & -2 & 1 & 1 & 3 & -1 \\ -7 & 2 & 3 & -2 & 2 & 22 \\ 13 & 3 & -11 & 5 & -13 & -54 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 16 & 2 & 0 & 3 & 3 \\ 8 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & 0 & -1 & 1 \\ 26 & 7 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 17 & -7 & -8 & 0 & -9 \\ -5 & 3 & 3 & 1 & 19 \\ 2 & 2 & 1 & 3 & 48 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 1 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 2z^2 - 4xy + 6xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 12xy + 24xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & t \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 - 7x + 54}{x^4 - 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 2i & 5 + 2i \\ -5 + 6i & 4 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (13 + 5i)z + 48 + 29i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 5i$ и $3 + i$.

Вариант - 12

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -6 & 6 \\ -2 & -15 & 12 & -12 \\ 3 & 18 & -20 & 18 \\ -3 & -18 & 18 & -15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 4 & -9 & -6 \\ 1 & 8 & 4 & -9 & -6 \\ -2 & -12 & -10 & 18 & 12 \\ 2 & 12 & 8 & -15 & -12 \\ 3 & 18 & 12 & -27 & -21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -2 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -2 & -2 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 & 48 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 0 & 2 & 2 & -3 \\ -10 & 1 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 0 & -1 & 3 & -9 \\ 11 & -6 & 0 & 2 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 8 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 20 & 0 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & -4 & -4 & -4 & -20 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -5 \\ -3 & 3 & 3 & 3 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 2y^2 - 5z^2 + 4xy + 4xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 1y^2 + 2z^2 + 16xy + 4xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 4 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & 8 \\ t & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 13x + 9}{x^4 - 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 5i & 5 + 7i \\ -4 + 5i & 1 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 - 6i)z - 5 - 5i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 - 2i$ и $-2 - 4i$.

Вариант - 13

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & -1 \\ -9 & 6 & -4 & 3 \\ 9 & -6 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 6 & 3 & -6 \\ -6 & -5 & -18 & -9 & 18 \\ 4 & 4 & 14 & 6 & -12 \\ 6 & 6 & 18 & 6 & -18 \\ 2 & 2 & 6 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 & -8 \\ 32 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 13 & -1 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 8 & -1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & 0 & -1 & -11 \\ -14 & 3 & -1 & 0 & -1 & -8 \\ 1 & 4 & 8 & 0 & -1 & -38 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 12 & 8 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 16 & 2 & -4 & 6 & -16 \\ -1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $2x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 6xy + 4xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 16xy + 36xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 4 \\ 3 & -2 & 4 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 2x + 10 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -3 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -3 \\ 4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -3 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 9x + 50}{x^4 + 25x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 7i & 1 + 3i \\ 5 + i & -3 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (9 + 4i)z + 23 + 9i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 6. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-3 - 4i$ и $-5 - 5i$.

Вариант - 14

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & -6 \\ 2 & -5 & -4 & -12 \\ 3 & -6 & -7 & -18 \\ -1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -9 & -4 & -1 & 3 \\ -9 & -30 & -12 & -3 & 9 \\ 3 & 9 & 2 & 1 & -3 \\ -9 & -27 & -12 & -4 & 9 \\ -3 & -9 & -4 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 7 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 & -52 \\ 6 & 26 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & -3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ -4 & -1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 8 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ -4 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -16 & -8 & 0 & -8 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -27 & -1 & 9 & 1 & 61 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -33 \\ -12 & 1 & 3 & 2 & -19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 7 \\ -53 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 + 1z^2 - 10xy + 4xz - 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 12xy + 24xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 9x + 28 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 6 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{7x^2 - 37x + 15}{x^4 - 9x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 6i & -4 + 5i \\ 6 + 4i & 7 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-2 + 2i)z + 35 + 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - i$ и $4 + 4i$.

Вариант - 15

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 6 & -3 \\ -2 & 4 & -6 & 3 \\ -6 & 9 & -16 & 9 \\ -2 & 3 & -6 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 & 6 & 2 \\ -2 & 5 & -6 & -12 & -4 \\ 2 & -4 & 3 & 12 & 4 \\ 1 & -2 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 2 & 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \\ 21 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & 6 \\ -18 & -54 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & 0 & -2 & -8 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 8 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 2 & 8 \\ 10 & 3 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -30 & -13 & 0 & 0 & 2 & -22 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & -4 & 0 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & -2 & -4 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & -7 \\ -6 & 1 & 3 & -1 & 25 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 6z^2 + 12xy + 6xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 + 1z^2 + 8xy + 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & t \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-1x^2 + 14x - 5}{x^4 - 50x^2 + 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 5i & 3 - 3i \\ -5 - 3i & -4 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-5 + 4i)z + 5 + 5i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 + 2i$ и $3 - 2i$.

Вариант - 16

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & -2 & -6 \\ -1 & -2 & 2 & 6 \\ -2 & -6 & 3 & 12 \\ 2 & 6 & -4 & -14 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & 2 & 6 & 4 \\ 6 & 8 & -6 & -18 & -12 \\ 4 & 6 & -5 & -12 & -8 \\ -4 & -6 & 4 & 10 & 8 \\ -6 & -9 & 6 & 18 & 14 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -3 & 4 & 4 \\ 2 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 4 \\ -3 & -3 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ -18 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 19 \\ 0 & -9 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -1 & 1 & -1 & 0 & -3 \\ 4 & 2 & 3 & -2 & 0 & 3 \\ -7 & 1 & -1 & 1 & 0 & 3 \\ -19 & 3 & -2 & 3 & 0 & 10 \\ 70 & -16 & 3 & -8 & 0 & -45 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 8 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 13 & 0 & 7 & 0 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 35 & 5 & 4 & 7 & 213 \\ 7 & 1 & 2 & 1 & 17 \\ 14 & 2 & 1 & 3 & 98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 \\ 10 \\ 62 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $4x^2 + 4y^2 + 7z^2 + 6xy + 10xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 - 2z^2 - 8xy + 4xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & 3 & -3 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & -12 \\ t & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 1x - 18}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 - 5i & -2 - 3i \\ -2 - 5i & 7 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 - 1i)z - 4 + 8i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -2 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 + 5i$ и $4 - i$.

Вариант - 17

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & -3 & -3 \\ -6 & 3 & 6 & 6 \\ 6 & -4 & -3 & -6 \\ 6 & -4 & -6 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -6 & 2 & -2 \\ 4 & 6 & -12 & 4 & -4 \\ -2 & -2 & 4 & -2 & 2 \\ 2 & 2 & -6 & 0 & -2 \\ -4 & -4 & 12 & -4 & 5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ -3 & 2 & -2 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 32 \\ 6 & -51 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 & 0 & 3 & -12 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -2 & 7 \\ 6 & 3 & 0 & 0 & 3 & -12 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 3 & -10 \\ -2 & 1 & 0 & 0 & 5 & -16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 11 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 52 & 6 & 12 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 & 0 & -15 \\ 7 & 1 & 3 & -1 & 15 \\ 8 & 2 & 1 & -1 & 30 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 7 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 5z^2 - 4xy + 6xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 2y^2 - 1z^2 - 16xy - 24xz - 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 5x + 2 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -1 \\ 4 & 4 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 17x + 10}{x^3 - 8}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 + 5i & 1 + 2i \\ -2 - 5i & -2 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 + 7i)z - 16 + 7i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 + 2i$ и $-3 - 2i$.

Вариант - 18

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 6 & -3 \\ -3 & -21 & -18 & 9 \\ 3 & 18 & 21 & -9 \\ -2 & -12 & -12 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -9 & -6 & -6 \\ 2 & 0 & -9 & -6 & -6 \\ -4 & -4 & 21 & 12 & 12 \\ 6 & 6 & -27 & -21 & -18 \\ 4 & 4 & -18 & -12 & -15 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ -1 & -2 & 4 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 34 \\ 8 & -31 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & 0 & 3 & -9 \\ -6 & 0 & -2 & 0 & 1 & 4 \\ 8 & 0 & 2 & 0 & -2 & -2 \\ 6 & 0 & 1 & 0 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 4 & 0 & 5 & -22 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 3 & -1 \\ -4 & 0 & 15 & 12 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -16 & 3 & 8 & 5 & -76 \\ -8 & -1 & 2 & -1 & -68 \\ -4 & 2 & 3 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -19 \\ -19 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 4y^2 - 5z^2 - 10xy + 4xz - 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 + 2z^2 - 4xy + 12xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ -2 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x - 22 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 6 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-1x^2 + 28x - 90}{x^3 + 125}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 - 2i & 3 + 7i \\ 2 - i & -2 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (12 + 4i)z + 35 + 28i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - 4i$ и $3 - i$.

Вариант - 19

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & 2 & 2 \\ -6 & -3 & 4 & 4 \\ -3 & -2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 2 & -6 \\ -6 & 4 & -9 & -6 & 18 \\ 2 & -1 & 2 & 2 & -6 \\ 2 & -1 & 3 & 3 & -6 \\ -6 & 3 & -9 & -6 & 20 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 13 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 21 \\ 12 & 54 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 2 & 1 & -4 \\ 4 & 3 & 0 & 3 & -2 & -14 \\ -4 & 2 & 0 & -6 & -2 & 14 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 59 & 19 & 21 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & 6 & 77 \\ -2 & 2 & 3 & 3 & 30 \\ 7 & 1 & -1 & 3 & 47 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 28 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 5y^2 + 4z^2 + 6xy + 4xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 3y^2 - 2z^2 - 8xy + 24xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -3 & -1 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & t \\ 28 & -3 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{7x^2 - 29x + 48}{x^4 - 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 6i & 7 - 5i \\ 4 - 2i & -1 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (2 + 2i)z - 27 + 38i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + i$ и $1 + 5i$.

Вариант - 20

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & -3 & -6 \\ -3 & -3 & -2 & -6 \\ -3 & -3 & -3 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & 1 & -2 & 6 \\ 9 & 4 & -3 & 6 & -18 \\ -6 & -4 & 1 & -4 & 12 \\ 3 & 2 & -1 & 4 & -6 \\ -9 & -6 & 3 & -6 & 20 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & -3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -36 & 12 \\ 15 & -12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 0 & 2 & 10 \\ -4 & 0 & 3 & 0 & -2 & -13 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & 3 & 12 \\ 3 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 20 & 0 & -18 & 0 & 16 & 86 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & -1 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 6 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 16 & 1 & 1 & 11 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & -4 & -11 & 3 & -95 \\ 3 & 2 & 3 & 1 & 35 \\ 4 & 1 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 11 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 4y^2 - 5z^2 + 4xy + 4xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 + 3z^2 + 4xy - 12xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -3 & -3 & 4 \\ 1 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ t & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 27x - 294}{x^4 - 49x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 - 4i & 3 + 3i \\ 1 + 2i & 3 - i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-4 - 3i)z + 4 + 16i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - 4i$ и $5 + 3i$.

Вариант - 21

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & 9 & 2 \\ 2 & -1 & -9 & -2 \\ 6 & -6 & -24 & -6 \\ 2 & -2 & -9 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & -4 & 2 & 6 \\ -3 & -1 & -4 & 2 & 6 \\ 3 & 2 & 2 & -2 & -6 \\ -6 & -4 & -8 & 6 & 12 \\ 6 & 4 & 8 & -4 & -9 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & -18 \\ 5 & 14 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -15 & 0 & 3 & 3 & 0 & 12 \\ -1 & 0 & -1 & 2 & 0 & 2 \\ -13 & 0 & 3 & 2 & 0 & 10 \\ -11 & 0 & 3 & 1 & 0 & 8 \\ 38 & 0 & -6 & -10 & 0 & -32 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 15 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 15 & 0 & 3 & 0 & 2 \\ 15 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 15 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ -30 & 0 & -4 & 0 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -10 & -4 & -2 & 0 & -24 \\ 2 & 2 & 3 & 1 & -8 \\ 8 & 2 & -1 & -1 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 5y^2 - 5z^2 + 0xy + 8xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 - 2z^2 - 8xy + 12xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 11x + 42 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -5 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 + 5x + 32}{x^4 + 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 + 7i & 5 + 2i \\ -5 + 2i & 3 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 - 9i)z - 22 + 6i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 5i$ и $-1 + 2i$.

Вариант - 22

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 & 3 & -3 \\ 9 & -10 & -9 & 9 \\ -3 & 4 & 6 & -3 \\ -3 & 4 & 3 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 & -1 & -6 \\ 3 & -14 & 6 & -3 & -18 \\ 3 & -12 & 5 & -3 & -18 \\ -2 & 8 & -4 & 3 & 12 \\ -1 & 4 & -2 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ -1 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -31 \\ -6 & 26 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 & 1 & 0 & 7 \\ -4 & 0 & -1 & 3 & 0 & -9 \\ -5 & 0 & -2 & 3 & 0 & -12 \\ 3 & 0 & 2 & -1 & 0 & 8 \\ 8 & 0 & 5 & -3 & 0 & 21 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 & -1 & 0 \\ 10 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 43 & 8 & 7 & 10 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 23 & 6 & -3 & -2 & 14 \\ -9 & -1 & 2 & 1 & -15 \\ -4 & 3 & 3 & 1 & -31 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -17 \\ 48 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 4y^2 - 4z^2 - 2xy + 0xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 1y^2 - 2z^2 - 16xy - 4xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 6x - 16 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 6 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 4 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 4x - 1}{x^4 - 2x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 2i & -3 + i \\ -5 - i & -2 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-4 + 5i)z + 0 - 20i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 5. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 - i$ и $2 + 4i$.

Вариант - 23

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -4 & -9 \\ -3 & 1 & -4 & -9 \\ -6 & 4 & -10 & -18 \\ 6 & -4 & 8 & 15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -9 & 3 & -3 & -1 \\ 9 & 30 & -9 & 9 & 3 \\ 6 & 18 & -3 & 6 & 2 \\ -9 & -27 & 9 & -6 & -3 \\ 6 & 18 & -6 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 14 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & -8 \\ -15 & 0 & 0 & -2 & 3 & -7 \\ 6 & 0 & 0 & 3 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -2 & 8 \\ 33 & 0 & 0 & -2 & -13 & 41 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & -1 \\ 6 & 2 & 3 & 0 & 3 \\ 19 & 2 & 15 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & -1 & 5 & -79 \\ -12 & -1 & 3 & -1 & 43 \\ -3 & -1 & 1 & 2 & -18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -16 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 + 0y^2 - 4z^2 + 10xy + 2xz - 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 2y^2 - 2z^2 + 24xy + 8xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -2 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 4x + 8}{x^4 - 8x^2 + 16}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 + 6i & -5 - i \\ -1 + 2i & 1 - i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-7 - 6i)z + 2 + 18i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - 5i$ и $-2 - i$.

Вариант - 24

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & -2 \\ 9 & 4 & 12 & -6 \\ 3 & 1 & 6 & -2 \\ -3 & -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & -4 & -9 & -3 \\ -4 & 5 & -8 & -18 & -6 \\ -4 & 4 & -10 & -18 & -6 \\ 2 & -2 & 4 & 12 & 3 \\ 2 & -2 & 4 & 9 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -1 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -12 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 & 20 \\ 8 & -16 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 & -1 & 1 & 5 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 2 & -5 \\ -11 & 2 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & 2 & -7 \\ -2 & -7 & 7 & 5 & -2 & -9 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -22 & 8 & 14 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & -7 & -1 & -1 & 37 \\ 2 & 3 & 2 & 2 & -19 \\ -8 & -1 & 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -1 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 4y^2 - 3z^2 - 2xy + 4xz - 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 - 1z^2 - 12xy + 4xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 0 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ -6 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ t & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 - 4x + 32}{x^3 - 8x^2 + 16x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 - 2i & -1 + 2i \\ 2 + i & 6 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-6 - 4i)z + 6 + 12i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 - 4i$ и $-4 - 5i$.

Вариант - 25

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -3 & -2 \\ 6 & 4 & -9 & -6 \\ -4 & -4 & 5 & 4 \\ -4 & -4 & 6 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & -3 & -3 \\ -3 & 5 & -6 & -9 & -9 \\ -2 & 4 & -3 & -6 & -6 \\ -3 & 6 & -6 & -8 & -9 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 3 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 & -11 \\ 44 & -35 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ -5 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & -1 & -7 \\ -7 & -1 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 16 & -8 & 0 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 33 & 0 & 10 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 16 & 0 & -7 & 2 & 115 \\ -7 & -1 & 2 & -1 & -54 \\ 5 & 3 & 1 & 1 & 47 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ -13 \\ 25 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 10xy - 10xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 3z^2 - 8xy - 12xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 28 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & -3 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ -24 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 17x + 12}{x^3 - 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 + 3i & 3 + i \\ 6 - 5i & 6 + 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 0i)z + 23 - 15i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 2i$ и $-4 + 4i$.

Вариант - 26

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 9 & -3 & -6 \\ 3 & 6 & -3 & -6 \\ 6 & 18 & -5 & -12 \\ -9 & -27 & 9 & 21 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & 1 & -1 & -3 \\ -3 & 15 & 3 & -3 & -9 \\ -1 & 6 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & -6 & -1 & 0 & 3 \\ 3 & -18 & -3 & 3 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 & -12 \\ 13 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & 0 & 1 & -2 & 0 & -4 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 12 & 0 & -2 & 3 & 0 & 7 \\ 15 & 0 & 3 & 12 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 & 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 0 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & 0 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -17 & -4 & -5 & 0 & 31 \\ 10 & 2 & 3 & -1 & -38 \\ 7 & 2 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 6z^2 + 8xy + 8xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 12xy + 36xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & 3 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 10x + 20 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 1 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -3 & 3 & -3 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 - 39x + 198}{x^3 + 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -5 - i & 6 - 4i \\ -3 + 7i & -4 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-7 - 5i)z + 10 + 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 3i$ и $3 - 4i$.

Вариант - 27

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -3 & 6 \\ 3 & 2 & -3 & 6 \\ -6 & -8 & 5 & -12 \\ -3 & -4 & 3 & -9 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & -1 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 1 & 4 & -3 \\ -2 & -8 & -1 & -8 & 6 \\ -3 & -12 & -3 & -10 & 9 \\ 3 & 12 & 3 & 12 & -8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -1 \\ 3 & -3 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 12 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -21 & 13 \\ -12 & -8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & 0 & 1 & -2 \\ -5 & 0 & 2 & 0 & -1 & -3 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -2 & -1 \\ 7 & 0 & -4 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 6 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 44 & 0 & 11 & 14 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & 0 & 9 & -6 & 123 \\ 5 & 2 & -1 & 3 & -27 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 14 \\ -36 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 4y^2 - 3z^2 + 0xy - 4xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 24xy - 8xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & t \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-1x^2 + 15x + 48}{x^4 - 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 - i & -5 - 4i \\ 7 + i & -2 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 + 0i)z + 7 - 1i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + i$ и $5 + 5i$.

Вариант - 28

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & 3 & 2 \\ 9 & 8 & -9 & -6 \\ -6 & -4 & 7 & 4 \\ -9 & -6 & 9 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & -4 & 2 \\ -3 & 0 & -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & 0 & -4 & 2 \\ -6 & 2 & -2 & 10 & -4 \\ -9 & 3 & -3 & 12 & -7 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -3 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 7 \\ -13 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 39 & -6 \\ -81 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 & -2 & -2 & 12 \\ 11 & 2 & 2 & -2 & 3 & -7 \\ -7 & -1 & -2 & 1 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & -2 & 3 & 2 & -13 \\ 8 & 12 & -7 & 7 & 17 & -77 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 8 & 0 & 0 & 12 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & -3 & -1 & -2 \\ -5 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 3 & 2 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 6xy + 10xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 2y^2 - 1z^2 - 8xy - 16xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ -3 & 3 & 2 \\ 4 & -3 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ t & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 29x + 16}{x^4 - 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 + 5i & -5 - 4i \\ 7 + i & 4 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 - 7i)z - 7 - 19i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-3 + 2i$ и $4 - 3i$.

Вариант - 29

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & -9 & -1 \\ -2 & -9 & 9 & 1 \\ 2 & 6 & -6 & -1 \\ 6 & 18 & -27 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 9 & -3 & 1 & -9 \\ 4 & -15 & 6 & -2 & 18 \\ 2 & -9 & 4 & -1 & 9 \\ -2 & 9 & -3 & 2 & -9 \\ -4 & 18 & -6 & 2 & -21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & -1 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ 16 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 40 \\ -12 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 2 & 1 & 0 & 0 & 9 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & -2 & -1 & 0 & 0 & -9 \\ -3 & 1 & -2 & 0 & 0 & -3 \\ -18 & -6 & 0 & 0 & 0 & -18 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ 7 & 1 & 3 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 35 & 18 & 8 & 0 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & -6 & -3 & 9 \\ -3 & 1 & 3 & 1 & -13 \\ -6 & -1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -11 \\ 21 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 5z^2 + 6xy + 6xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 1z^2 - 8xy - 12xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & -3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 9x + 43 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ 5 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 4 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 + 0x + 50}{x^4 + 25x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 5i & -3 - 3i \\ -3 + 3i & -1 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (9 - 7i)z + 8 - 31i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 + 3i$ и $-3 + 4i$.

Вариант - 30

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 & -2 & -3 \\ 6 & 6 & 4 & 6 \\ -6 & -8 & -5 & -6 \\ -6 & -8 & -4 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -9 & 6 & -9 & 3 \\ -2 & -21 & 12 & -18 & 6 \\ -1 & -9 & 3 & -9 & 3 \\ 3 & 27 & -18 & 30 & -9 \\ -1 & -9 & 6 & -9 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & -2 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & -56 \\ 9 & -45 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & 3 & 0 & -12 \\ -2 & -1 & 0 & -2 & 0 & 5 \\ -8 & 3 & 0 & -1 & 0 & -8 \\ -4 & 3 & 0 & 1 & 0 & -10 \\ -18 & 22 & 0 & 13 & 0 & -79 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ 5 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 7 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 27 & 15 & 5 & 0 & 13 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & -8 & 0 & 6 & -18 \\ 5 & 3 & -1 & -1 & 35 \\ 6 & -1 & -1 & 2 & 26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -1 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 - 5y^2 - 4z^2 - 4xy - 4xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 2y^2 - 2z^2 + 16xy + 24xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 4x - 17 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 15x - 1}{x^4 - 7x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 6i & -2 + 5i \\ 1 + 2i & -3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 - 9i)z - 26 - 19i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - 5i$ и $-2 + 5i$.

Вариант - 31

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 & 6 & -2 \\ -9 & -10 & 18 & -6 \\ -3 & -4 & 4 & -2 \\ 9 & 12 & -18 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & -2 & -2 & -6 \\ 6 & -3 & -4 & -4 & -12 \\ -6 & 4 & 6 & 4 & 12 \\ -6 & 4 & 4 & 3 & 12 \\ 3 & -2 & -2 & -2 & -9 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ -2 & 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ -20 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -18 \\ 22 & -20 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & -2 & 1 & 4 \\ -6 & 1 & 0 & 2 & 1 & -3 \\ -3 & -1 & 0 & 3 & 1 & -3 \\ -21 & 3 & 0 & 2 & -2 & -11 \\ 81 & -10 & 0 & -10 & 7 & 44 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 8 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 9 & 3 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 19 & 5 & 4 & 0 & -13 \\ 11 & 3 & 1 & 1 & 23 \\ 8 & 2 & 3 & -1 & -36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 13 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 + 3z^2 - 10xy + 2xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 1y^2 + 1z^2 + 24xy - 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & -3 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \\ -3 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & t \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 + 3x - 78}{x^4 - 18x^2 + 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 + 3i & 5 + i \\ 7 - 5i & -3 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-8 + 1i)z + 15 - 3i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 - 4i$ и $-4 + 2i$.

Вариант - 32

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 3 \\ 3 & -4 & -6 & -9 \\ 3 & -6 & -8 & -9 \\ 3 & -6 & -6 & -12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & -2 & 9 & -9 \\ 6 & -12 & 6 & -27 & 27 \\ -6 & 9 & -4 & 27 & -27 \\ -2 & 3 & -2 & 12 & -9 \\ 2 & -3 & 2 & -9 & 12 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 & -15 \\ 13 & 15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 & 0 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & 2 & 0 & 0 & 5 \\ -7 & 2 & 1 & 0 & 0 & 5 \\ -6 & 1 & 3 & 0 & 0 & 10 \\ -27 & 7 & 6 & 0 & 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 12 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 4 & -1 & 1 & 3 & 0 \\ 14 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 80 & 15 & 13 & 11 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 2 & 13 \\ 2 & 3 & 2 & 1 & 20 \\ 4 & -1 & -1 & 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 6z^2 + 6xy + 10xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 + 1z^2 - 24xy + 12xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ t & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 32x - 72}{x^3 - 12x^2 + 36x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 5i & -4 + 3i \\ -3 + i & -3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (11 - 2i)z + 45 - 15i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 - 2i$ и $5 + i$.

Вариант - 33

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -9 & 4 & 9 \\ -9 & -30 & 12 & 27 \\ -6 & -18 & 6 & 18 \\ 9 & 27 & -12 & -24 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 & 3 & 3 \\ -6 & 3 & -6 & -6 & -6 \\ -9 & 6 & -8 & -9 & -9 \\ -6 & 4 & -6 & -7 & -6 \\ -6 & 4 & -6 & -6 & -7 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 4 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -10 \\ -28 & 16 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 2 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 2 & 0 & -7 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & -1 & 4 & 4 & 0 & -13 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ 8 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 10 & 3 & 2 & 3 & 0 \\ 5 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 35 & 6 & 4 & 11 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 39 & 9 & 0 & 6 & 192 \\ -3 & -1 & 2 & -1 & -41 \\ 10 & 2 & 2 & 1 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ -10 \\ 63 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 8xy + 8xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 - 1z^2 + 12xy + 16xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 6x - 1 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & 3 \\ -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 8x + 3}{x^3 - 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 - 3i & -1 - i \\ -1 + i & 5 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (4 + 3i)z + 0 + 0i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - 4i$ и $5 + 4i$.

Вариант - 34

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -3 & 2 & 3 \\ -3 & 0 & 2 & 3 \\ -6 & -6 & 3 & 6 \\ 6 & 6 & -4 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 & -1 & -3 \\ -2 & 2 & 8 & 2 & 6 \\ -2 & 4 & 6 & 2 & 6 \\ -2 & 4 & 8 & 1 & 6 \\ -3 & 6 & 12 & 3 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -1 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 14 \\ -14 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 28 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -4 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & -1 & 6 \\ 4 & 2 & 0 & 0 & -1 & 5 \\ 5 & 3 & 0 & 0 & -2 & 9 \\ 15 & 11 & 0 & 0 & -9 & 38 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 3 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & -1 & 2 \\ -3 & -1 & 1 & -1 & 3 \\ -4 & 6 & 13 & -6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & -5 & -8 & -1 & -12 \\ -7 & 1 & 3 & 1 & -5 \\ 4 & 3 & 2 & -1 & 22 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -11 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 3z^2 + 6xy + 8xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 2y^2 - 1z^2 - 8xy + 16xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ -2 & 0 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 7x + 42 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -6 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 6 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 9x - 90}{x^3 + 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 + 3i & 6 - 4i \\ 6 + 4i & -5 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (4 + 3i)z + 31 - 5i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 2i$ и $2 - 3i$.

Вариант - 35

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & -4 & 1 \\ -3 & 6 & 14 & -3 \\ 2 & -4 & -8 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & 10 & -9 & -9 & -18 \\ 6 & 9 & -6 & -9 & -18 \\ 4 & 6 & -6 & -7 & -12 \\ -6 & -9 & 9 & 9 & 16 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 4 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -32 & 0 \\ -12 & -2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 & 3 & 1 & -14 \\ 6 & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 & 2 & 2 & -11 \\ -5 & 0 & 3 & 2 & -1 & -14 \\ -24 & 0 & -9 & 1 & -6 & 19 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 13 & 0 & 3 & 3 & 2 \\ 5 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 8 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 9 & 0 & 3 & 1 & 1 \\ 7 & 0 & 0 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -21 & 8 & 5 & 8 & -3 \\ -5 & 2 & 1 & 2 & -3 \\ -8 & 3 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 4z^2 + 10xy - 8xz - 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 - 1z^2 + 12xy - 12xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -4 & t \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 + 2x + 8}{x^4 - 16}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -5 + 3i & 2 - 2i \\ -3 + 7i & -4 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (7 - 2i)z + 20 - 4i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 - i$ и $-3 - 5i$.

Вариант - 36

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & -2 \\ 9 & 4 & 6 & -6 \\ -3 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -6 & 9 & -6 & -3 \\ 2 & -4 & 9 & -6 & -3 \\ -6 & 18 & -30 & 18 & 9 \\ 2 & -6 & 9 & -9 & -3 \\ 2 & -6 & 9 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & -2 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -24 & 0 \\ 4 & 18 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 15 & 3 & 0 & 0 & 3 & 9 \\ 10 & 2 & 0 & 0 & 2 & 6 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & -1 & 5 \\ 15 & 3 & 0 & 0 & 3 & 9 \\ 13 & 1 & 0 & 0 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & 3 \\ 12 & 3 & -1 & 0 & 2 \\ 12 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 21 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ 120 & 13 & 11 & 0 & 16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 14 & -4 & 0 & 6 & 34 \\ 7 & 1 & 3 & 3 & 23 \\ 7 & -1 & 1 & 3 & 19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \\ 36 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 4y^2 - 4z^2 + 2xy - 4xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 2y^2 + 1z^2 + 36xy - 16xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 3 & -6 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 3 & -3 & 2 \\ 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ t & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 14x + 0}{x^4 - 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 2i & 1 - 5i \\ 1 - 4i & 1 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-7 + 0i)z + 26 + 12i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 5i$ и $1 + 2i$.

Вариант - 37

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -9 & 3 & 6 \\ -4 & 21 & -6 & -12 \\ -6 & 27 & -8 & -18 \\ 6 & -27 & 9 & 20 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 2 & 6 & 1 \\ -3 & 8 & -6 & -18 & -3 \\ 3 & -9 & 4 & 18 & 3 \\ 2 & -6 & 4 & 9 & 2 \\ 3 & -9 & 6 & 18 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 3 & 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ -19 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 16 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -2 & 0 & 2 & -2 \\ 4 & 2 & 2 & 0 & 2 & 10 \\ -2 & 3 & -1 & 0 & 3 & 11 \\ -4 & 3 & -1 & 0 & 2 & 9 \\ 10 & 10 & 2 & 0 & 13 & 48 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 18 & 3 & 3 & 0 & 1 \\ 18 & 3 & 2 & 0 & 2 \\ 16 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 24 & 6 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 & 4 & 4 \\ -6 & 1 & 3 & 1 & -44 \\ -3 & 2 & 3 & 2 & -28 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -11 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 5y^2 + 0z^2 - 10xy + 10xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 2z^2 - 12xy - 12xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & -3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x - 14 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ 1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 + 8x + 42}{x^4 + 49x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 - 5i & -4 - 2i \\ -5 - 4i & 5 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (2 + 0i)z + 1 - 18i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 2i$ и $4 + 4i$.

Вариант - 38

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & -9 & -2 \\ -6 & 3 & 18 & 4 \\ -6 & 4 & 15 & 4 \\ -9 & 6 & 27 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -6 & -4 & 6 \\ 1 & 0 & -6 & -4 & 6 \\ -3 & 3 & 16 & 12 & -18 \\ 1 & -1 & -6 & -2 & 6 \\ -1 & 1 & 6 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & -3 \\ 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ -13 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 17 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ -4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & -2 & 1 & 0 & 0 & 7 \\ -12 & -5 & 1 & 0 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 13 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 41 & 10 & 7 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 & 2 & 30 \\ 0 & 3 & 1 & -1 & 27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 6xy + 8xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 + 3z^2 + 12xy - 8xz + 36yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x - 16 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 9x - 5}{x^4 - 8x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - i & -5 - 5i \\ 6 - i & 5 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (2 - 2i)z + 3 + 2i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 4i$ и $-2 - 3i$.

Вариант - 39

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -6 & 1 & 6 \\ 9 & 21 & -3 & -18 \\ -9 & -18 & 4 & 18 \\ -3 & -6 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 3 & 4 & 2 \\ -3 & 0 & 3 & 4 & 2 \\ -3 & 2 & 0 & 4 & 2 \\ 9 & -6 & -9 & -14 & -6 \\ 9 & -6 & -9 & -12 & -5 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -11 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -33 & 15 \\ -35 & 11 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -10 & -1 & 0 & 0 & 3 & 8 \\ -7 & -1 & 0 & 0 & 2 & 6 \\ -3 & 3 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 5 & 2 & 0 & 0 & -1 & -6 \\ -19 & -13 & 0 & 0 & 2 & 30 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & -1 \\ 5 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 27 & 0 & 12 & 5 & -8 \\ 15 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 3 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 - 5y^2 - 4z^2 - 2xy - 2xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 - 1z^2 + 4xy + 24xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & -3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & t \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{12x^2 + 1x - 28}{x^4 - 8x^2 + 16}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 2i & -5 + 7i \\ -2 - 5i & 1 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 + 11i)z - 37 + 37i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 + 4i$ и $-5 - 2i$.

Вариант - 40

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -9 & 3 & 2 \\ 3 & -30 & 9 & 6 \\ 1 & -9 & 0 & 2 \\ -2 & 18 & -6 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & 4 & 6 \\ -6 & -5 & -6 & -12 & -18 \\ 4 & 4 & 2 & 8 & 12 \\ -6 & -6 & -6 & -10 & -18 \\ -6 & -6 & -6 & -12 & -20 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -60 \\ 10 & -48 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ -5 & 1 & 0 & 0 & 3 & -7 \\ -8 & 3 & 0 & 0 & 2 & -7 \\ 35 & -8 & 0 & 0 & -19 & 46 \end{pmatrix}$.

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 & 3 & 0 \\ -5 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -5 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ -18 & 9 & 0 & 9 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 18 & 0 & -4 & 3 & -31 \\ -2 & 2 & 2 & 3 & 25 \\ 8 & 1 & -1 & 3 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 11 \\ 23 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 7y^2 + 7z^2 + 10xy + 6xz + 12yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 + 1y^2 + 1z^2 + 24xy + 12xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ t & -3 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 12x + 0}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 + 5i & 1 + i \\ 4 + i & -2 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (4 + 8i)z - 36 + 26i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-3 + 3i$ и $3 - 3i$.

Вариант - 41

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -2 & 2 & -9 \\ -2 & -5 & 4 & -18 \\ -1 & -2 & 3 & -9 \\ 3 & 6 & -6 & 24 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & -4 & -2 & -6 \\ -1 & 2 & 4 & 2 & 6 \\ -1 & 3 & 2 & 2 & 6 \\ 3 & -9 & -12 & -8 & -18 \\ -1 & 3 & 4 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & -3 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -13 \\ -16 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -41 & 24 \\ 29 & -18 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 & -1 & -2 & -9 \\ 8 & 2 & 0 & -2 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & 0 & 1 & 2 & 7 \\ -2 & 2 & 0 & 2 & -1 & -3 \\ 7 & 25 & 0 & -4 & -11 & -65 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 14 & -2 & 0 & 0 & 12 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -9 & -8 & -4 & 1 & 11 \\ 5 & 3 & 1 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -16 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 3z^2 - 8xy + 4xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 1z^2 - 12xy - 8xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x - 1 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 \\ -1 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 - 14x + 8}{x^3 - 64}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 + 6i & 3 + 2i \\ -2 - 4i & -5 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-6 + 4i)z + 5 - 10i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -2 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 5i$ и $-2 - 3i$.

Вариант - 42

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & -6 & -3 \\ -6 & 10 & 18 & 9 \\ -6 & 12 & 20 & 9 \\ 6 & -12 & -18 & -8 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 9 & 2 & 3 & -4 \\ -9 & -24 & -6 & -9 & 12 \\ -6 & -18 & -2 & -6 & 8 \\ 9 & 27 & 6 & 10 & -12 \\ -9 & -27 & -6 & -9 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ -3 & -2 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ -2 & 2 & -3 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 11 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & -32 \\ -3 & 15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 & 3 & 0 & 0 \\ -7 & 1 & -2 & 2 & 0 & 7 \\ -6 & 1 & -2 & 1 & 0 & 8 \\ -9 & 2 & -2 & 3 & 0 & 9 \\ 2 & 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -7 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ 7 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ -28 & 11 & -3 & 0 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 3y^2 - 3z^2 + 10xy + 0xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 8xy + 16xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ 4 & 4 & 3 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 9x + 20 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-1x^2 + 2x - 15}{x^3 + 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 5i & -5 + 2i \\ 2 - i & 6 - i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-4 - 4i)z - 5 - 4i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - i$ и $1 + 2i$.

Вариант - 43

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 & 4 \\ 9 & 10 & 18 & 12 \\ -6 & -8 & -14 & -8 \\ 3 & 4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & -2 & 2 & -4 \\ 1 & -9 & 2 & -2 & 4 \\ 3 & -18 & 4 & -6 & 12 \\ 3 & -18 & 6 & -5 & 12 \\ 3 & -18 & 6 & -6 & 14 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ -1 & 1 & -3 \\ 2 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 17 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -26 & -13 \\ -26 & 26 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & 1 & 3 & -2 & -10 \\ 12 & 0 & -2 & -2 & -2 & 6 \\ -4 & 0 & -1 & 3 & -2 & -6 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & -1 & -9 \\ 38 & 0 & -5 & -7 & -6 & 18 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 3 \\ 6 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 9 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ -8 & 0 & 0 & -5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 12 & 6 & 0 & 6 & 90 \\ 6 & 2 & 2 & 2 & 26 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 32 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 16 \\ 36 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 4y^2 - 1z^2 - 6xy + 0xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 2y^2 + 3z^2 + 8xy - 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 3 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & t \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 + 4x + 18}{x^4 - 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 3i & 1 - 3i \\ 6 - 3i & 3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-8 - 9i)z - 4 + 36i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 - 2i$ и $2 - 3i$.

Вариант - 44

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 & -3 \\ 2 & 3 & 2 & -3 \\ -2 & -6 & -4 & 3 \\ -4 & -12 & -4 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -3 & -1 & -2 & -1 \\ -3 & -6 & -1 & -2 & -1 \\ -3 & -3 & -2 & -2 & -1 \\ -3 & -3 & -1 & -3 & -1 \\ -9 & -9 & -3 & -6 & -2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ -3 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 & 24 \\ 36 & -20 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & -2 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ -5 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & -1 & 0 & 3 & 0 & -4 \\ -8 & 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -9 & -1 & 0 & 6 & 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 21 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 0 & 2 \\ 7 & 1 & 3 & 0 & -1 \\ 2 & 2 & -1 & 0 & 1 \\ 59 & 8 & 4 & 0 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 14 & 0 & -7 & -7 & 14 \\ -4 & 1 & 2 & 3 & 9 \\ 2 & 3 & -1 & 2 & 41 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 7 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $4x^2 + 7y^2 + 5z^2 + 8xy + 6xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 1y^2 + 1z^2 - 16xy + 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ t & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 - 6x - 99}{x^4 - 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 - 2i & -3 + 6i \\ 5 - 3i & 5 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 - 3i)z + 14 + 3i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + 4i$ и $-5 + 2i$.

Вариант - 45

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 \\ -6 & -3 & -4 & -6 \\ 3 & 1 & 1 & 3 \\ -6 & -2 & -4 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -6 & 4 & -9 \\ -9 & -7 & 18 & -12 & 27 \\ 6 & 4 & -15 & 8 & -18 \\ 6 & 4 & -12 & 10 & -18 \\ -6 & -4 & 12 & -8 & 21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \\ -2 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 & 14 \\ -22 & -6 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 0 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & -2 & -5 \\ -9 & 2 & -2 & 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 2 & 9 \\ -7 & 0 & -1 & 0 & 5 & 13 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & -1 & 3 & 3 & -1 \\ 15 & 1 & 3 & 2 & 1 \\ 23 & 3 & -1 & 2 & 3 \\ 17 & -1 & 2 & 3 & 3 \\ 64 & -5 & 16 & 14 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 15 & -1 & -4 & 6 & 91 \\ 6 & 2 & -1 & 3 & 46 \\ 3 & -1 & -1 & 1 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 18 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 2z^2 - 2xy - 2xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 24xy - 8xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ 2 & 4 & 3 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 7x + 18 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 2 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -4 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 + 2x + 60}{x^4 + 25x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 5i & 1 + 4i \\ 4 + 4i & -4 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (1 + 9i)z - 16 - 3i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + 3i$ и $-5 - 3i$.

Вариант - 46

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 & -4 & -6 \\ 6 & -9 & 8 & 12 \\ -9 & 18 & -10 & -18 \\ -6 & 12 & -8 & -15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -9 & -3 & -1 & 9 \\ 9 & 30 & 9 & 3 & -27 \\ -3 & -9 & -6 & -1 & 9 \\ 3 & 9 & 3 & 2 & -9 \\ 3 & 9 & 3 & 1 & -12 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 \\ 1 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -12 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -84 & -72 \\ 98 & 85 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 1 & 3 & -1 \\ -13 & 3 & 0 & 1 & -1 & 9 \\ -9 & 3 & 0 & -2 & -2 & 8 \\ 7 & -1 & 0 & -1 & 1 & -5 \\ 19 & -5 & 0 & 7 & 9 & -21 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ -6 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & -1 & 5 & 5 & 1 \\ -3 & -1 & 2 & -1 & 16 \\ -6 & -1 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -9 \\ -21 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 6xy + 0xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy - 8xz + 36yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \\ 3 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 8x - 3 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -3 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 3 & -2 & -3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{7x^2 - 44x - 33}{x^4 - 8x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 + 7i & 3 + 6i \\ -5 + 4i & 4 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-10 - 6i)z + 17 + 30i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + 2i$ и $2 - 3i$.

Вариант - 47

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 & 2 & -3 \\ -3 & 4 & 2 & -3 \\ -6 & 12 & 2 & -6 \\ -9 & 18 & 6 & -12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 & -3 \\ 4 & -9 & 8 & 2 & -6 \\ -2 & 3 & -6 & -1 & 3 \\ -4 & 6 & -8 & -1 & 6 \\ -6 & 9 & -12 & -3 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 9 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -8 & 0 & 3 & -1 & 0 & -8 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & -1 & 3 & 0 & 8 \\ 36 & 0 & -9 & 9 & 0 & 36 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 32 & 1 & 15 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 11 & -10 & -1 & 0 & -12 \\ -5 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & 2 & 3 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -7 \\ 23 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 + 5y^2 - 4z^2 - 6xy - 6xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 4xy - 24xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & -1 \\ -3 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & t \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 24x - 50}{x^4 - 50x^2 + 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 - i & -2 - 2i \\ 7 - 4i & 6 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (10 - 1i)z + 33 - 19i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 5i$ и $2 + 2i$.

Вариант - 48

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & 6 & 3 \\ 2 & -8 & -6 & -3 \\ -4 & 12 & 9 & 6 \\ -4 & 12 & 12 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 4 & -6 & -9 \\ -2 & 9 & -8 & 12 & 18 \\ -2 & 6 & -6 & 12 & 18 \\ -3 & 9 & -12 & 20 & 27 \\ 2 & -6 & 8 & -12 & -21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 3 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ -4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -42 & -27 \\ 72 & 72 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -8 & 2 & 0 & 0 & -2 & -4 \\ 4 & -2 & 0 & 0 & -2 & -8 \\ -5 & 2 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 0 & 0 & -2 & -8 \\ 11 & 0 & 0 & 0 & 11 & 33 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ 6 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 17 & 7 & 9 & 6 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -10 & 3 & -7 & -7 & 41 \\ 1 & -1 & 3 & 2 & -1 \\ 8 & -1 & 1 & 3 & -39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ 5 \\ -27 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 4xy + 0xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 2y^2 + 2z^2 + 16xy - 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 0 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 0x - 16}{x^3 - 8x^2 + 16x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 - 4i & 4 + i \\ 1 - 2i & 5 - i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 6i)z - 28 + 6i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 - 4i$ и $-2 + 2i$.

Вариант - 49

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 & 2 \\ 4 & 3 & -4 & 4 \\ -6 & -9 & 8 & -6 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & -3 & 4 & -9 \\ -3 & -3 & 3 & -4 & 9 \\ -9 & -18 & 12 & -12 & 27 \\ 9 & 18 & -9 & 10 & -27 \\ -6 & -12 & 6 & -8 & 21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \\ 2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 10 \\ 0 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -9 & -2 & 0 & 2 & 1 & -5 \\ 6 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ -12 & -2 & 0 & 2 & -2 & -2 \\ -5 & -2 & 0 & -1 & -1 & 6 \\ -27 & -2 & 0 & 11 & 1 & -32 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ 54 & 24 & -6 & 12 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -31 & -8 & 1 & -8 & -233 \\ 7 & 2 & -1 & 2 & 65 \\ 10 & 2 & 2 & 2 & 38 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 17 \\ -65 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 2xy + 0xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 8xy + 12xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 2 \\ -3 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 24 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 3 & -3 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 6 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 + 4x + 192}{x^3 - 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 + 3i & 7 + 4i \\ -5 + 4i & 5 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 + 3i)z - 10 - 15i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 - 3i$ и $-3 - i$.

Вариант - 50

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 3 & 3 & 6 \\ 6 & -5 & -6 & -12 \\ 9 & -9 & -8 & -18 \\ 9 & -9 & -9 & -15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 6 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & -12 & -8 & -4 \\ 6 & 6 & -20 & -12 & -6 \\ -6 & -6 & 18 & 10 & 6 \\ -4 & -4 & 12 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & -18 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 & -1 & 3 & 3 \\ 5 & 3 & 0 & 2 & 2 & 4 \\ 14 & 3 & 0 & -1 & -2 & -14 \\ 3 & 3 & 0 & 3 & 3 & 9 \\ 23 & 11 & 0 & 2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$.

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 9 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 9 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 8 & 3 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -6 & -2 & 0 & 0 & -34 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -23 \\ 5 & 3 & 1 & -1 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 \\ 2 \\ -12 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 6xy + 6xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 - 2z^2 - 16xy + 24xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 2x - 14 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -1 \\ -5 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 26x - 56}{x^3 + 64}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 2i & -1 - 3i \\ 2 + 6i & 3 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 - 2i)z - 20 + 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 4i$ и $-1 + 4i$.

Вариант - 51

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & -6 & -3 \\ 1 & 8 & -6 & -3 \\ -3 & -18 & 16 & 9 \\ 3 & 18 & -18 & -12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 6 & -6 & 3 \\ -2 & 6 & -6 & 6 & -3 \\ 6 & -9 & 21 & -18 & 9 \\ -2 & 3 & -6 & 4 & -3 \\ -2 & 3 & -6 & 6 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & -2 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 24 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 10 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 6 \\ 7 & 2 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ -4 & 1 & 0 & 0 & -2 & -9 \\ 5 & -2 & 0 & 0 & 3 & 15 \\ 38 & -2 & 0 & 0 & 14 & 48 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 3 \\ 6 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 10 & 1 & 6 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -22 & -8 & 0 & -10 & 274 \\ 9 & 3 & -1 & 3 & -107 \\ -5 & -1 & 3 & 1 & 47 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 12 \\ -24 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 5z^2 - 2xy + 4xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 + 1z^2 - 12xy + 4xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & t \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 + 11x + 50}{x^4 - 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 5i & 6 + 4i \\ 5 - 3i & -1 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (8 + 4i)z + 20 + 22i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 + 2i$ и $-1 - 5i$.

Вариант - 52

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -6 & 2 & 6 \\ -2 & -9 & 4 & 12 \\ -2 & -12 & 3 & 12 \\ 2 & 12 & -4 & -14 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & -4 & 6 & 4 \\ 2 & -10 & -8 & 12 & 8 \\ 1 & -4 & -6 & 6 & 4 \\ 2 & -8 & -8 & 15 & 8 \\ 1 & -4 & -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 1 \\ 3 & -3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -13 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ -28 & -4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ -4 & 0 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ -5 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & -3 \\ -16 & 0 & 0 & 6 & 5 & 17 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 7 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 28 & 11 & 0 & 0 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -18 & 6 & 4 & 8 & -6 \\ -6 & 3 & 1 & 2 & -3 \\ -4 & 1 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6xy + 8xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 1y^2 + 1z^2 + 36xy - 4xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ t & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{7x^2 + 0x - 81}{x^4 - 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 - 5i & 3 + 5i \\ -3 + 5i & -5 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 + 3i)z + 23 + 27i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + 2i$ и $5 + 4i$.

Вариант - 53

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & 2 & 2 \\ -2 & -10 & 4 & 4 \\ 2 & 8 & -5 & -4 \\ 3 & 12 & -6 & -8 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 6 & -3 & 6 \\ -1 & 2 & -6 & 3 & -6 \\ -2 & 6 & -15 & 6 & -12 \\ 3 & -9 & 18 & -6 & 18 \\ 2 & -6 & 12 & -6 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 2 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 10 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ -2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & -42 \\ 6 & -15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -10 & 0 & -2 & -2 & 0 & -2 \\ -8 & 0 & -1 & -2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 6 \\ 13 & 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 29 & 0 & 13 & 1 & 0 & 25 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -5 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 20 & 10 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 6 & 6 & 12 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 7z^2 + 10xy + 6xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 16xy + 12xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ -2 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 6x + 29 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 + 9x + 12}{x^4 + 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 - 4i & 2 - i \\ -4 + 6i & -5 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (0 + 8i)z - 19 + 4i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 - 2i$ и $5 + 4i$.

Вариант - 54

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 1 & 6 & -2 \\ 2 & -1 & -12 & 4 \\ 3 & -3 & -15 & 6 \\ 3 & -3 & -18 & 8 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 & -3 & -9 \\ 1 & 0 & -2 & -3 & -9 \\ 1 & 2 & 0 & -3 & -9 \\ -1 & -2 & 2 & 0 & 9 \\ 2 & 4 & -4 & -6 & -15 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & -3 \\ -1 & 3 & 4 \\ 0 & -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & 15 \\ -93 & 81 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 1 & 0 & 0 & 9 \\ -6 & -1 & 3 & 0 & 0 & 7 \\ 8 & 2 & -2 & 0 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -2 & 0 & 0 & -4 \\ 9 & -1 & -12 & 0 & 0 & -38 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 17 & 0 & 3 & 2 & 2 \\ 9 & 0 & -1 & 3 & 3 \\ 6 & 0 & -1 & 3 & 2 \\ 40 & 0 & 2 & 7 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 39 & 4 & -10 & -5 & -14 \\ -11 & -1 & 3 & 1 & 9 \\ -6 & -1 & 1 & 2 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -11 \\ 35 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 10xy + 4xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 2y^2 + 2z^2 - 8xy - 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 1x - 36 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 6 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ -2 & -2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 - 4x + 5}{x^4 - 3x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 5i & -5 - i \\ 7 - 5i & 1 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (10 + 2i)z + 40 + 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 + 3i$ и $3 + 5i$.

Вариант - 55

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 6 \\ 2 & 7 & 6 & 12 \\ -2 & -6 & -7 & -12 \\ -3 & -9 & -9 & -16 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & -6 & -2 \\ -1 & -2 & -3 & 6 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & -6 & -2 \\ -2 & -2 & -6 & 15 & 4 \\ 1 & 1 & 3 & -6 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 & -15 \\ -46 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 & 1 & 0 & -6 \\ 13 & 2 & 0 & 3 & 0 & -15 \\ -10 & -2 & 0 & -2 & 0 & 12 \\ 7 & 2 & 0 & 1 & 0 & -9 \\ 6 & 0 & 0 & 2 & 0 & -6 \end{pmatrix}$.

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 13 & 0 & 3 & 2 & 3 \\ -8 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 13 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 18 & 0 & 7 & 20 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -5 & -3 & -5 & -2 & -26 \\ 4 & 2 & 2 & 1 & 27 \\ 7 & 3 & 1 & 1 & 55 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 9 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 6z^2 + 10xy + 8xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 1y^2 + 1z^2 - 8xy + 4xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & -4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & t \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 + 28x - 84}{x^4 - 18x^2 + 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 - 5i & -3 - 5i \\ 2 + 6i & -5 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 + 2i)z + 5 - 31i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 + 4i$ и $2 - i$.

Вариант - 56

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & 3 & 3 \\ -3 & 0 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & -9 & -6 \\ 6 & 2 & -6 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 9 & 2 & -1 & -3 \\ -9 & -24 & -6 & 3 & 9 \\ -3 & -9 & -1 & 1 & 3 \\ 3 & 9 & 2 & -2 & -3 \\ 6 & 18 & 4 & -2 & -7 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -3 & 4 & 4 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ -3 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -27 \\ 2 & -12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 & 1 & 3 & 2 & -13 \\ 10 & 0 & 1 & 3 & -1 & -10 \\ 9 & 0 & 2 & 2 & 1 & -11 \\ -11 & 0 & -2 & -2 & 1 & 9 \\ 62 & 0 & 12 & 16 & 6 & -78 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 15 & 0 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 & 3 & -1 \\ 12 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 87 & 0 & 8 & 10 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 & -5 & -21 \\ -1 & 2 & 2 & 3 & 7 \\ -3 & -1 & -1 & 2 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 5y^2 + 0z^2 + 6xy - 8xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 1y^2 + 2z^2 + 16xy - 4xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ t & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 - 19x + 27}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 - 3i & 5 + 6i \\ 2 + 6i & 2 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 + 9i)z - 14 + 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 3i$ и $1 - i$.

Вариант - 57

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -3 & -1 \\ -4 & 1 & -6 & -2 \\ -2 & 1 & -2 & -1 \\ -6 & 3 & -9 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & -2 & 1 & -3 \\ -6 & -4 & 3 & -2 & 6 \\ 6 & 4 & -4 & 1 & -6 \\ -9 & -6 & 6 & -3 & 8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 12 \\ 11 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 12 \\ 12 & -4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -5 & 1 & 0 & 0 & -1 & 2 \\ -10 & 2 & 0 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & -2 & 0 & 0 & -1 & 5 \\ -9 & 3 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 18 & 3 & 1 & 2 & 2 \\ 20 & 2 & 3 & 3 & -1 \\ 5 & 1 & -1 & 1 & 3 \\ 17 & 1 & 3 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & -4 & 3 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & -5 & -3 & 23 \\ -1 & 1 & 3 & 2 & -11 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 10xy + 4xz - 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 + 3z^2 + 8xy - 4xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 4 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 8x + 30 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 6 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 - 11x + 102}{x^3 - 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 + 2i & 3 - 5i \\ 6 - 4i & 7 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (9 + 2i)z + 13 + 9i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 2i$ и $-2 - 2i$.

Вариант - 58

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 9 & -2 \\ -2 & 1 & -18 & 4 \\ 3 & -3 & 30 & -6 \\ 3 & -3 & 27 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & 3 & -6 & 4 \\ -3 & 4 & -3 & 6 & -4 \\ -3 & 3 & -6 & 6 & -4 \\ -6 & 6 & -6 & 9 & -8 \\ 9 & -9 & 9 & -18 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 0 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 6 & -33 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -8 & -1 & 0 & 2 & -1 & -4 \\ 9 & 3 & 0 & 3 & 1 & -4 \\ 4 & 1 & 0 & 2 & 1 & -4 \\ 42 & 3 & 0 & 0 & 11 & -8 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 2 & 3 & 0 & -1 \\ 6 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ 5 & 3 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 37 & 7 & 9 & 0 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 22 & 3 & -3 & 11 & 93 \\ -8 & 3 & 3 & -1 & 45 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 61 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 \\ -5 \\ 67 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 8xy + 6xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 2y^2 + 1z^2 + 24xy - 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & -1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 2x - 14 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 6 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 20x - 24}{x^3 + 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 - i & 4 + i \\ 7 + 4i & 2 - i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-6 + 5i)z - 1 - 13i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 3i$ и $-2 - 3i$.

Вариант - 59

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 & -1 & 6 \\ 4 & -6 & 2 & -12 \\ 6 & -12 & 4 & -18 \\ 4 & -8 & 2 & -15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & 6 & -2 \\ 6 & 6 & -3 & 18 & -6 \\ 6 & 9 & -2 & 18 & -6 \\ 6 & 9 & -3 & 21 & -6 \\ -6 & -9 & 3 & -18 & 7 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 4 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 4 & -2 & -3 \\ -1 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 16 \\ -11 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -7 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 2 & 0 & -3 \\ -7 & 2 & 2 & 3 & 0 & -2 \\ -2 & -1 & 2 & 2 & 0 & 5 \\ -3 & -2 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ 28 & 3 & -14 & -8 & 0 & -11 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 3 & 3 & -1 & 0 \\ 10 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0 \\ 30 & 5 & 11 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 & 3 & 45 \\ -3 & 2 & 2 & -1 & -31 \\ 3 & 1 & 1 & 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 3y^2 - 1z^2 - 8xy + 4xz - 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 1y^2 - 2z^2 + 8xy + 4xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 1 \\ -3 & 4 & 4 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & t \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{10x^2 + 2x + 0}{x^4 - 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 - 4i & -5 - i \\ -4 + 7i & -1 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (4 + 1i)z + 5 + 5i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 + i$ и $-5 - 2i$.

Вариант - 60

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & -3 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -2 \\ -3 & 18 & -12 & -6 \\ -1 & 6 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 9 & 6 & 1 \\ 2 & 3 & -9 & -6 & -1 \\ 4 & 4 & -21 & -12 & -2 \\ 2 & 2 & -9 & -9 & -1 \\ -4 & -4 & 18 & 12 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ -10 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 & -12 \\ 12 & -6 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 & 1 & 0 & -4 \\ 5 & -1 & 1 & 2 & 0 & -6 \\ 7 & -2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & -2 & 1 & 0 & -2 \\ -5 & -9 & 7 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 3 & 0 \\ -5 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -5 & -1 & -20 \\ 6 & 3 & 2 & 2 & 66 \\ 8 & 2 & -1 & 3 & 112 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 20 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 7z^2 + 4xy + 10xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 4xy + 8xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ -6 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -3 \\ -2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ t & 5 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{14x^2 - 46x - 360}{x^4 - 36x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 5i & 3 + 4i \\ -1 + 2i & 5 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-2 + 1i)z + 9 - 15i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 4i$ и $1 + 3i$.

Вариант - 61

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -2 & -4 & 9 \\ 6 & 6 & 8 & -18 \\ 6 & 4 & 10 & -18 \\ -9 & -6 & -12 & 24 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & 3 & -6 & -9 \\ 6 & -12 & -9 & 18 & 27 \\ -4 & 6 & 9 & -12 & -18 \\ 6 & -9 & -9 & 21 & 27 \\ 6 & -9 & -9 & 18 & 24 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -1 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 15 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & -49 \\ 20 & 14 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 3 & 0 & -1 & -6 \\ -4 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -2 & 9 \\ -4 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -22 & 0 & -8 & 0 & -2 & 30 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 17 & -2 & 0 & 15 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -8 & 0 & 4 & 0 & -8 \\ 3 & 2 & 1 & -1 & -7 \\ -1 & 2 & 3 & -1 & -11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 5y^2 - 4z^2 + 2xy + 2xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 1y^2 + 2z^2 + 16xy - 8xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 7x + 12 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 1 & -6 \\ 1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -5 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 5x - 12}{x^4 + 36x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 5i & -1 + 3i \\ 4 + i & 5 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 2i)z + 3 - 3i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 4i$ и $5 - 2i$.

Вариант - 62

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 9 & -2 \\ 2 & -6 & -18 & 4 \\ 3 & -6 & -30 & 6 \\ 1 & -2 & -9 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 & -2 & -3 & 9 \\ -3 & 4 & -2 & -3 & 9 \\ -9 & 18 & -4 & -9 & 27 \\ 3 & -6 & 2 & 6 & -9 \\ -6 & 12 & -4 & -6 & 21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 16 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 38 & -8 \\ 42 & -2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & -2 & 3 & 0 & -7 \\ -8 & 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ -7 & 0 & 3 & 2 & 0 & 4 \\ 8 & 0 & -8 & 0 & 0 & -16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 11 & 0 & 2 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 6 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 5 & 0 & 2 & 2 & -1 \\ 61 & 0 & 13 & 7 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -11 & -1 & 1 & -2 & -94 \\ 0 & 1 & 3 & 1 & -22 \\ 11 & 2 & 2 & 3 & 72 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -1 \\ -21 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $5x^2 + 5y^2 + 7z^2 + 4xy + 10xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 + 1z^2 + 4xy + 16xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 28 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -4 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -4 \\ -8 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 - 4x - 24}{x^4 - 5x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 - 4i & -3 - 4i \\ -3 - i & 3 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (3 - 9i)z - 30 - 10i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 5i$ и $-1 - 3i$.

Вариант - 63

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & -6 & 2 \\ 3 & 8 & -6 & 2 \\ -9 & -18 & 20 & -6 \\ 3 & 6 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 9 & 4 & 2 \\ -2 & 4 & -9 & -4 & -2 \\ 4 & -6 & 15 & 8 & 4 \\ -4 & 6 & -18 & -6 & -4 \\ 2 & -3 & 9 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 4 \\ -1 & -3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ -19 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 28 \\ 1 & -11 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & -2 & 2 & -12 \\ 7 & 0 & 0 & 2 & 1 & 3 \\ 8 & 0 & 0 & 3 & -1 & 12 \\ -25 & 0 & 0 & -4 & -13 & 27 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ -13 & 0 & 15 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -6 & 3 & 6 & 0 & 96 \\ 8 & 2 & -1 & 2 & 20 \\ 6 & 3 & 1 & 2 & 52 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ 19 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 3y^2 - 5z^2 - 4xy + 8xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 2y^2 - 1z^2 - 8xy + 16xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & t \\ 8 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{11x^2 + 7x - 168}{x^4 - 32x^2 + 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 6i & 1 + 2i \\ 7 + 6i & -4 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (2 + 6i)z - 8 + 8i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 - 2i$ и $-4 + 3i$.

Вариант - 64

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & -6 & 9 \\ 6 & 3 & 12 & -18 \\ -3 & -1 & -8 & 9 \\ -6 & -2 & -12 & 21 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 3 & 9 & 9 \\ -6 & -15 & -6 & -18 & -18 \\ -9 & -18 & -12 & -27 & -27 \\ -9 & -18 & -9 & -30 & -27 \\ -9 & -18 & -9 & -27 & -24 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & -3 & 4 \\ -1 & 4 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 16 & 21 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -6 & 0 & -1 & 3 & 0 & 4 \\ 8 & 0 & 3 & 1 & 0 & 8 \\ 11 & 0 & 3 & -2 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 2 & 1 & 0 & 6 \\ -4 & 0 & -4 & -8 & 0 & -24 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 8 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 10 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 52 & 16 & 10 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & 1 & 4 & -1 & -77 \\ 18 & 2 & -1 & 3 & 98 \\ 6 & 3 & 3 & 2 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 33 \\ -23 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 5y^2 - 2z^2 + 8xy - 4xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 2y^2 - 2z^2 + 4xy + 8xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ t & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{4x^2 - 57x + 180}{x^3 - 12x^2 + 36x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 + 7i & -3 + i \\ 3 - i & 5 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (14 - 3i)z + 59 - 21i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 - 4i$ и $-4 + 5i$.

Вариант - 65

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 & -6 \\ -2 & -8 & -2 & 6 \\ 4 & 12 & 6 & -12 \\ -2 & -6 & -2 & 9 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -9 & 3 & -3 \\ -2 & 5 & 18 & -6 & 6 \\ -3 & 6 & 24 & -9 & 9 \\ 1 & -2 & -9 & 2 & -3 \\ 3 & -6 & -27 & 9 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 46 & 28 \\ -33 & -14 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 15 & 3 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 6 & -1 & 0 & 0 & 3 & 10 \\ 6 & -1 & 0 & 0 & 3 & 10 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & -1 & -5 \\ 48 & 11 & 0 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 3 & 0 \\ 10 & 7 & 6 & 9 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & -4 & 4 & 0 & 48 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & -13 \\ -6 & -1 & 3 & 1 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -3 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 4xy + 4xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 1y^2 + 2z^2 + 24xy - 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 5x + 3 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -2 \\ 2 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 5 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-2x^2 + 22x + 15}{x^3 - 125}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -5 + 7i & -3 + 5i \\ -3 + 4i & -3 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 + 5i)z - 6 - 6i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - 3i$ и $2 - 5i$.

Вариант - 66

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & 2 \\ -1 & 4 & 2 & 2 \\ -3 & 6 & 7 & 6 \\ -3 & 6 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -6 & -3 & 6 & 2 \\ 4 & 15 & 6 & -12 & -4 \\ -6 & -18 & -12 & 18 & 6 \\ 4 & 12 & 6 & -10 & -4 \\ -2 & -6 & -3 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -3 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -14 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & -20 \\ 21 & -15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 & -1 & -2 & -2 \\ 9 & 0 & 0 & -1 & 2 & 6 \\ 12 & 0 & 0 & -2 & 2 & 8 \\ -21 & 0 & 0 & -4 & -11 & -14 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 13 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & -1 & 3 \\ 10 & -1 & 1 & 3 & 3 \\ 20 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 81 & 4 & 11 & 15 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & -1 & -1 & -5 & 2 \\ 8 & 1 & 1 & 3 & 6 \\ 6 & 1 & 1 & 2 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 14 \\ -22 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 3z^2 + 0xy + 4xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 3z^2 - 4xy - 8xz + 36yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & 3 \\ -3 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 7x + 22 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 4 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 11x - 14}{x^3 + 8}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 + i & 3 + 4i \\ -4 - 4i & 3 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (9 - 4i)z + 23 - 9i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 3i$ и $2 - 4i$.

Вариант - 67

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -6 & 9 & -3 \\ 6 & 9 & -18 & 6 \\ 9 & 18 & -24 & 9 \\ -9 & -18 & 27 & -10 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 & -2 & 2 & -6 \\ 6 & -10 & 6 & -6 & 18 \\ -4 & 8 & -3 & 4 & -12 \\ 6 & -12 & 6 & -5 & 18 \\ -6 & 12 & -6 & 6 & -15 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -3 \\ 1 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -14 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 57 & -9 \\ -48 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -8 & 0 & 3 & 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -8 & 0 & 2 & 0 & 2 & -8 \\ -12 & 0 & 3 & 0 & 3 & -12 \\ 36 & 0 & -9 & 0 & -9 & 36 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 11 & 0 & 2 & -1 & 3 \\ 5 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 9 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ 23 & 0 & 8 & 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & -1 & 6 & 0 & -29 \\ 10 & 2 & 3 & 3 & 10 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & -13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 8xy + 8xz - 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 - 2z^2 - 24xy + 36xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 \\ 1 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ 3 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & t \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{12x^2 + 3x + 32}{x^4 - 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 + 6i & 6 + 6i \\ 6 + 7i & 6 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (7 + 11i)z - 30 + 35i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 + 3i$ и $-3 + 2i$.

Вариант - 68

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ -3 & -2 & -6 & -6 \\ -3 & -3 & -8 & -6 \\ 3 & 3 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 & 6 & 3 & 3 \\ 9 & -20 & -18 & -9 & -9 \\ 9 & -18 & -16 & -9 & -9 \\ 6 & -12 & -12 & -3 & -6 \\ 6 & -12 & -12 & -6 & -7 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -3 \\ 3 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & -3 \\ -3 & -1 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 23 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -21 \\ -8 & 34 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 & 0 & 2 & -8 \\ -2 & 2 & -1 & 0 & 2 & 1 \\ 6 & -1 & 3 & 0 & -1 & -8 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 14 & 3 & 7 & 0 & 3 & -24 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 11 & 1 & 2 & 2 & 2 \\ 8 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 3 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 8 & 12 & 56 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 14 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \\ 28 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 - 1y^2 + 3z^2 + 4xy + 10xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 + 2z^2 - 24xy + 36xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 4 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ t & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 - 3x - 80}{x^4 - 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 7i & 6 + 6i \\ 3 + 4i & 5 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-8 + 7i)z + 6 - 28i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-5 - i$ и $3 + 3i$.

Вариант - 69

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & -2 & -3 \\ 9 & -30 & 6 & 9 \\ 9 & -27 & 4 & 9 \\ 3 & -9 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 & 3 & -1 & 2 \\ -4 & 10 & 6 & -2 & 4 \\ 4 & -8 & -3 & 2 & -4 \\ 4 & -8 & -6 & 3 & -4 \\ -4 & 8 & 6 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 \\ -21 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 & 12 \\ 3 & -15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & -1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 24 & 0 & -6 & 6 & 0 & 18 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & -5 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 4xy - 2xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 2y^2 + 1z^2 - 16xy + 24xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 2 & -1 & -3 \\ -3 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 1x + 24 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ -6 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 4 \\ 1 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 0 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 3x - 8}{x^4 + 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 - i & -4 + 7i \\ 5 - i & 5 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-2 + 2i)z + 1 - 2i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - 2i$ и $-2 + 3i$.

Вариант - 70

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 3 & -2 & 2 \\ 6 & -5 & 4 & -4 \\ -6 & 6 & -2 & 4 \\ 9 & -9 & 6 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 6 & 6 & 3 \\ -3 & -21 & -18 & -18 & -9 \\ 2 & 12 & 10 & 12 & 6 \\ 2 & 12 & 12 & 14 & 6 \\ -2 & -12 & -12 & -12 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -31 \\ -7 & 19 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -11 & -1 & 2 & 0 & -2 & 11 \\ -5 & 2 & -1 & 0 & -2 & -1 \\ -8 & -1 & 2 & 0 & -1 & 9 \\ -4 & 1 & -1 & 0 & -2 & 0 \\ 16 & 8 & -9 & 0 & -1 & -33 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 12 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 15 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 57 & 10 & 9 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -9 & 3 & 2 & 0 & -17 \\ 5 & -1 & -1 & 1 & 13 \\ -4 & 2 & 1 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 0y^2 + 1z^2 - 6xy + 8xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 2y^2 - 2z^2 + 12xy - 8xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -2 & -3 & 0 \\ 4 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 3x - 6 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & 2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & -3 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 - 11x + 10}{x^4 - 3x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 4i & -3 - 4i \\ 4 + 3i & -5 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 - 3i)z + 4 - 8i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -2 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 4i$ и $3 - 5i$.

Вариант - 71

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & -3 & 1 \\ -2 & -3 & -6 & 2 \\ -3 & -3 & -12 & 3 \\ -1 & -1 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -4 & -2 & -2 & 1 \\ -1 & -6 & -2 & -2 & 1 \\ -1 & -4 & 0 & -2 & 1 \\ -2 & -8 & -4 & -6 & 2 \\ -2 & -8 & -4 & -4 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -3 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 11 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 & 16 \\ -3 & 14 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 0 & -1 & 2 \\ -6 & -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 0 & 3 & 7 \\ -6 & -2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ -29 & -7 & -3 & 0 & 4 & -9 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 34 & 9 & 4 & 6 & 137 \\ 13 & 3 & 1 & 3 & 50 \\ 7 & 2 & 1 & 1 & 29 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 21 \\ 54 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $2x^2 + 6y^2 + 5z^2 + 4xy + 6xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 + 1z^2 + 4xy + 24xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & t \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 + 11x - 205}{x^4 - 50x^2 + 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 4i & 2 + i \\ -5 - 3i & 5 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (5 + 2i)z + 3 - 5i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 - 2i$ и $-2 - i$.

Вариант - 72

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & -6 & -6 & -8 \\ -6 & 12 & 6 & 12 \\ -6 & 12 & 9 & 14 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & 9 & 2 & 2 \\ -9 & -2 & 27 & 6 & 6 \\ -3 & -1 & 12 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & -9 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & -9 & -2 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ -2 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 20 \\ -10 & -6 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 6 \\ -9 & 0 & -2 & 0 & 1 & -3 \\ -15 & 0 & -2 & 0 & 3 & 3 \\ 12 & 0 & 3 & 0 & -1 & 6 \\ 27 & 0 & 5 & 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 10 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 10 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 30 & 4 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -13 & 3 & 2 & -2 & -22 \\ -13 & 2 & 3 & -1 & -23 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -19 \\ -20 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 - 4y^2 - 3z^2 - 2xy + 0xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 2y^2 - 2z^2 - 8xy - 24xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 4 & 3 \\ 0 & -2 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ t & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 - 31x + 75}{x^3 - 10x^2 + 25x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 2i & 7 - 3i \\ 6 - 3i & -4 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (8 + 4i)z + 28 - 14i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 3i$ и $-2 + i$.

Вариант - 73

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -9 & -4 \\ -2 & 0 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 12 & 4 \\ -6 & -3 & 27 & 14 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 9 & 3 & -6 & 9 \\ -6 & 30 & 9 & -18 & 27 \\ 2 & -9 & -6 & 6 & -9 \\ 6 & -27 & -9 & 16 & -27 \\ -2 & 9 & 3 & -6 & 6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -15 \\ -17 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 64 & -69 \\ 21 & -7 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ -7 & 0 & -1 & 0 & 2 & -6 \\ 1 & 0 & -2 & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ -6 & 0 & -6 & 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 9 & -3 & 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 12 & 4 & 0 & 0 & 76 \\ -2 & -1 & 2 & 1 & -10 \\ 10 & 3 & 2 & 1 & 66 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ -8 \\ 24 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 4xy + 8xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 2y^2 + 3z^2 + 24xy - 16xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 8x + 15 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & 3 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ 3 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 + 2x + 3}{x^3 - 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 4i & 2 - 2i \\ 2 + i & 5 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-3 - 2i)z + 15 + 15i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -3 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + 2i$ и $1 - 4i$.

Вариант - 74

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 2 & 2 \\ 4 & -5 & 4 & 4 \\ 4 & -6 & 6 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & -2 & 9 & -9 \\ 2 & -7 & 4 & -18 & 18 \\ 1 & -3 & 0 & -9 & 9 \\ 1 & -3 & 2 & -6 & 9 \\ 2 & -6 & 4 & -18 & 15 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -10 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -12 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -7 & 0 & 3 & 0 & 2 & 5 \\ -8 & 0 & 3 & 0 & 1 & 7 \\ -7 & 0 & 3 & 0 & 2 & 5 \\ -11 & 0 & 3 & 0 & -2 & 13 \\ 69 & 0 & -27 & 0 & -12 & -57 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -12 & 0 & 7 & 5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 20 & 0 & -8 & -4 & 4 \\ -9 & 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 16 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 0xy - 4xz - 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 24xy + 12xz + 36yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 18 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 6 \\ -9 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 15x - 27}{x^3 + 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 6i & 5 - 5i \\ -1 - i & 4 + 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 0i)z - 11 + 27i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 + i$ и $1 - 4i$.

Вариант - 75

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -6 & -2 & -2 \\ 2 & -9 & -4 & -4 \\ -3 & 18 & 8 & 6 \\ -2 & 12 & 4 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 4 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & -2 \\ 2 & -8 & 3 & -8 & -4 \\ 3 & -12 & 3 & -14 & -6 \\ 1 & -4 & 1 & -4 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 0 & 4 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -19 \\ 13 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 & -36 \\ 24 & 30 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 & 0 & -1 \\ -7 & -2 & -1 & 1 & 0 & 3 \\ 9 & 2 & 2 & -1 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 3 & -1 & 0 & 3 \\ 8 & 0 & 1 & -6 & 0 & 11 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & 0 & 3 \\ -3 & 2 & -1 & 0 & -1 \\ -13 & 3 & -5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 5 & 1 & 4 & 146 \\ 4 & 1 & 1 & 2 & 36 \\ 5 & 3 & 1 & 3 & 91 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 12 \\ 32 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $3x^2 + 7y^2 + 7z^2 + 8xy + 8xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 8xy + 16xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & -3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 4 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -2 & t \\ -12 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 + 8x + 12}{x^4 - 16}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 7i & 7 - 5i \\ 7 + 6i & -3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (3 + 4i)z - 13 - 1i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 5. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 2i$ и $-3 - 5i$.

Вариант - 76

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 & 9 \\ 6 & 5 & -6 & 18 \\ 3 & 2 & 0 & 9 \\ 6 & 4 & -6 & 21 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -9 & 1 & -2 \\ 9 & -4 & -27 & 3 & -6 \\ 6 & -2 & -15 & 2 & -4 \\ -6 & 2 & 18 & -3 & 4 \\ 9 & -3 & -27 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & -2 & -3 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -8 \\ -3 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -9 \\ 33 & -18 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ 8 & 0 & 0 & 1 & 3 & 5 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 2 & 4 \\ -7 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 \\ -4 & 0 & 0 & -2 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 & -1 & 0 \\ 6 & 2 & -1 & 3 & 0 \\ 5 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 15 & 3 & 3 & 3 & 0 \\ 7 & 5 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & 4 & -2 & 112 \\ -2 & -1 & 2 & -1 & 56 \\ -2 & -1 & 2 & -1 & 56 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 3y^2 - 5z^2 + 2xy - 6xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 1y^2 + 1z^2 + 24xy + 8xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ t & 3 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{10x^2 - 45x - 294}{x^4 - 49x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 + 3i & 6 - 2i \\ 3 - 4i & -3 + 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (4 + 2i)z + 18 - 4i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 5. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 2i$ и $1 - i$.

Вариант - 77

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 & 2 \\ -1 & -3 & -6 & -2 \\ 2 & 4 & 9 & 4 \\ -3 & -6 & -18 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -6 & -3 & -6 \\ -6 & 2 & -12 & -6 & -12 \\ 6 & -4 & 10 & 6 & 12 \\ 9 & -6 & 18 & 8 & 18 \\ -9 & 6 & -18 & -9 & -21 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -2 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -2 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 1 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -36 & -12 \\ 30 & 12 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 0 & -2 & 3 & 3 \\ -5 & -1 & 0 & 2 & -2 & -5 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & -2 & -14 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & 2 & 2 \\ 9 & 5 & 0 & 0 & 3 & -12 \end{pmatrix}$.

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 2 & 3 & 0 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 11 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 10 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 16 & 2 & 8 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & -22 \\ -1 & -1 & 2 & 1 & -11 \\ 2 & 1 & 3 & 1 & -33 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 + 3y^2 + 0z^2 + 6xy + 4xz - 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 - 2z^2 + 8xy - 8xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ -1 & -3 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 2x - 11 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ -4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 4 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 20 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 4x - 12}{x^4 + 9x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -1 + 5i & -4 - 2i \\ 6 - i & -5 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (10 - 7i)z + 12 - 36i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 - 4i$ и $-4 + 5i$.

Вариант - 78

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 4 \\ -9 & -8 & -3 & -12 \\ -9 & -6 & -2 & -12 \\ 3 & 2 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & -3 & 6 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 6 & 3 & 2 \\ 3 & 9 & -21 & -9 & -6 \\ 3 & 9 & -18 & -12 & -6 \\ 3 & 9 & -18 & -9 & -8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \\ 4 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -6 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & 14 \\ -15 & 39 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 12 & -2 & 3 & 1 & 0 & 12 \\ -4 & 3 & 2 & -1 & 0 & -4 \\ 18 & -24 & -18 & 3 & 0 & 18 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 6 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 2 & 1 & -5 \\ -1 & 2 & 2 & 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 7y^2 + 5z^2 + 8xy + 4xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 - 2z^2 + 12xy - 12xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -3 & 2 \\ -3 & 4 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 5x + 4 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -2 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -3 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & 3 \\ -9 & -3 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-3x^2 + 18x - 22}{x^4 - 7x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 - 3i & 1 - 3i \\ -3 - 5i & -4 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (12 + 0i)z + 51 + 8i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 3i$ и $-5 - i$.

Вариант - 79

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 & -6 \\ -3 & 10 & -6 & 18 \\ -2 & 8 & -3 & 12 \\ -1 & 4 & -2 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -1 & 2 & -3 \\ -2 & 3 & -2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & -4 & 2 & -6 & 6 \\ -1 & 2 & -1 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -3 & -2 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 11 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -6 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -4 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & -1 & 3 & 0 & 2 \\ -6 & 0 & 3 & 3 & 0 & 6 \\ -6 & 0 & 7 & 15 & 0 & 22 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 8 & 0 & 3 & 3 & -1 \\ 4 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 6 & 0 & 2 & 1 & 2 \\ 7 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 24 & 0 & 9 & 8 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -17 & -9 & -1 & -5 & -325 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 87 \\ 11 & 3 & -1 & 3 & 151 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 \\ 16 \\ -60 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 3y^2 + 0z^2 + 4xy + 0xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 1y^2 + 3z^2 - 24xy + 8xz + 36yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \\ 0 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \\ 4 & -2 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -1 & t \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 15x - 145}{x^4 - 50x^2 + 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 + 7i & 6 - 2i \\ 3 - 4i & -4 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-5 + 3i)z + 34 - 13i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-1 + 4i$ и $5 - i$.

Вариант - 80

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -3 & -1 \\ -6 & 12 & 9 & 3 \\ -4 & 6 & 7 & 2 \\ -6 & 9 & 9 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -2 & 3 & -6 \\ -3 & -4 & 2 & -3 & 6 \\ -9 & -9 & 4 & -9 & 18 \\ 9 & 9 & -6 & 12 & -18 \\ -9 & -9 & 6 & -9 & 16 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -3 \\ -3 & 3 & 2 \\ -3 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & -3 & -2 \\ 4 & -3 & -2 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -12 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 & -14 \\ -20 & 46 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 15 & 2 & 0 & 3 & 0 & 12 \\ 6 & -1 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 9 & 2 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 15 & 3 & 0 & 2 & 0 & 13 \\ 27 & -2 & 0 & 11 & 0 & 16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 3 & 0 & 1 \\ 8 & 0 & -5 & 0 & 13 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -6 & -4 & -5 & -3 & -10 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 8 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 10xy + 8xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 1y^2 - 2z^2 + 4xy + 8xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & -3 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 2 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ t & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 - 47x + 100}{x^3 - 10x^2 + 25x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 - 5i & -1 - 2i \\ -1 + 7i & 5 - 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (6 + 2i)z + 43 - 6i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - i$ и $5 + 3i$.

Вариант - 81

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 6 & -4 & -2 \\ 6 & -14 & 8 & 4 \\ -3 & 6 & -2 & -2 \\ 9 & -18 & 12 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -9 & 6 & -1 & 6 \\ 2 & -6 & 6 & -1 & 6 \\ 6 & -27 & 21 & -3 & 18 \\ 4 & -18 & 12 & -1 & 12 \\ 2 & -9 & 6 & -1 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & -3 \\ 4 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \\ 4 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -1 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -29 & 21 \\ 31 & 17 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 & -2 & 0 & 8 \\ -5 & 1 & -1 & 3 & 0 & -12 \\ 2 & 2 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 4 \\ -11 & -5 & -3 & 11 & 0 & -34 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 3 & 0 & 2 & -1 \\ 6 & -1 & 0 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & 6 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 26 & 4 & 4 & 6 & 126 \\ -5 & -1 & -1 & -1 & -25 \\ 11 & 1 & 1 & 3 & 51 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ -8 \\ 44 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 4y^2 - 3z^2 - 4xy + 2xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 1y^2 + 1z^2 - 16xy - 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 4 \\ -3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 4x + 23 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -1 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{-5x^2 + 7x - 30}{x^3 - 27}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 + 6i & 5 + 3i \\ 7 - 5i & -5 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 3i)z - 2 + 3i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 2i$ и $4 - 5i$.

Вариант - 82

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -1 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & 6 & -6 \\ -4 & -2 & -3 & 6 \\ -4 & -2 & -6 & 7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -3 & -3 & 2 & -1 \\ -6 & -6 & -9 & 6 & -3 \\ -2 & -3 & 0 & 2 & -1 \\ -6 & -9 & -9 & 8 & -3 \\ -4 & -6 & -6 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ -1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & -34 \\ -32 & -32 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -10 & 1 & -2 & 0 & 3 & -3 \\ 8 & -2 & 3 & 0 & 3 & 21 \\ -4 & 2 & -1 & 0 & -1 & -11 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & -1 & -8 \\ -34 & -2 & -11 & 0 & 3 & -21 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -5 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 12 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ 10 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 7 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 44 & 10 & 0 & 8 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -27 & -3 & 3 & -3 & -69 \\ -12 & -1 & 2 & -1 & -22 \\ 15 & 2 & -1 & 2 & 47 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ -14 \\ -36 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 5y^2 + 6z^2 + 10xy + 10xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 2y^2 + 1z^2 + 24xy - 24xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 8x + 42 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & -6 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ -1 & -1 & -3 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 + 10x + 50}{x^3 + 125}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 + 2i & -3 + 4i \\ 1 + 2i & -1 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (1 + 0i)z - 16 - 18i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 - 4i$ и $3 - i$.

Вариант - 83

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -3 & -6 & 6 \\ 9 & -12 & -18 & 18 \\ -3 & 3 & 8 & -6 \\ 9 & -9 & -18 & 20 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 1 & -9 & 6 & -4 \\ 3 & -2 & 9 & -6 & 4 \\ 3 & -1 & 6 & -6 & 4 \\ 9 & -3 & 27 & -15 & 12 \\ 6 & -2 & 18 & -12 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 9 \\ 19 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 3 \\ 24 & -6 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -16 & 1 & 3 & 3 & 1 & -8 \\ 0 & 3 & -1 & 1 & 1 & 6 \\ -14 & -1 & -1 & 3 & 3 & -6 \\ 7 & 1 & 2 & -2 & -2 & 2 \\ 39 & -9 & -8 & -8 & -4 & 10 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 1 & 3 \\ 6 & 2 & 0 & -1 & 3 \\ 10 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 11 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 63 & 8 & 0 & 9 & 12 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 21 & -8 & -8 & 5 & 15 \\ -5 & 2 & 2 & -1 & -3 \\ 3 & -1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ 26 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 3z^2 - 4xy + 0xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 - 1y^2 + 2z^2 + 16xy - 12xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 0 \\ -3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & t \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{11x^2 + 8x + 25}{x^4 - 625}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 + 7i & -2 - 3i \\ -5 + 2i & 1 - 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-4 + 1i)z + 7 + 19i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 + 4i$ и $-4 - 4i$.

Вариант - 84

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 1 & -6 & -2 \\ -2 & 2 & -6 & -2 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ -6 & 3 & -18 & -8 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 & 2 & 3 \\ -2 & 9 & 4 & -4 & -6 \\ -1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 2 & -6 & -4 & 2 & 6 \\ 1 & -3 & -2 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 16 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 6 & 24 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 & 0 & 1 & 9 \\ 4 & -2 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & -2 & -3 \\ 5 & -1 & 0 & 0 & 3 & 6 \\ -5 & 9 & 0 & 0 & -7 & 6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -5 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -40 & 0 & 19 & 21 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 5 & 2 & -34 \\ 5 & 1 & -1 & 2 & 44 \\ 2 & 1 & 2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ -6 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 0xy + 0xz + 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 2y^2 + 3z^2 - 12xy + 24xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 3 & -1 & -1 \\ 1 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & -2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ t & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 - 13x - 108}{x^4 - 36x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 + 7i & 5 + 4i \\ 2 + 2i & -1 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (0 - 9i)z - 24 - 2i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -4 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $3 - i$ и $4 + 2i$.

Вариант - 85

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & 3 & 3 \\ -3 & 16 & 9 & 9 \\ -2 & 12 & 5 & 6 \\ -3 & 18 & 9 & 12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ -4 & 3 & 2 & 4 & 4 \\ -6 & 6 & 4 & 6 & 6 \\ 2 & -2 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -2 & -1 & -2 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 11 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 18 & -8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 & 3 & 0 & -5 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 & 2 & 0 & -5 \\ -3 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 21 & -17 & 1 & 19 & 0 & -22 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 3 & 0 \\ -5 & 0 & -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -24 & -6 & -2 & -5 & -96 \\ 7 & 1 & 1 & 2 & 19 \\ 3 & 3 & -1 & -1 & 39 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \\ -39 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 6xy + 10xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 1y^2 + 2z^2 + 8xy + 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 4 & 4 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 55 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} -5 & 6 \\ 5 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ -2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -3 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{0x^2 + 10x + 4}{x^4 + 4x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 + 3i & 5 + 7i \\ 6 + 3i & 3 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (1 - 8i)z - 35 - 13i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 5. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 + 4i$ и $5 - 3i$.

Вариант - 86

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -6 & 2 \\ 9 & -4 & 18 & -6 \\ 9 & -6 & 21 & -6 \\ 9 & -6 & 18 & -7 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & -3 & -6 \\ 4 & -3 & -4 & -6 & -12 \\ -2 & 3 & 4 & 3 & 6 \\ -2 & 3 & 2 & 6 & 6 \\ 2 & -3 & -2 & -3 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \\ 2 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 1 & 4 & 4 \\ -3 & 4 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -20 \\ -36 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 27 & -36 \\ 12 & 2 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 & -2 & 0 & 6 \\ 9 & -2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -6 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 2 & 0 & -5 \\ -6 & 5 & 0 & 3 & 0 & -11 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 8 & 0 & 3 & -1 & 2 \\ 11 & 0 & 3 & 1 & -1 \\ 26 & 0 & 10 & -4 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -3 & 0 & 45 \\ 8 & 3 & 2 & 1 & 25 \\ 8 & 2 & -1 & 1 & 70 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 17 \\ -5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 2y^2 - 4z^2 - 4xy - 4xz - 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 1y^2 - 1z^2 + 16xy + 8xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 1x + 9 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 5 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -3 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 17x - 7}{x^4 - 8x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 5i & 4 + 7i \\ 1 + 7i & 7 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 4i)z - 2 + 4i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-2 + 5i$ и $1 - 2i$.

Вариант - 87

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -6 & -3 & -2 \\ 9 & 16 & 9 & 6 \\ 9 & 18 & 12 & 6 \\ -9 & -18 & -9 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 6 & -6 & -6 & 2 \\ -4 & -14 & 12 & 12 & -4 \\ 6 & 18 & -20 & -18 & 6 \\ 2 & 6 & -6 & -4 & 2 \\ 2 & 6 & -6 & -6 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19 & -32 \\ 17 & -24 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 9 & 0 & -2 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & -5 \\ -9 & 0 & 1 & 0 & -2 & -4 \\ -15 & 0 & 3 & 0 & -2 & 0 \\ 24 & 0 & 1 & 0 & 9 & 29 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 6 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ 16 & 3 & 2 & 2 & 3 \\ 18 & 1 & 1 & 3 & 3 \\ 88 & 10 & 0 & 15 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -8 & -4 & -2 & 0 & -26 \\ 4 & 3 & 3 & 1 & 17 \\ 4 & 1 & -1 & -1 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 9 \\ -14 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 - 2y^2 - 4z^2 - 2xy + 2xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 + 2y^2 - 1z^2 - 12xy + 24xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -3 \\ -2 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & t \\ -10 & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 21x - 56}{x^4 - 32x^2 + 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 2i & 3 - i \\ -2 - 2i & 2 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 6i)z - 20 - 30i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + i$ и $-2 - 5i$.

Вариант - 88

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & -3 & 6 \\ -9 & -4 & -9 & 18 \\ -3 & -1 & 0 & 6 \\ 3 & 1 & 3 & -4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -6 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & -3 & -2 \\ -6 & -18 & -8 & 9 & 6 \\ -4 & -12 & -4 & 5 & 4 \\ 4 & 12 & 4 & -6 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -3 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -42 & 6 \\ -52 & 10 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & -2 & 2 & -12 \\ 5 & 0 & 0 & -1 & 2 & -9 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & 1 & -2 & 9 \\ -29 & 0 & 0 & 9 & -10 & 57 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 3 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ -5 & -1 & 2 & 3 & -1 \\ 5 & 2 & 0 & -2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -11 & -1 & 5 & 0 & -11 \\ 4 & 2 & 2 & 3 & -5 \\ -1 & 1 & 3 & 2 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 6 \\ -27 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $6x^2 + 7y^2 + 4z^2 + 6xy + 8xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 36xy + 12xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 \\ -3 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -6 & 5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -3 \\ 3 & -3 & 3 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ t & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 - 44x + 45}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -5 + 4i & 7 + 4i \\ 6 - 5i & 6 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-2 + 7i)z - 15 + 21i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 - i$ и $1 + 5i$.

Вариант - 89

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & 2 & -2 \\ -6 & 16 & 6 & -6 \\ 6 & -18 & -5 & 6 \\ 4 & -12 & -4 & 3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & -9 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & -18 & 4 & 4 \\ 2 & -2 & -15 & 4 & 4 \\ 3 & -3 & -27 & 4 & 6 \\ -3 & 3 & 27 & -6 & -4 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & -2 \\ -2 & -1 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 & -18 \\ 12 & 52 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & -1 & 0 & -2 \\ 6 & -2 & 3 & 1 & 0 & -8 \\ 15 & 2 & 1 & 2 & 0 & 6 \\ 3 & 2 & 1 & -2 & 0 & -2 \\ -36 & -11 & -3 & 2 & 0 & -12 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ -1 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 3 \\ 18 & 0 & 0 & 12 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 11 & -4 & -4 & 1 & -16 \\ -7 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -1 & 1 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 5z^2 + 0xy + 2xz + 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 - 2z^2 + 12xy + 36xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -3 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 7x + 7 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -1 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -3 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -2 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 + 16x + 120}{x^3 - 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 7 - 2i & 7 + 7i \\ 7 - 5i & 3 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (1 - 3i)z + 4 + 1i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 4i$ и $5 + 2i$.

Вариант - 90

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 1 \\ 6 & 2 & 6 & 2 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 3 & -1 & -2 & -1 \\ -3 & -4 & 1 & 2 & 1 \\ 6 & 6 & -3 & -4 & -2 \\ -3 & -3 & 1 & 1 & 1 \\ -3 & -3 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ -1 & 4 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 \\ -19 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -22 & 8 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & -2 & -1 & 0 & -7 \\ -1 & 0 & 3 & -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -5 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ -6 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ -6 & -1 & 0 & 0 & 3 \\ -15 & -2 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 & -2 & 15 \\ -6 & 3 & 1 & 2 & -12 \\ -5 & 1 & 2 & 2 & -9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 6y^2 + 6z^2 + 10xy + 8xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 3z^2 - 8xy - 8xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & -3 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 7x - 6 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} p & 6 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -3 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 4x - 4}{x^3 + 8}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 - 5i & -3 - 2i \\ 1 - 4i & 6 - 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-9 + 10i)z - 4 - 46i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 4. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 + i$ и $-1 - 5i$.

Вариант - 91

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & -6 & 3 \\ 6 & -20 & 18 & -9 \\ 2 & -6 & 9 & -3 \\ 6 & -18 & 18 & -12 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & -2 & 2 & 6 & -2 \\ 6 & 5 & -6 & -18 & 6 \\ 6 & 6 & -5 & -18 & 6 \\ 6 & 6 & -6 & -15 & 6 \\ 4 & 4 & -4 & -12 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -3 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -19 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -24 \\ 0 & -16 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 & 2 & -1 & -3 \\ 10 & 0 & -2 & 3 & 1 & -13 \\ -7 & 0 & -1 & -2 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & -1 & -5 \\ 30 & 0 & -6 & 5 & -1 & -19 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 3 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 7 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ -2 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 9 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 2 & 10 \\ -2 & -1 & 3 & 3 & -10 \\ 4 & 2 & -1 & -1 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-3x^2 + 5y^2 - 1z^2 + 0xy - 2xz + 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 2y^2 - 2z^2 - 24xy + 16xz - 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 4 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ -5 & -3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & t \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{3x^2 - 22x + 45}{x^4 - 81}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - 3i & 7 + 5i \\ 3 - i & -3 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-6 + 0i)z + 14 - 12i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 + 4i$ и $-3 - 4i$.

Вариант - 92

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 6 & -2 & -2 \\ -4 & 10 & -4 & -4 \\ -6 & 18 & -8 & -6 \\ 2 & -6 & 2 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & -3 & 6 & -9 & -1 \\ 3 & 6 & -6 & 9 & 1 \\ -9 & -9 & 15 & -27 & -3 \\ -3 & -3 & 6 & -12 & -1 \\ -6 & -6 & 12 & -18 & -3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 4 & 2 & 1 \\ 4 & -3 & -3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 & 0 \\ -2 & -2 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 12 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 33 & 15 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 & 0 & 2 & 12 \\ 10 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 2 & 6 \\ 5 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & -1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -6 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 8 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 12 & 2 & -6 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -24 & 0 & 6 & -6 & -144 \\ 3 & 3 & 1 & 3 & 11 \\ -5 & 3 & 3 & 1 & -37 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 12 \\ -48 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 + 5y^2 + 4z^2 - 4xy + 8xz - 10yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 1y^2 - 2z^2 - 16xy + 12xz - 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \\ -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ t & 4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{12x^2 - 9x - 36}{x^4 - 4x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 + 5i & -2 - 3i \\ 5 - 5i & -3 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (3 - 7i)z - 14 - 18i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -2 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 + 5i$ и $2 + i$.

Вариант - 93

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & -9 & 2 \\ -3 & -8 & 9 & -2 \\ 6 & 12 & -15 & 4 \\ -3 & -6 & 9 & -1 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 & 3 & -6 \\ 6 & 10 & 3 & 9 & -18 \\ 2 & 4 & 0 & 3 & -6 \\ -6 & -12 & -3 & -12 & 18 \\ 4 & 8 & 2 & 6 & -14 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 13 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -22 & 18 \\ 36 & -27 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 13 & 3 & 2 & 0 & 0 & 11 \\ 5 & 1 & 1 & 0 & 0 & 4 \\ 7 & 3 & -1 & 0 & 0 & 8 \\ 5 & 3 & -2 & 0 & 0 & 7 \\ -33 & -17 & 9 & 0 & 0 & -42 \end{pmatrix}$.

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 3 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ -5 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ -11 & 0 & 10 & 9 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 10 & 5 & -1 & -1 & 25 \\ -2 & -1 & 2 & 2 & -5 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 15 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 4y^2 + 7z^2 + 6xy + 4xz + 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 + 3y^2 + 2z^2 + 8xy + 36xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 10x + 44 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -4 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -3 \\ -3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -3 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{8x^2 + 2x + 16}{x^4 + 16x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -4 + 3i & 4 + 5i \\ -4 + i & -2 - 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-1 + 9i)z - 32 - 8i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 + 2i$ и $2 - 2i$.

Вариант - 94

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -2 & -3 \\ -3 & 2 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & 3 & 3 \\ -3 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 9 & -4 & 6 & 4 \\ 4 & 21 & -8 & 12 & 8 \\ 4 & 18 & -6 & 12 & 8 \\ -2 & -9 & 4 & -3 & -4 \\ 2 & 9 & -4 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15 & -13 \\ -6 & -5 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 0 & 3 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 2 & 7 \\ 8 & -1 & 0 & 3 & -1 & -6 \\ -13 & -2 & 0 & 0 & 9 & 16 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 5 & 1 & 0 & 0 & 3 \\ 2 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ -12 & 2 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -12 & -4 & 5 & 1 & -92 \\ 8 & 3 & -1 & 1 & 56 \\ 4 & 2 & 3 & 3 & 20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 20 \\ -32 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 4y^2 + 3z^2 - 10xy - 6xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-1x^2 - 1y^2 + 1z^2 - 12xy - 4xz + 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 + 2x + 37 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & 6 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & -2 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -3 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{5x^2 - 20x + 13}{x^4 - 6x^3}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 - 2i & 3 + 2i \\ 1 + 3i & -4 + 3i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-2 - 5i)z - 15 + 25i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 0. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 - 2i$ и $-2 + 3i$.

Вариант - 95

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 9 & 3 & -4 \\ -3 & -24 & -9 & 12 \\ -2 & -18 & -9 & 8 \\ 1 & 9 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 2 & 6 \\ 2 & 9 & 6 & 4 & 12 \\ 3 & 9 & 8 & 6 & 18 \\ 3 & 9 & 9 & 7 & 18 \\ 2 & 6 & 6 & 4 & 10 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 4 & -3 & -3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -18 \\ 17 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 & -2 \\ -50 & 4 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ -13 & -2 & 0 & 0 & 3 & -15 \\ -13 & -2 & 0 & 0 & 3 & -15 \\ 9 & 3 & 0 & 0 & -1 & 12 \\ 5 & -11 & 0 & 0 & -9 & -6 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ -3 & 3 & 1 & -1 & 0 \\ -3 & 3 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 2 & 3 & -1 & 0 \\ -11 & 7 & 7 & -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 22 & 3 & 5 & 6 & 98 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & -40 \\ 11 & 2 & 1 & 2 & 69 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 \\ -1 \\ 35 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-2x^2 - 4y^2 - 5z^2 + 0xy + 4xz - 6yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 + 3y^2 - 1z^2 - 8xy + 24xz - 12yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 4 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 5 & -5 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 4 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} -3 & t \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{9x^2 - 6x - 112}{x^4 - 32x^2 + 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 + 5i & 2 + 5i \\ 4 - 4i & -3 + 5i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (8 - 7i)z - 5 - 31i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 7. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $4 + 2i$ и $-3 + 3i$.

Вариант - 96

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -2 & 2 & 6 & -6 \\ -4 & 6 & 12 & -12 \\ -2 & 2 & 9 & -6 \\ 6 & -6 & -18 & 15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 9 & -3 & 6 & -9 \\ -3 & -30 & 9 & -18 & 27 \\ 3 & 27 & -8 & 18 & -27 \\ 2 & 18 & -6 & 14 & -18 \\ 1 & 9 & -3 & 6 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -1 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -48 & -12 \\ -68 & -22 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 & 2 & 2 \\ 4 & 0 & 0 & 1 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & 2 & 6 \\ -3 & 0 & 0 & -2 & 3 & 2 \\ 7 & 0 & 0 & 1 & 4 & 10 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -5 & 2 & 3 & 0 & 0 \\ -12 & 10 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 6 & 4 & 0 & 2 & 88 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 37 \\ 3 & 3 & -1 & 2 & 81 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 4 \\ 22 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-1x^2 + 2y^2 + 4z^2 - 2xy - 8xz - 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 2y^2 + 2z^2 + 12xy - 8xz + 24yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -3 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 2 & 36 \\ t & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{1x^2 + 6x - 27}{x^3 - 6x^2 + 9x}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 6 + 7i & 6 + 6i \\ -3 + 5i & -3 + 4i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (7 - 3i)z + 22 - 14i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 2. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $1 - 4i$ и $5 + i$.

Вариант - 97

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 4 & 9 & 4 \\ -9 & 14 & 27 & 12 \\ -3 & 4 & 12 & 4 \\ 3 & -4 & -9 & -6 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 9 & -2 & 3 \\ 3 & -8 & 27 & -6 & 9 \\ -3 & 6 & -24 & 6 & -9 \\ -1 & 2 & -9 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & -9 & 2 & -6 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & -1 & 3 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 54 & 86 \\ 15 & 24 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 & 2 & -2 & 7 \\ -5 & 0 & -1 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -1 & 2 & -6 \\ -5 & 0 & 1 & 3 & -2 & 9 \\ 10 & 0 & 7 & 0 & -2 & 9 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 & 3 & -1 \\ 20 & 4 & 0 & 7 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 5 & 2 & 1 & -9 \\ 5 & 3 & -1 & 2 & 17 \\ 2 & 2 & 3 & -1 & -26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 12 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 - 5y^2 - 5z^2 - 4xy + 4xz - 2yz$.

11. Привести квадратичную форму $2x^2 + 1y^2 + 1z^2 + 8xy + 8xz + 4yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 0x - 38 = 0$ является характеристическим для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -2 & p \end{pmatrix}$?

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -2 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -12 & t \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 24x + 108}{x^3 - 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 5 - i & 4 - 2i \\ 4 - 4i & 3 + 2i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (3 + 0i)z + 4 - 6i = 0$, если действительная часть одного из корней равна 3. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 + 4i$ и $3 - 4i$.

Вариант - 98

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & -6 & 1 & -2 \\ 2 & -6 & 3 & -4 \\ 2 & -6 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & -6 & -6 & -1 \\ -1 & -6 & 6 & 6 & 1 \\ 1 & 4 & -4 & -6 & -1 \\ -2 & -8 & 12 & 14 & 2 \\ -2 & -8 & 12 & 12 & 3 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 23 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 12 \\ 2 & 16 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 11 & -2 & -2 & 0 & 1 & -7 \\ -4 & -2 & 3 & 0 & 1 & -2 \\ -11 & 2 & 2 & 0 & -1 & 7 \\ 8 & -1 & -2 & 0 & 1 & -5 \\ -80 & 5 & 23 & 0 & -4 & 37 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 15 & 3 & 0 & 3 & 2 \\ 10 & 2 & 0 & 1 & 2 \\ 10 & 1 & 0 & 3 & 1 \\ 31 & 9 & 0 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 9 & -8 & -3 & -5 & 131 \\ -5 & 3 & 2 & 2 & -44 \\ -6 & 1 & 3 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ -6 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $7x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 6xy + 6xz + 4yz$.

11. Привести квадратичную форму $1x^2 - 1y^2 - 1z^2 + 4xy - 4xz - 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. При каком значении параметра p уравнение $x^2 - 3x + 14 = 0$ является характеристическим для линейного оператора $A = \begin{pmatrix} p & 6 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$?

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \\ -3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} t & -4 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{2x^2 + 22x - 24}{x^3 + 216}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -3 + 2i & -2 + 5i \\ 1 + 6i & 7 + 6i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (11 - 1i)z + 28 - 4i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна -1 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $2 - i$ и $1 + i$.

Вариант - 99

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 6 & 3 \\ -3 & -10 & -18 & -9 \\ -3 & -9 & -20 & -9 \\ 1 & 3 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -3 & 9 & -9 & 1 & -3 \\ -9 & 24 & -27 & 3 & -9 \\ 6 & -18 & 21 & -2 & 6 \\ -3 & 9 & -9 & 2 & -3 \\ -9 & 27 & -27 & 3 & -8 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 2 & 2 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -4 \\ -4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -56 & -1 \\ -64 & 10 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -9 & 0 & 1 & -2 & -2 & -5 \\ 8 & 0 & -1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & -4 \\ -9 & 0 & -4 & -11 & -5 & 13 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 12 & 3 & 0 & 0 & 3 \\ 8 & 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & -1 \\ 59 & 26 & 0 & 0 & 11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 2 & -5 & 5 & -2 & 37 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & -10 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-5x^2 - 5y^2 - 4z^2 + 4xy - 6xz + 0yz$.

11. Привести квадратичную форму $-2x^2 - 2y^2 + 2z^2 - 16xy - 24xz + 16yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить сумму корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$ для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить сумму всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -3 & 3 & -3 \\ 4 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & t \\ 9 & -4 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{6x^2 + 2x + 32}{x^4 - 256}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 + 3i & -3 - 4i \\ -2 + 5i & 3 + i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (-7 - 2i)z + 10 + 4i = 0$, если действительная часть одного из корней равна -5 . В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $-4 - 3i$ и $4 - 5i$.

Вариант - 100

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} -1 & 6 & -3 & -6 \\ 2 & -14 & 6 & 12 \\ -1 & 6 & -2 & -6 \\ -3 & 18 & -9 & -15 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & -6 & -6 & 6 \\ 6 & 14 & -12 & -12 & 12 \\ 6 & 12 & -10 & -12 & 12 \\ -3 & -6 & 6 & 3 & -6 \\ -6 & -12 & 12 & 12 & -9 \end{vmatrix}$$

3. Вычислить определитель произведения AB матриц $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 3 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Вычислить обратную матрицу, проверить выполнение условия $A \cdot A^{-1} = E$, найти сумму всех элементов обратной матрицы и величину, обратную ее определителю.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & -2 \\ -3 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Решить систему уравнений по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы и методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 4 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -28 \\ -14 \end{pmatrix}.$$

6. Решить матричное уравнение и записать элементы матрицы X по строкам

$$\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & -5 \\ -6 & -25 \end{pmatrix}.$$

7. Вычислить ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & -1 & -3 \\ 5 & 0 & 0 & 1 & -2 & -5 \\ 4 & 0 & 0 & 2 & -2 & -6 \\ 11 & 0 & 0 & 4 & -5 & -14 \end{pmatrix}.$$

8. Найти фундаментальную систему решений и общее решение однородной системы уравнений

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 15 & 0 & 4 & 11 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

9. Найти общее решение системы уравнений

$$\begin{pmatrix} -4 & -2 & 5 & 9 & -76 \\ 0 & 2 & -1 & -1 & 20 \\ -2 & 2 & 1 & 3 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ 14 \end{pmatrix}.$$

10. Используя критерий Сильвестра, исследовать на знакоопределенность квадратичную форму $-4x^2 + 0y^2 + 2z^2 + 8xy + 2xz - 8yz$.

11. Привести квадратичную форму $3x^2 - 2y^2 + 1z^2 + 36xy - 8xz + 8yz$ к каноническому виду методом Лагранжа.

12. Найти матрицу линейного оператора в базисе $\{\vec{e}'_1; \vec{e}'_2; \vec{e}'_3\}$, где $\vec{e}'_1 = \vec{e}_1 - \vec{e}_2 + \vec{e}_3$, $\vec{e}'_2 = -\vec{e}_1 + \vec{e}_2 - 2\vec{e}_3$, $\vec{e}'_3 = -\vec{e}_1 + 2\vec{e}_2 + \vec{e}_3$, если она задана в базисе $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2; \vec{e}_3\}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(в ответ записать элементы главной диагонали новой матрицы).

13. Определить произведение корней характеристического уравнения $x^2 + px + q = 0$

для линейного операторов $A = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

14. Вычислить произведение всех собственных чисел матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & -3 \end{pmatrix}$

15. При каком значении параметра t произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$

и $B = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ t & -2 \end{pmatrix}$ перестановочно?

16. Вычислить коэффициенты в числителях при разложении рациональной дроби $\frac{14x^2 - 14x - 44}{x^4 - 4x^2}$ на простейшие.

17. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 + 7i & 1 + 2i \\ 1 + 4i & 4 + 7i \end{vmatrix}$.

18. Решить квадратное уравнение $z^2 - (2 + 0i)z - 2 - 4i = 0$, если мнимая часть одного из корней равна 1. В ответе указать корень с наименьшим модулем.

19. Найти коэффициенты многочлена наименьшей степени, у которого известны два корня $5 - 5i$ и $-4 + 5i$.

Библиографический список

1. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике /М:Высшая школа, 1994.–175с.
2. Мироненко, Е.С. Высшая математика /М:Высшая школа,1998.–110с.

Ермолаев Юрий Данилович

Типовой расчет
по линейной алгебре

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Объем 13 п.л.

Электронный формат – pdf

Издательство Липецкого государственного технического университета.

398600 Липецк, ул. Московская, 30.

Информационный портал

Г О У В П О Л Г Т У

<http://www.stu.lipetsk.ru>