

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение
высшего профессионального образования
"Липецкий государственный технический
университет"

Ю.Д.Ермолаев

Типовой расчет

по векторной алгебре

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Липецк 2014

УДК 514 (075)

Е741

ГРНТИ 27.21

Типовой расчет по векторной алгебре

[электронный ресурс]:сетевое обновляемое электрон. учеб. пособие/
Ю.Д.Ермолаев.-Электрон.дан.(0.6 Мб).-Липецк:ЛГТУ, 2014.-105 с.-
Режим доступа:<http://www.stu.lipetsk.ru/education/chair/kaf-vm/mu/>
Систем. требования: Intel Pentium (или аналогичный процессор других производителей), 512 Мб оперативной памяти, Adobe Reader 7.0 (или аналогичный продукт для чтения файлов формата pdf).

Типовой расчет предназначен для студентов направлений 010800.62, 220100.62, 230100.62, 232000.62 и других, изучающих высшую математику по программе технического вуза. Представлены 100 вариантов типового расчета по векторной алгебре. В типовом расчете 11 заданий, в которых отражены основные темы векторной алгебры, изучаемые в техническом вузе.

©Липецкий государственный
технический университет, 2014
©Ермолаев Юрий Данилович, 2014

СОДЕРЖАНИЕ ТИПОВОГО РАСЧЕТА

1. Линейные комбинации и произведения векторов
2. Ортогональность и компланарность векторов
3. Координаты вектора
4. Задачи на плоский треугольник
5. Задачи с тетраэдром
6. Базис
7. Разложение векторов
8. Скалярное произведение и свойства векторов
9. Собственные векторы
10. Свойства четырехугольника
11. Расположение точек на плоскости

Оглавление

В а р и а н т 1.	5
В а р и а н т 11.	15
В а р и а н т 21.	25
В а р и а н т 31.	35
В а р и а н т 41.	45
В а р и а н т 51.	55
В а р и а н т 61.	65
В а р и а н т 71.	75
В а р и а н т 81.	85
В а р и а н т 91.	95

Вариант - 1

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{2; -2; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 4; -4\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{-4; -3; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 2; -1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 4; 4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 629$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -1; 3)$, $B(-2; 3; -2)$, $C(-2; 3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -3; 1)$, $B(1; 1; -2)$, $C(3; -2; -2)$, $D(3; -1; -2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; 3; 5\}$, $\vec{b} = \{-3; 2; 3\}$, $\vec{c} = \{-3; 0; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; 9; 36\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -2; -5\}$, $\vec{b} = \{-1; 1; -3\}$ и $\vec{c} = \{1; -2; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -20$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -7$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 3\vec{v})(3\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, -2)$, $B(-5, 2)$, $C(-1, 1)$ и $D(p, -4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, -2, -5)$, $B(4, 0, -4)$, $C(0, 0, -5)$ и $D(p, -5, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 2

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-2; 1; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-4; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{-3; -4; -2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 5; -1\}$ и $\vec{b} = \{0; 2; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 790$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; 1)$, $B(-3; -3; 3)$, $C(-1; -1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; -1; 2)$, $B(1; -3; -3)$, $C(1; 3; 0)$, $D(-2; 2; 1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{5; -1; -2\}$, $\vec{c} = \{-1; 4; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-28; 0; 15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{3; 0; -4\}$ и $\vec{c} = \{1; 3; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 21$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -12$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 1\vec{v})(4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 8 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-1, -3)$, $B(-2, 0)$, $C(1, -1)$ и $D(2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, -1, -1)$, $B(-3, -5, 2)$, $C(-2, 4, -5)$ и $D(-2, p, 5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 3

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; -2\}$ $\vec{c} = \{1; 1; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 1; 3\}$ и $\vec{b} = \{0; 5; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 198$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 3; 1)$, $B(0; -3; -1)$, $C(-1; -3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 2; 0)$, $B(3; 1; 1)$, $C(1; -1; -2)$, $D(1; 2; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{0; 0; 2\}$, $\vec{c} = \{5; 1; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-26; 0; -6\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 3; 5\}$, $\vec{b} = \{3; -3; 0\}$ и $\vec{c} = \{-5; 4; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 14$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 6$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 1\vec{v})(-1\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(4, -5)$, $B(1, -1)$, $C(9, 0)$ и $D(20, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 3, 0)$, $B(2, 1, 3)$, $C(2, -1, 1)$ и $D(-4, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 4

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-2; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{3; -4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; 0; -5\}$ и $\vec{b} = \{2; 2; 4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 200$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -1; -1)$, $B(-1; -2; -1)$, $C(-3; 1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -3; -3)$, $B(3; 1; 1)$, $C(2; -2; 3)$, $D(3; -1; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; 5; -1\}$, $\vec{b} = \{-4; -3; -3\}$, $\vec{c} = \{0; -3; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; 18; 18\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; 3; -4\}$, $\vec{b} = \{5; 0; -5\}$ и $\vec{c} = \{1; -2; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 5$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} - 2\vec{v})(3\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = 1\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.1$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(4, -5)$, $B(3, -1)$, $C(7, 0)$ и $D(12, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, 0, 1)$, $B(5, -4, -3)$, $C(-2, 0, 0)$ и $D(p, 3, 3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 5

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-3; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; -1; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; -2; -5\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{2; 5; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3; -2\}$ и $\vec{b} = \{-1; 1; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 77$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 1; -2)$, $B(2; 3; -3)$, $C(-1; -2; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -3; 3)$, $B(-3; 3; -3)$, $C(-2; 1; 3)$, $D(-2; 2; 3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{1; -1; -3\}$, $\vec{c} = \{-1; -2; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-6; -1; 24\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 5; 2\}$, $\vec{b} = \{5; -5; 3\}$ и $\vec{c} = \{3; 0; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -6$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 32$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 21$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 2\vec{v})(-3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(0, -4)$, $B(-1, 0)$, $C(3, 1)$ и $D(p, -2)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, -3, -1)$, $B(-1, 5, 1)$, $C(-5, -5, -1)$ и $D(1, p, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 6

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; -3; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; -3; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{-4; 2; 5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -2; -4\}$ и $\vec{b} = \{-2; -3; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 390$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -3; 1)$, $B(-2; 2; 2)$, $C(-2; -2; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -2; 0)$, $B(3; -2; 2)$, $C(3; 1; -3)$, $D(2; 3; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; -1\}$, $\vec{b} = \{4; 5; 2\}$, $\vec{c} = \{-4; -1; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-19; -26; -7\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -1; -5\}$, $\vec{b} = \{-5; -2; -4\}$ и $\vec{c} = \{-5; -1; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 14$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -26$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -26$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(4, -1)$, $B(2, 1)$, $C(6, 1)$ и $D(p, -4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(2, 1, 5)$, $B(4, 5, 0)$, $C(3, -2, 3)$ и $D(-1, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 7

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{2; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{3; 1; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{0; -4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; -1; -1\}$ и $\vec{b} = \{1; -5; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 146$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -1; 3)$, $B(3; -3; -1)$, $C(-2; 2; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -3; 0)$, $B(-1; 1; -3)$, $C(-1; 2; -2)$, $D(-2; 3; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{0; 4; -3\}$, $\vec{c} = \{2; -2; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-10; -6; -32\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{3; 3; 2\}$ и $\vec{c} = \{4; 4; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -20$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -36$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 4\vec{v})(-4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - \vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.1$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, 1)$, $B(-4, 5)$, $C(-1, 3)$ и $D(2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 5, -2)$, $B(-2, -2, -3)$, $C(-3, 1, -4)$ и $D(p, -2, -4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 8

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-3; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -3; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{2; 0; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 0; -1\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 149$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 3; 3)$, $B(-2; -1; -2)$, $C(-3; -2; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -3; 2)$, $B(1; 3; -2)$, $C(-2; 2; 2)$, $D(-1; -2; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -4; -5\}$, $\vec{b} = \{-5; 3; 2\}$, $\vec{c} = \{-2; 5; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-22; -6; -19\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -5; -4\}$, $\vec{b} = \{5; 3; -1\}$ и $\vec{c} = \{-5; 3; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -11$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-4, 4)$, $B(-7, 8)$, $C(0, 9)$ и $D(10, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 4, 1)$, $B(0, -3, 2)$, $C(2, 4, 2)$ и $D(-3, p, 3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 9

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; 2; -3\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{1; 3; -2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{0; -3; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 217$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 2; 3)$, $B(2; -2; -2)$, $C(2; 3; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -1; 1)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-2; -3; 2)$, $D(-3; 3; -2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -4; -2\}$, $\vec{b} = \{5; -2; -4\}$, $\vec{c} = \{0; -1; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-28; 9; 42\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{1; 3; -3\}$, $\vec{b} = \{0; -2; -3\}$ и $\vec{c} = \{-4; 1; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -8$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 13$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -24$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 3\vec{v})(-1\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, -3)$, $B(-3, 1)$, $C(1, 2)$ и $D(6, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, -3, 5)$, $B(4, 2, 3)$, $C(-5, -3, 3)$ и $D(1, 4, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 10

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{2; 3; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{1; -2; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 3; 3\}$ и $\vec{b} = \{5; 5; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1058$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 3; -3)$, $B(0; 2; 2)$, $C(3; 1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 3; -2)$, $B(3; 2; 3)$, $C(-3; 1; -3)$, $D(3; -1; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{-4; 2; 5\}$, $\vec{c} = \{-3; -4; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{6; 5; 4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 4; 0\}$, $\vec{b} = \{-1; 3; 2\}$ и $\vec{c} = \{-4; 0; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 16$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 4\vec{v})(4\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-1, -1)$, $B(-2, 3)$, $C(2, 4)$ и $D(p, 1)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, 0, -5)$, $B(0, -1, -2)$, $C(0, -1, -3)$ и $D(p, -2, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 11

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-2; 3; -2\}$, $\vec{b} = \{-3; -1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-3; 4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -3; -2\}$ и $\vec{b} = \{-4; 4; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 257$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -1; -3)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(1; 1; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 1; 0)$, $B(-1; -3; 2)$, $C(3; 3; 1)$, $D(-1; 3; 3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{2; 5; 1\}$, $\vec{c} = \{-3; 4; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{45; -21; 12\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; -2; 0\}$, $\vec{b} = \{1; -3; 5\}$ и $\vec{c} = \{-1; 0; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -12$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 1\vec{v})(1\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, -5)$, $B(-7, -1)$, $C(-1, -1)$ и $D(p, -6)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -1, 0)$, $B(-5, -3, 0)$, $C(-2, 0, 1)$ и $D(-5, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 12

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{3; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; -5; -1\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 2; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; 5; -1\}$ и $\vec{b} = \{5; 3; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 974$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -3; -3)$, $B(3; 1; -3)$, $C(-3; 3; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -1; -1)$, $B(-2; -3; -1)$, $C(3; 1; 0)$, $D(-3; -1; -1)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; 0; -3\}$, $\vec{b} = \{2; -4; -3\}$, $\vec{c} = \{-1; 3; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-5; 12; -5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{1; 1; -4\}$ и $\vec{c} = \{1; -4; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -13$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 1\vec{v})(-1\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-5, -2)$, $B(-7, 2)$, $C(-3, 0)$ и $D(-1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, 3, 4)$, $B(-2, -2, 5)$, $C(-4, 3, -5)$ и $D(5, 2, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 13

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; -1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -5; -2\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{-3; -4; 5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -2; 5\}$ и $\vec{b} = \{-1; 4; 0\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 429$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 3; 2)$, $B(1; 2; -3)$, $C(1; 2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, достроив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 2; -2)$, $B(-1; 1; -1)$, $C(-2; 1; -1)$, $D(3; 2; -2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) достроить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; 4; 5\}$, $\vec{c} = \{-4; 2; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{5; 7; -5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 4; 5\}$, $\vec{b} = \{3; 1; -1\}$ и $\vec{c} = \{-1; -3; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 4$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -13$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 4\vec{v})(2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.1$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(0, 4)$, $B(-3, 8)$, $C(6, 9)$ и $D(18, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, 4, 0)$, $B(5, 1, -1)$, $C(-1, -4, -2)$ и $D(p, -5, 2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 14

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{2; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{0; -2; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{1; -1; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -2; -3\}$ и $\vec{b} = \{-2; -3; 0\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 478$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 2; -1)$, $B(-3; 1; 1)$, $C(2; 3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -1; 3)$, $B(0; -2; 2)$, $C(2; 1; 2)$, $D(1; 2; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{3; -1; 1\}$, $\vec{c} = \{-1; 3; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{1; -1; 13\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-4; -5; 2\}$, $\vec{b} = \{1; -5; 2\}$ и $\vec{c} = \{-1; -5; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -11$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 4$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 10$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} - 2\vec{v})(2\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, -3)$, $B(-3, 1)$, $C(1, 2)$ и $D(6, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, -4, 2)$, $B(-3, 1, 2)$, $C(0, 4, 1)$ и $D(4, p, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 15

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-3; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; -1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{-2; 0; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -4; -5\}$ и $\vec{b} = \{4; -1; 4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1634$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 2; 2)$, $B(-3; 3; 2)$, $C(-2; 3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -2; -1)$, $B(3; 3; 3)$, $C(1; 3; 3)$, $D(-3; -3; -2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; 1; 5\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -4\}$, $\vec{c} = \{-5; -3; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{12; 5; -1\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 4; -5\}$, $\vec{b} = \{1; -2; -4\}$ и $\vec{c} = \{-2; -2; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 9$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 27$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 5$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} - 3\vec{v})(-1\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 2 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(0, 0)$, $B(-1, 4)$, $C(3, 5)$ и $D(p, 2)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 1, 2)$, $B(3, 3, 5)$, $C(-2, 3, 4)$ и $D(-2, -1, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 16

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-1; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; 3; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-3; 0; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -3; 5\}$ и $\vec{b} = \{4; -4; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 578$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 3; -2)$, $B(0; -2; -2)$, $C(-1; -1; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 1; -1)$, $B(0; 2; 2)$, $C(-3; -2; 0)$, $D(2; 2; -1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{5; -5; 0\}$, $\vec{c} = \{1; -4; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-20; -18; 4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 1; 5\}$, $\vec{b} = \{-1; -4; -1\}$ и $\vec{c} = \{-5; 4; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 3$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -18$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 24$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 4\vec{v})(2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 0)$, $B(1, 4)$, $C(5, 2)$ и $D(p, -1)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, -2, 4)$, $B(-3, -3, 4)$, $C(-5, 3, 0)$ и $D(p, 1, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 17

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; 1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{4; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-5; -5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; -1; 0\}$ и $\vec{b} = \{0; 3; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 331$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 1; -3)$, $B(0; -3; 1)$, $C(-3; -3; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 3; -3)$, $B(2; 2; -3)$, $C(-1; 1; -1)$, $D(-2; -1; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{5; -1; 4\}$, $\vec{c} = \{-2; 3; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-5; 32; -13\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; 1; -4\}$, $\vec{b} = \{2; 5; -2\}$ и $\vec{c} = \{-4; 0; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 21$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -13$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, -2)$, $B(-4, 2)$, $C(1, 1)$ и $D(2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, -1, 0)$, $B(-5, -1, 0)$, $C(1, 0, -1)$ и $D(3, p, 1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 18

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{2; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 3\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 2; -4\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{1; -4; -1\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 4; 4\}$ и $\vec{b} = \{3; -4; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 672$. Найти ординату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -2; 1)$, $B(2; 1; -3)$, $C(-3; -3; 1)$.
Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(1; -3; 1)$, $B(2; 3; 2)$, $C(-1; -2; -2)$, $D(-3; 2; -1)$.
Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{-3; 1; 0\}$, $\vec{c} = \{1; -2; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-23; -4; -19\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; 1; 0\}$, $\vec{b} = \{-2; 0; -3\}$ и $\vec{c} = \{1; 1; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 6$.
8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} + 2\vec{v})(-4\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .
$$A = \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}.$$
10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 5)$, $B(-4, 9)$, $C(0, 10)$ и $D(6, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?
11. При каком значении параметра p точки $A(3, 0, -1)$, $B(1, -1, 5)$, $C(2, 0, -4)$ и $D(-1, 1, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 19

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-1; 1; 2\}$, $\vec{b} = \{1; 3; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -5; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{3; -4; -2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 5; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; -1; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 754$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 1; 3)$, $B(-3; 3; -2)$, $C(2; -1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -1; -1)$, $B(-1; -3; -2)$, $C(2; -1; 2)$, $D(-2; 2; -1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{0; -5; 1\}$, $\vec{c} = \{-2; 5; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{2; 15; 0\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 4; -5\}$ и $\vec{c} = \{-3; 0; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -13$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -12$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 4\vec{v})(3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -3 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-1, 3)$, $B(-2, 7)$, $C(2, 8)$ и $D(7, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(2, 2, -2)$, $B(-4, 0, -4)$, $C(2, 5, 3)$ и $D(p, 3, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 20

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{2; -3; -3\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{-3; 4; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -3; 0\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 59$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 2; 1)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(-3; -3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 1; 0)$, $B(-1; -1; -1)$, $C(-1; -2; 2)$, $D(1; 0; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -5; 4\}$, $\vec{b} = \{-4; 5; 4\}$, $\vec{c} = \{-3; -5; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-19; 10; -10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; -3; -3\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; 1\}$ и $\vec{c} = \{4; 5; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 23$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -11$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -33$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} - 2\vec{v})(-3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-5, -2)$, $B(-6, 2)$, $C(-2, 3)$ и $D(p, 0)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -1, -2)$, $B(-1, 1, -3)$, $C(-3, 5, 3)$ и $D(-1, p, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 21

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{-1; -1; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 5; -5\}$ и $\vec{b} = \{2; -5; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 266$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; 1; 2)$, $B(-2; 1; -3)$, $C(-1; 1; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -2; 3)$, $B(2; -3; 3)$, $C(3; 3; 2)$, $D(2; 0; 2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{4; -4; 5\}$, $\vec{c} = \{-5; 3; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-4; 16; -20\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; 0; -3\}$ и $\vec{c} = \{0; 0; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -4$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -12$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 2\vec{v})(-4\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-1, -4)$, $B(-5, 0)$, $C(1, 0)$ и $D(p, -5)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, -4, 1)$, $B(1, -2, -5)$, $C(-4, -2, 1)$ и $D(-3, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 22

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; 1; -2\}$, $\vec{b} = \{2; -2; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 4; -4\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{-1; -5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; -3; 1\}$ и $\vec{b} = \{1; -4; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 83$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 1; 0)$, $B(1; 1; -1)$, $C(-3; 1; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -2; -2)$, $B(2; 1; -1)$, $C(-3; -3; 3)$, $D(-3; 0; -1)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{-4; -3; 2\}$, $\vec{c} = \{1; -3; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-18; -10; 0\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{4; -2; -2\}$ и $\vec{c} = \{4; -3; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 14$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 24$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 1\vec{v})(-3\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-4, -3)$, $B(-5, 1)$, $C(-2, -2)$ и $D(-1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -1, -4)$, $B(4, 3, 1)$, $C(-2, 0, -4)$ и $D(p, -1, 2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 23

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{1; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{0; 1; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{4; -4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 4; -2\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 126$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 3; -3)$, $B(-2; -3; -3)$, $C(-3; 2; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -1; 2)$, $B(-1; -3; -2)$, $C(-2; 3; -1)$, $D(1; -2; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -2\}$, $\vec{c} = \{-3; 5; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-1; -20; -4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{3; 3; 0\}$ и $\vec{c} = \{2; -4; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 3$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -13$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 4\vec{v})(1\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 1\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 5)$, $B(1, 9)$, $C(9, 10)$ и $D(19, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, 2, -1)$, $B(-2, -2, 1)$, $C(-1, 2, -1)$ и $D(5, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 24

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{4; 3; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; -4; -2\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 192$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 1; 3)$, $B(2; -3; -1)$, $C(-1; -3; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; 3; -1)$, $B(3; 2; -2)$, $C(3; -1; 0)$, $D(2; 1; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -3; 5\}$, $\vec{b} = \{-1; 4; 5\}$, $\vec{c} = \{2; 5; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-4; -8; -24\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; 3; -2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; 3\}$ и $\vec{c} = \{-3; 0; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 8$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 3\vec{v})(-3\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, 3)$, $B(4, 7)$, $C(8, 8)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 2, 4)$, $B(1, 4, 5)$, $C(0, 0, -1)$ и $D(-2, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 25

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-2; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{3; -3; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{3; 3; -2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 5; -3\}$ и $\vec{b} = \{4; -3; 0\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1450$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -2; -1)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(-2; -2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 2; 3)$, $B(3; 1; 3)$, $C(-3; 2; 1)$, $D(-3; -2; 3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{2; -3; 4\}$, $\vec{c} = \{1; -2; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{24; -8; 16\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{1; 4; -1\}$ и $\vec{c} = \{5; -4; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -20$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 41$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 1\vec{v})(-2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-1, 0)$, $B(-2, 4)$, $C(2, 5)$ и $D(p, 2)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, -3, 3)$, $B(-2, -5, 5)$, $C(2, -2, 1)$ и $D(p, -2, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 26

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; 3; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -5; -3\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{-3; -5; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 1; 0\}$ и $\vec{b} = \{-1; 0; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 11$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 2; -2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(-2; 2; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -1; -2)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(2; -2; 1)$, $D(-3; 1; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{3; -1; -1\}$, $\vec{c} = \{2; 3; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{9; -3; -7\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; 0; -2\}$, $\vec{b} = \{-1; -5; 2\}$ и $\vec{c} = \{2; -2; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 19$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 2\vec{v})(-2\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 1\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & -6 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, -3)$, $B(-7, 1)$, $C(-1, 1)$ и $D(p, -4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, -5, 0)$, $B(-1, 3, -1)$, $C(-5, 5, 3)$ и $D(1, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 27

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{1; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{2; -2; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{-3; -1; 5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; -4; 0\}$ и $\vec{b} = \{3; -5; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1824$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -1; 2)$, $B(3; -2; 3)$, $C(3; 3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -3; 0)$, $B(3; 3; -1)$, $C(3; 1; -1)$, $D(2; -3; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{2; 5; 4\}$, $\vec{c} = \{-3; 0; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-14; -5; -3\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; 4; 2\}$, $\vec{b} = \{-4; -1; -3\}$ и $\vec{c} = \{4; 1; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -46$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 34$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -19$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} - 2\vec{v})(-1\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 1)$, $B(-4, 3)$, $C(0, 3)$ и $D(1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -4, -1)$, $B(0, -2, 3)$, $C(4, 2, -2)$ и $D(4, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 28

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-2; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{1; -3; 2\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 5; -5\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{0; -1; -1\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 2; -5\}$ и $\vec{b} = \{-1; 1; 0\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 75$. Найти ординату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -2; -2)$, $B(-2; -3; -2)$, $C(1; 3; -1)$. Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(-1; -3; -3)$, $B(-2; -1; 1)$, $C(-2; 2; -2)$, $D(-1; -2; -3)$. Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{3; 0; -1\}$, $\vec{c} = \{4; 5; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{55; 9; -11\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -1; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; 2; -5\}$ и $\vec{c} = \{-4; -1; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -13$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 17$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 8$.
8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 3\vec{v})(-1\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$
10. Даны вершины четырехугольника $A(5, -3)$, $B(1, 1)$, $C(8, 2)$ и $D(19, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?
11. При каком значении параметра p точки $A(1, -3, 4)$, $B(-1, 3, 3)$, $C(1, 2, 4)$ и $D(p, -5, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 29

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{1; -3; 3\}$, $\vec{b} = \{-3; 2; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; -4; -5\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-1; -2; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-1; 4; 0\}$ и $\vec{b} = \{-2; 3; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 93$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -2; 3)$, $B(2; 1; 3)$, $C(-2; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 3; 0)$, $B(2; 1; 1)$, $C(1; -1; -2)$, $D(2; 1; -2)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -4; 5\}$, $\vec{b} = \{3; 5; 5\}$, $\vec{c} = \{0; 0; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{15; -11; 0\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; -1; 4\}$, $\vec{b} = \{-5; 3; 4\}$ и $\vec{c} = \{1; -4; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 11$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -10$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, 4)$, $B(4, 8)$, $C(8, 9)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -5, 0)$, $B(-4, -2, -3)$, $C(-5, 0, -2)$ и $D(-3, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 30

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{3; 1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{1; 5; 5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 2; 5\}$ и $\vec{b} = \{4; 1; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1169$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 2; 1)$, $B(0; -3; -3)$, $C(-3; -2; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(2; -2; -2)$, $D(-1; 1; 3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; -5; 5\}$, $\vec{b} = \{2; -4; -3\}$, $\vec{c} = \{-4; 5; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-9; 51; 13\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -4; -5\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 3\}$ и $\vec{c} = \{-2; 0; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 23$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 6$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 1\vec{v})(-2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(2, 5)$, $B(1, 9)$, $C(5, 10)$ и $D(p, 7)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -3, 3)$, $B(-1, -1, 0)$, $C(3, -5, -3)$ и $D(4, 2, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 31

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{2; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{3; -1; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{1; 5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 0; 1\}$ и $\vec{b} = \{3; -1; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 154$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 1; 1)$, $B(3; -1; 1)$, $C(-1; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -2; 1)$, $B(-3; -3; 3)$, $C(2; -3; 1)$, $D(1; 1; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{0; 1; 5\}$, $\vec{b} = \{5; 1; 4\}$, $\vec{c} = \{2; 4; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-30; -29; -46\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 0; -3\}$, $\vec{b} = \{1; -3; 3\}$ и $\vec{c} = \{3; 3; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -12$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 6$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 26$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 3\vec{v})(1\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-4, 2)$, $B(-5, 6)$, $C(-1, 5)$ и $D(p, 1)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, 4, 1)$, $B(5, 0, 0)$, $C(-1, -3, -2)$ и $D(p, -2, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 32

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{2; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{0; -1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 2; -4\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{2; -2; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; 2; -4\}$ и $\vec{b} = \{-4; 4; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 996$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 3; 3)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-3; 1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 3; 2)$, $B(3; 3; 1)$, $C(3; 2; 2)$, $D(2; -1; 1)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{-4; 2; 0\}$, $\vec{c} = \{-1; -1; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{16; 0; 4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 2; -5\}$, $\vec{b} = \{1; -3; 0\}$ и $\vec{c} = \{-5; 4; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 33$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 27$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 3\vec{v})(3\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(5, 0)$, $B(4, 3)$, $C(7, 4)$ и $D(12, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, -3, 5)$, $B(-2, 1, 1)$, $C(-4, 2, 3)$ и $D(-5, p, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 33

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-2; 2; -3\}$, $\vec{b} = \{0; 1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{-3; -2; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{-3; 5; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1496$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 2; 2)$, $B(2; 2; 2)$, $C(3; -2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -2; -3)$, $B(-3; 2; -1)$, $C(-2; 1; 2)$, $D(-2; -1; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; -1\}$, $\vec{b} = \{3; -4; 0\}$, $\vec{c} = \{-4; 4; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-26; 28; -15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; -5; 3\}$, $\vec{b} = \{4; -1; -3\}$ и $\vec{c} = \{5; 1; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 38$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 10$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -6 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, -4)$, $B(-8, 0)$, $C(0, 1)$ и $D(13, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -2, -2)$, $B(5, -4, -2)$, $C(-5, -2, -2)$ и $D(4, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 34

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-3; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{1; 1; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{2; 4; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 4; 3\}$ и $\vec{b} = \{-3; 1; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 630$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 3; -2)$, $B(-2; -3; 3)$, $C(-2; -1; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -1; 0)$, $B(-1; -2; 2)$, $C(-3; 1; 3)$, $D(3; 0; -2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 4; 5\}$, $\vec{b} = \{0; 5; -4\}$, $\vec{c} = \{3; -1; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{9; -8; -5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; 2; 5\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; 0\}$ и $\vec{c} = \{-2; -3; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 17$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 1\vec{v})(-3\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, 1)$, $B(4, 5)$, $C(8, 6)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 3, -2)$, $B(1, 2, 2)$, $C(2, 3, -1)$ и $D(p, 4, 5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 35

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{2; 3; -3\}$, $\vec{b} = \{0; 1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{4; -3; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 4; 2\}$ и $\vec{b} = \{-3; 1; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 296$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 3; -1)$, $B(1; -3; 2)$, $C(1; 2; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, достроив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -3; 0)$, $B(-2; -2; -3)$, $C(-2; 1; -3)$, $D(2; 2; 3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) достроить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{2; -4; -1\}$, $\vec{c} = \{-4; 4; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-3; -20; 22\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 5; -1\}$, $\vec{b} = \{3; -3; 5\}$ и $\vec{c} = \{-4; 3; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -21$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} - 1\vec{v})(4\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(1, 3)$, $B(0, 7)$, $C(4, 8)$ и $D(p, 5)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(3, -4, -1)$, $B(5, -1, 1)$, $C(-3, 2, -1)$ и $D(-4, p, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 36

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{2; -1; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; -1; 1\}$ и $\vec{b} = \{3; -3; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 162$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -2; 1)$, $B(3; 3; 1)$, $C(-2; 3; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -1; 1)$, $B(2; 2; 1)$, $C(-3; -1; -3)$, $D(-3; -2; 3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{-2; -4; 2\}$, $\vec{c} = \{-2; 2; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-13; 1; -2\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{2; -1; -5\}$ и $\vec{c} = \{3; 5; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -18$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 23$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 1\vec{v})(-2\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, 5)$, $B(-7, 9)$, $C(-1, 9)$ и $D(p, 4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, 3, 0)$, $B(-3, -2, 1)$, $C(-4, 2, 5)$ и $D(-2, 2, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 37

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{2; -3; -3\}$, $\vec{b} = \{0; -2; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{4; 5; -3\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{-5; 1; 4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-1; 2; 2\}$ и $\vec{b} = \{4; 1; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 197$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 2; 3)$, $B(-1; 3; 3)$, $C(-3; 1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -3; 3)$, $B(2; -3; 2)$, $C(1; 3; 2)$, $D(-1; 3; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -4\}$, $\vec{c} = \{3; 3; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-10; -14; -25\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{1; 4; 3\}$, $\vec{b} = \{0; -3; -3\}$ и $\vec{c} = \{-4; 5; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 1$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -3$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -25$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} - 2\vec{v})(4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(0, 4)$, $B(-1, 7)$, $C(3, 7)$ и $D(4, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, -2, -4)$, $B(0, -3, -5)$, $C(2, 0, 2)$ и $D(p, 2, 1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 38

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-1; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 3; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-5; 4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 4; 2\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 30$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -3; -3)$, $B(-3; -3; -1)$, $C(1; 2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -1; 1)$, $B(0; -3; -2)$, $C(2; -2; -1)$, $D(-3; -3; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; -3; -5\}$, $\vec{b} = \{-3; -5; 0\}$, $\vec{c} = \{1; 4; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{10; 43; 16\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-4; 0; -2\}$, $\vec{b} = \{3; 2; 3\}$ и $\vec{c} = \{5; 3; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 18$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 28$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 3\vec{v})(2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(5, 0)$, $B(1, 4)$, $C(11, 5)$ и $D(25, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, 0, -5)$, $B(-3, -1, -4)$, $C(-2, 0, 4)$ и $D(3, p, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 39

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-3; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 2; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{1; 2; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-1; -1; -3\}$ и $\vec{b} = \{-2; 0; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 94$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -1; -3)$, $B(2; -2; -1)$, $C(-3; -2; -1)$. Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 2; 1)$, $B(3; -1; 2)$, $C(1; 3; -3)$, $D(-3; -3; -3)$. Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; -5; 0\}$, $\vec{b} = \{1; 4; 3\}$, $\vec{c} = \{-3; 3; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{3; -6; 10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; -5; -1\}$, $\vec{b} = \{4; 4; -5\}$ и $\vec{c} = \{1; -1; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -15$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 17$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 3\vec{v})(4\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-3, 2)$, $B(-4, 6)$, $C(0, 7)$ и $D(5, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -1, -4)$, $B(4, 2, -1)$, $C(5, 3, 3)$ и $D(-4, 5, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 40

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-3; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{3; -2; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-1; -5; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 1; -3\}$ и $\vec{b} = \{1; -1; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 74$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -2; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-3; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -2; -3)$, $B(-2; -1; 2)$, $C(1; 1; -2)$, $D(3; -3; 2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 4; 0\}$, $\vec{b} = \{-3; -3; 5\}$, $\vec{c} = \{5; -1; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-31; -8; 0\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{1; 0; -2\}$ и $\vec{c} = \{-1; 4; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -11$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 2$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 4\vec{v})(4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-3, -5)$, $B(-4, -1)$, $C(0, 0)$ и $D(p, -3)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 5, 2)$, $B(5, 3, -1)$, $C(-1, 3, -3)$ и $D(p, -5, 1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 41

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-3; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{3; 0; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{1; -5; 4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 1; -5\}$ и $\vec{b} = \{-1; -5; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 806$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 3; 1)$, $B(1; -2; 3)$, $C(-1; -3; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -1; -1)$, $B(1; 3; -3)$, $C(-2; 3; 1)$, $D(-2; 1; -2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; -2; -5\}$, $\vec{b} = \{4; -4; 3\}$, $\vec{c} = \{-5; -4; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-11; -2; 22\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; -2; -2\}$ и $\vec{c} = \{4; 3; 2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -8$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -7$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, -5)$, $B(1, -3)$, $C(5, -3)$ и $D(p, -8)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(2, -4, 1)$, $B(-5, 0, 1)$, $C(1, -1, 0)$ и $D(0, p, 5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 42

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{2; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-3; -2; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-3; -3; -4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; 2; -3\}$ и $\vec{b} = \{-3; 3; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 166$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -3; -1)$, $B(0; -3; -1)$, $C(3; 1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 1; -3)$, $B(-3; 3; 1)$, $C(-1; 1; 1)$, $D(1; 0; 2)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -4; -3\}$, $\vec{b} = \{4; 2; -4\}$, $\vec{c} = \{2; 5; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-22; -41; -15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -3; -4\}$, $\vec{b} = \{0; 1; 1\}$ и $\vec{c} = \{-3; 4; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 1$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 3\vec{v})(-1\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -6 \\ -6 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 1)$, $B(0, 4)$, $C(5, 3)$ и $D(6, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 3, 0)$, $B(-1, -4, 1)$, $C(-2, 2, 5)$ и $D(1, 2, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 43

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{2; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{1; 1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{3; -1; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 0; 4\}$ и $\vec{b} = \{-3; 5; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 525$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -1; 1)$, $B(3; -1; -3)$, $C(-1; -1; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 1; -2)$, $B(1; -2; -1)$, $C(2; -2; -3)$, $D(-1; 0; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{3; -5; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{9; -28; -2\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; 4; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; 4; -2\}$ и $\vec{c} = \{3; 1; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -11$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 24$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -14$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 1\vec{v})(2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(1, -5)$, $B(-4, -1)$, $C(6, 0)$ и $D(21, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, 5, -2)$, $B(1, -4, 2)$, $C(-2, 4, -2)$ и $D(p, 2, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 44

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{1; -1; -2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{4; 3; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 3; 3\}$ и $\vec{b} = \{-1; 2; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 194$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -2; 0)$, $B(0; -3; -3)$, $C(2; -3; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -3; 2)$, $B(1; 2; -2)$, $C(3; -3; 3)$, $D(-1; 0; -2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{1; 2; 4\}$, $\vec{c} = \{0; -3; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-5; -12; 6\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; 4; 0\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; -2\}$ и $\vec{c} = \{1; -1; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 0$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -4$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 0$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 2\vec{v})(-4\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-3, -4)$, $B(-4, 0)$, $C(0, 1)$ и $D(5, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, 2, 3)$, $B(0, -4, 4)$, $C(2, 0, 4)$ и $D(2, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 45

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; 3; -3\}$, $\vec{b} = \{-2; 3; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 4; -4\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{0; -4; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 0; 5\}$ и $\vec{b} = \{-1; -2; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 125$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -2; 3)$, $B(3; -1; 1)$, $C(-3; 1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; -3; 3)$, $B(1; 2; 3)$, $C(2; -1; -3)$, $D(2; 2; -3)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{0; 0; -4\}$, $\vec{c} = \{-5; 2; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-32; 4; 32\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 2; -4\}$, $\vec{b} = \{-3; -4; -1\}$ и $\vec{c} = \{5; 0; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 4$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 31$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -17$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 3\vec{v})(4\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(2, 3)$, $B(1, 7)$, $C(5, 8)$ и $D(p, 5)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, -3, 4)$, $B(1, -2, -2)$, $C(1, -4, -3)$ и $D(-2, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 46

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{1; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{1; 1; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -4; 3\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{1; -4; 4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 5; -5\}$ и $\vec{b} = \{0; -3; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 2144$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -3; 1)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(-2; 1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 2; -2)$, $B(2; 3; -2)$, $C(3; 2; -3)$, $D(-3; 2; 1)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; 0; -4\}$, $\vec{b} = \{-4; -1; 1\}$, $\vec{c} = \{-2; -2; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{26; 6; 5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{0; -1; -5\}$ и $\vec{c} = \{3; 5; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 4$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 5$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 1\vec{v})(2\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(1, -4)$, $B(0, -3)$, $C(3, 0)$ и $D(p, -5)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -5, 2)$, $B(4, -3, -3)$, $C(-1, -2, -5)$ и $D(p, -2, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 47

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-2; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 2; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{-1; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{0; 3; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 1; 2\}$ и $\vec{b} = \{4; -2; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 180$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 1; 1)$, $B(0; 2; -2)$, $C(-1; 1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -2; 0)$, $B(3; -1; -3)$, $C(2; 1; -3)$, $D(2; -1; 2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; 2; 4\}$, $\vec{b} = \{4; 0; -3\}$, $\vec{c} = \{-3; 5; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-18; 18; 21\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -4; 5\}$, $\vec{b} = \{-4; 4; -5\}$ и $\vec{c} = \{-1; 0; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 11$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -14$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -11$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 2\vec{v})(-4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 4)$, $B(2, 7)$, $C(6, 7)$ и $D(7, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 0, -1)$, $B(-2, -3, 1)$, $C(-3, -3, -5)$ и $D(2, p, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 48

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{1; 2; -2\}$, $\vec{b} = \{3; -1; 1\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{-5; 1; 2\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -1; 1\}$ и $\vec{b} = \{-4; -2; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 62$. Найти ординату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -3; -2)$, $B(-1; 2; 1)$, $C(-2; -1; 1)$.
Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(2; 2; -3)$, $B(-1; 2; -3)$, $C(-3; -2; -1)$, $D(1; -2; 3)$.
Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -5; -3\}$, $\vec{c} = \{0; -3; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-7; 4; -16\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 5; -2\}$ и $\vec{c} = \{1; -5; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 24$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 20$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -22$.
8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 2\vec{v})(-3\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.7$.
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .
$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$
10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 0)$, $B(-6, 4)$, $C(1, 5)$ и $D(12, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?
11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 2, 4)$, $B(0, 2, 2)$, $C(2, 1, 3)$ и $D(5, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 49

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{3; 1; 2\}$, $\vec{b} = \{-2; 3; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -4; 3\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{-3; -1; 4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 3; 5\}$ и $\vec{b} = \{-4; -4; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 50$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 3; 0)$, $B(-2; 1; -3)$, $C(-3; -3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; -3; -2)$, $B(1; 2; 2)$, $C(1; 3; 3)$, $D(-3; 0; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 1; 5\}$, $\vec{b} = \{-3; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{-5; -2; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-20; 3; 10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; 4; 2\}$ и $\vec{c} = \{0; -1; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 6$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 14$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -2$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 4\vec{v})(1\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & -4 \\ -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(1, -1)$, $B(0, 3)$, $C(4, 4)$ и $D(9, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 5, 4)$, $B(4, -4, -1)$, $C(-5, -3, -1)$ и $D(p, -5, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 50

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-1; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; 1; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{-2; 5; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; -4; 3\}$ и $\vec{b} = \{-2; -2; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 344$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 1; 2)$, $B(3; 1; 2)$, $C(1; -1; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 1; 2)$, $B(-1; -2; -3)$, $C(2; -1; 0)$, $D(1; -3; -2)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; -4; 5\}$, $\vec{b} = \{4; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{-2; 2; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-2; 16; -31\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 1; 0\}$, $\vec{b} = \{0; 2; 1\}$ и $\vec{c} = \{-5; -4; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 13$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 6$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 3$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 4\vec{v})(-2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, -2)$, $B(-3, 2)$, $C(1, 3)$ и $D(p, 0)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, -4, 2)$, $B(-1, -2, -3)$, $C(3, 0, 3)$ и $D(3, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 51

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-2; -3; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{1; -2; -4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -2; 5\}$ и $\vec{b} = \{5; -3; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1086$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 3; 1)$, $B(-2; -3; -2)$, $C(1; 3; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -3; 1)$, $B(-3; -1; -3)$, $C(2; -2; -1)$, $D(-1; -3; -3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{0; -4; 4\}$, $\vec{c} = \{-1; 5; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{12; -21; 18\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -1; -3\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; -3\}$ и $\vec{c} = \{-5; 4; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 29$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -34$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 4\vec{v})(2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-1, -5)$, $B(-2, -1)$, $C(2, -2)$ и $D(p, -7)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, 0, 5)$, $B(-4, 5, 1)$, $C(-2, 5, 4)$ и $D(0, 3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 52

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; 1; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 2; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-4; 4; 3\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-3; -4; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; -2; -3\}$ и $\vec{b} = \{-1; 1; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 234$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 2; -1)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(-3; 1; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 2; -3)$, $B(2; 2; 1)$, $C(1; -1; 3)$, $D(-3; -3; -1)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; -5; 0\}$, $\vec{b} = \{5; 3; -4\}$, $\vec{c} = \{3; 3; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-17; 28; -4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{1; -4; 1\}$ и $\vec{c} = \{4; 0; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 0$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -22$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 4\vec{v})(-2\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, 4)$, $B(-7, 7)$, $C(-1, 8)$ и $D(1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 3, 3)$, $B(2, -1, -4)$, $C(2, 4, 5)$ и $D(p, 2, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 53

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{-3; 2; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{3; -5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 0; -5\}$ и $\vec{b} = \{0; 1; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 70$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -2; -2)$, $B(3; 2; -1)$, $C(-2; -3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 3; 1)$, $B(3; 2; -2)$, $C(-2; 1; -2)$, $D(2; -3; 3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{3; 5; 0\}$, $\vec{c} = \{1; -3; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-6; -46; 15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 1; -2\}$, $\vec{b} = \{-3; -1; 3\}$ и $\vec{c} = \{4; -2; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 0$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 10$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 2\vec{v})(4\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-4, -3)$, $B(-8, 1)$, $C(-1, 2)$ и $D(10, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 3, 5)$, $B(0, 2, -5)$, $C(1, 3, 1)$ и $D(-5, p, 3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 54

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{1; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{0; 3; -1\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{-1; 2; 0\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; -2; 0\}$ и $\vec{b} = \{5; -2; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 44$. Найти ординату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -2; 3)$, $B(-1; -1; 2)$, $C(-2; 2; 0)$.
Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(-3; -1; -3)$, $B(-2; -2; 2)$, $C(-2; -3; 2)$, $D(-1; -1; 2)$.
Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{5; 3; -2\}$, $\vec{c} = \{5; 0; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-50; -5; 15\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; 3; 5\}$, $\vec{b} = \{-3; -5; -3\}$ и $\vec{c} = \{0; -5; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 8$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 20$.
8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 3\vec{v})(-3\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.1$.
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .
$$A = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}.$$
10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-5, 2)$, $B(-6, 6)$, $C(-2, 7)$ и $D(3, p)$ прямоугольная?
11. При каком значении параметра p точки $A(-5, 2, 0)$, $B(-1, 0, 2)$, $C(-3, 0, 2)$ и $D(0, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 55

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-1; 1; 2\}$, $\vec{b} = \{3; 0; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{4; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{-1; -1; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-1; 4; 2\}$ и $\vec{b} = \{0; 0; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 425$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 3; -2)$, $B(-1; 1; -1)$, $C(-2; -2; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -1; 2)$, $B(3; -3; -2)$, $C(-1; -2; -1)$, $D(3; -2; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 0; 2\}$, $\vec{b} = \{3; 5; 3\}$, $\vec{c} = \{5; 5; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-49; -40; -28\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{1; 1; -2\}$ и $\vec{c} = \{2; 2; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -13$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 2\vec{v})(4\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, -1)$, $B(-3, 3)$, $C(1, 4)$ и $D(p, 1)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -3, -3)$, $B(-2, -4, -3)$, $C(-4, -5, -1)$ и $D(p, 5, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 56

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{3; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{1; -3; 0\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; -5; 2\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{4; -3; -3\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 1; -3\}$ и $\vec{b} = \{2; -3; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 237$. Найти аппликату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -1; 3)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(2; -3; -2)$.
Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(-3; 3; -3)$, $B(2; -1; -1)$, $C(1; -1; -3)$, $D(1; -1; 3)$.
Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 3; -5\}$, $\vec{b} = \{1; 0; -3\}$, $\vec{c} = \{-3; 3; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{28; 0; -20\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -4; 0\}$, $\vec{b} = \{4; -4; -2\}$ и $\vec{c} = \{-3; 2; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 31$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 34$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -28$.
8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 4\vec{v})(-1\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .
$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}.$$
10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 2)$, $B(1, 5)$, $C(5, 6)$ и $D(p, 1)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?
11. При каком значении параметра p точки $A(0, -1, -3)$, $B(0, -1, 0)$, $C(2, -5, -5)$ и $D(-2, p, -4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 57

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-3; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{0; 2; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{4; -1; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 3; 4\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 675$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 3; -1)$, $B(-1; -2; -1)$, $C(2; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -3; -1)$, $B(0; -1; 2)$, $C(2; -2; 0)$, $D(2; -2; -3)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; 3; 4\}$, $\vec{b} = \{-4; 5; 2\}$, $\vec{c} = \{0; 5; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; -16; -14\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; 0; 5\}$, $\vec{b} = \{-1; -4; 2\}$ и $\vec{c} = \{-5; -1; 2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -19$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -12$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -20$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 1\vec{v})(-4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 5)$, $B(-6, 8)$, $C(0, 9)$ и $D(2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(2, 4, 5)$, $B(-1, 5, 2)$, $C(4, 5, -4)$ и $D(-5, 4, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 58

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-3; -1; 3\}$, $\vec{b} = \{1; 2; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; 1\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{4; -3; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 2; 2\}$ и $\vec{b} = \{-1; -5; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 162$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -2; -2)$, $B(-1; -3; 1)$, $C(-2; 3; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 3; 1)$, $B(0; 2; 2)$, $C(-2; -1; 3)$, $D(2; -2; 1)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -2; 5\}$, $\vec{b} = \{-3; 2; -3\}$, $\vec{c} = \{-1; 0; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; 0; -14\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -1; -5\}$, $\vec{b} = \{3; 1; -2\}$ и $\vec{c} = \{0; 4; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -3$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -26$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} + 4\vec{v})(-3\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(2, -4)$, $B(1, 0)$, $C(6, 1)$ и $D(12, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, 5, 1)$, $B(4, -2, 3)$, $C(-5, 3, 1)$ и $D(p, -3, 1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 59

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{3; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{0; 1; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{1; -2; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; -2; -4\}$ и $\vec{b} = \{1; -1; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 200$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; 1)$, $B(-2; -1; 1)$, $C(2; 1; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -3; 3)$, $B(-2; -1; 1)$, $C(-2; 2; 1)$, $D(-2; 0; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{0; -1; -4\}$, $\vec{b} = \{3; 2; 2\}$, $\vec{c} = \{0; 5; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-15; -21; -14\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{4; 2; -3\}$ и $\vec{c} = \{-4; 4; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -30$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -12$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -28$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 3\vec{v})(-3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, 2)$, $B(-3, 6)$, $C(1, 7)$ и $D(6, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -4, 1)$, $B(2, -5, 2)$, $C(-2, -1, 3)$ и $D(1, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 60

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{2; -2; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{4; -5; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; -3; 5\}$ и $\vec{b} = \{2; 5; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1521$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -3; 0)$, $B(-2; -3; 1)$, $C(1; 2; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 2; -3)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; -3; 2)$, $D(1; -1; 3)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{3; -1; -2\}$, $\vec{c} = \{2; 5; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{31; 20; -38\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -1; 5\}$, $\vec{b} = \{-5; 4; -1\}$ и $\vec{c} = \{-1; 0; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -20$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 50$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -15$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, 5)$, $B(-3, 9)$, $C(1, 10)$ и $D(p, 7)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, 2, 5)$, $B(-2, 0, -2)$, $C(-1, -5, 4)$ и $D(3, -5, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 61

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{3; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{3; -5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 3; 1\}$ и $\vec{b} = \{-2; -4; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 440$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -3; 0)$, $B(-1; -3; 2)$, $C(3; -2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 2; -3)$, $B(3; 1; 3)$, $C(1; -1; -3)$, $D(2; 1; -3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; -1\}$, $\vec{b} = \{2; -5; -5\}$, $\vec{c} = \{-4; 0; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-10; 41; 29\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; 3; 4\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 4\}$ и $\vec{c} = \{-3; 4; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -13$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -2$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 4\vec{v})(2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-1, 0)$, $B(-2, 4)$, $C(1, 2)$ и $D(p, -1)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, -2, 5)$, $B(-3, -2, 0)$, $C(4, -3, 4)$ и $D(p, 5, 2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 62

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{1; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{2; 0; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{0; -1; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 2; 3\}$ и $\vec{b} = \{2; 1; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 153$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 1; -2)$, $B(1; -3; 2)$, $C(-3; 1; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; 2; 3)$, $B(3; -3; -3)$, $C(2; 1; -2)$, $D(-3; -1; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -2; 0\}$, $\vec{b} = \{3; 5; 5\}$, $\vec{c} = \{0; -2; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{5; 29; 25\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -4; -4\}$, $\vec{b} = \{5; -4; -2\}$ и $\vec{c} = \{-2; 0; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 45$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -13$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 10$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 3\vec{v})(2\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, -1)$, $B(-4, 0)$, $C(-1, 3)$ и $D(0, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 0, 0)$, $B(3, -4, 4)$, $C(3, -4, -1)$ и $D(1, p, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 63

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; 1; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 2; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{-3; -3; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$ и $\vec{b} = \{-1; 5; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 410$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -2; 3)$, $B(-3; -3; -3)$, $C(-3; 3; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -2; 3)$, $B(0; 3; -2)$, $C(-3; -3; 1)$, $D(-3; -2; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 4; -4\}$, $\vec{b} = \{5; 0; -4\}$, $\vec{c} = \{4; 1; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{30; 9; 12\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 0; -5\}$, $\vec{b} = \{-5; 0; -5\}$ и $\vec{c} = \{5; -3; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -25$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 1\vec{v})(-3\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(2, -5)$, $B(-3, -1)$, $C(5, 0)$ и $D(18, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, -2, 4)$, $B(1, 4, 3)$, $C(-1, 2, -1)$ и $D(4, -4, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 64

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-1; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 2; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; -4; 0\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{3; 0; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 5; -4\}$ и $\vec{b} = \{5; -2; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 2369$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 3; -3)$, $B(3; -1; -1)$, $C(3; -1; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 3; -3)$, $B(1; 2; -3)$, $C(1; 3; 1)$, $D(1; 1; 1)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -1; -4\}$, $\vec{b} = \{-4; 0; -5\}$, $\vec{c} = \{1; 1; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{5; -7; -4\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 0; 4\}$, $\vec{b} = \{-5; -2; -1\}$ и $\vec{c} = \{4; 0; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 12$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -9$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 4\vec{v})(2\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-5, 1)$, $B(-6, 5)$, $C(-2, 6)$ и $D(3, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, 1, 5)$, $B(-2, -1, 4)$, $C(-3, 3, 5)$ и $D(p, -5, 3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 65

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{1; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{3; 0; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -3; 4\}$ и $\vec{b} = \{-3; 1; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 166$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; 1; -2)$, $B(0; 2; -1)$, $C(3; -3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -1; 2)$, $B(3; 2; 3)$, $C(3; 3; 3)$, $D(-2; 2; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; -2; -5\}$, $\vec{b} = \{3; 0; 5\}$, $\vec{c} = \{-2; 5; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{10; -3; 18\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; -1; 5\}$ и $\vec{c} = \{-2; -4; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 13$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -10$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 1\vec{v})(-2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-2, -3)$, $B(-3, 1)$, $C(1, 2)$ и $D(p, -1)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(4, 5, -1)$, $B(0, 2, 0)$, $C(-2, 0, -2)$ и $D(3, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 66

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-1; -3; 3\}$, $\vec{b} = \{0; -2; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; -4; -3\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{1; 4; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 1; 5\}$ и $\vec{b} = \{2; -2; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 306$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 1; 0)$, $B(1; -3; 1)$, $C(-2; -1; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -3; 2)$, $B(0; 2; -2)$, $C(-3; -1; 0)$, $D(1; -2; -2)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; -4; -2\}$, $\vec{b} = \{2; 0; -3\}$, $\vec{c} = \{-5; 1; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{16; 0; 11\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; -1; -3\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; -3\}$ и $\vec{c} = \{-5; 1; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -8$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -19$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -11$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 3\vec{v})(1\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(2, 5)$, $B(1, 9)$, $C(4, 7)$ и $D(p, 4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 3, -4)$, $B(-3, -5, 5)$, $C(0, 2, 2)$ и $D(4, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 67

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{-1; -3; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; 4; 1\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{1; 2; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -4; 4\}$ и $\vec{b} = \{3; -4; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 89$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -3; -1)$, $B(-2; 3; -3)$, $C(2; -3; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; 2; -3)$, $B(1; 3; -2)$, $C(2; 3; 2)$, $D(2; -3; 3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 0; 3\}$, $\vec{b} = \{5; 4; -2\}$, $\vec{c} = \{-4; 1; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-10; 11; 14\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{5; 1; 4\}$ и $\vec{c} = \{-4; -3; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -23$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 18$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -4 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(1, -3)$, $B(-2, -1)$, $C(3, 1)$ и $D(4, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(4, -1, -3)$, $B(2, -4, 4)$, $C(-1, -2, -1)$ и $D(p, -2, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 68

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{-1; 3; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{5; -5; -2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 5; 1\}$ и $\vec{b} = \{4; -5; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 3366$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; 3; 3)$, $B(3; 3; -3)$, $C(2; 1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, достроив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; 3; -1)$, $B(1; 2; 3)$, $C(3; -3; -3)$, $D(2; 2; -3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) достроить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 1; -2\}$, $\vec{b} = \{4; 0; -1\}$, $\vec{c} = \{2; -4; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-14; 0; 16\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 5; 4\}$, $\vec{b} = \{2; 2; -3\}$ и $\vec{c} = \{2; -3; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -13$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -14$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 4\vec{v})(-3\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-5, 3)$, $B(-8, 7)$, $C(1, 8)$ и $D(13, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, -3, -4)$, $B(3, -4, 1)$, $C(5, -5, 4)$ и $D(-3, p, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 69

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{2; -1; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-1; 2; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 0; -5\}$ и $\vec{b} = \{4; 1; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 225$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -3; 2)$, $B(-3; 3; 1)$, $C(-2; 1; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 1; -3)$, $B(2; -3; 1)$, $C(3; 2; -1)$, $D(-1; 0; -3)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{0; -5; 0\}$, $\vec{c} = \{2; -2; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{16; 9; 14\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{5; -4; 2\}$ и $\vec{c} = \{-5; 3; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -1$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -3$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} - 2\vec{v})(2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, -2)$, $B(4, 2)$, $C(8, 3)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 2, 0)$, $B(1, 5, 2)$, $C(0, 1, 4)$ и $D(-1, -1, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 70

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-2; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{0; 0; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{-4; 4; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; -4; -1\}$ и $\vec{b} = \{3; 2; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 437$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; -3)$, $B(3; -2; -2)$, $C(-1; -3; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; 3; -1)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(-2; -2; 3)$, $D(2; -2; -1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -4\}$, $\vec{c} = \{3; 1; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-8; -18; -12\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-4; 4; -5\}$ и $\vec{c} = \{0; -4; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -4$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 4$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 2\vec{v})(-2\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(4, -4)$, $B(3, 0)$, $C(7, 1)$ и $D(p, -2)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, 1, 5)$, $B(-5, 3, 0)$, $C(1, 2, 2)$ и $D(p, -3, -4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 71

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-3; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{2; 3; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 1\}$ $\vec{c} = \{1; -1; 0\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 4; 4\}$ и $\vec{b} = \{-4; -4; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 833$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 3; 1)$, $B(-3; -1; -2)$, $C(3; -1; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 2; 2)$, $B(2; 1; 1)$, $C(1; 2; -3)$, $D(3; 1; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; -1; 0\}$, $\vec{b} = \{1; 5; -5\}$, $\vec{c} = \{0; -1; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-2; 6; 5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; -5; -3\}$, $\vec{b} = \{5; 1; 3\}$ и $\vec{c} = \{1; -4; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 11$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 29$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.8$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(0, 1)$, $B(-3, 4)$, $C(2, 4)$ и $D(p, 0)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, 3, 4)$, $B(3, 5, -1)$, $C(2, 1, 0)$ и $D(4, p, -2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 72

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{1; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{3; -3; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 4; 2\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{1; -1; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{5; -2; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 98$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 2; -3)$, $B(-2; -1; -2)$, $C(-3; -3; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; 2; 3)$, $B(3; -2; 1)$, $C(3; -1; -2)$, $D(-2; 1; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; -5; -1\}$, $\vec{b} = \{-5; 3; -5\}$, $\vec{c} = \{-4; 4; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{21; -22; 20\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -3; 4\}$ и $\vec{c} = \{4; 1; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 6$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -3$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -5$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 1\vec{v})(4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(4, 2)$, $B(3, 4)$, $C(6, 6)$ и $D(9, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, -3, 2)$, $B(-3, -5, 0)$, $C(-1, 2, 1)$ и $D(5, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 73

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-3; 3; -3\}$, $\vec{b} = \{2; -2; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; -5; 1\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{-1; 2; 0\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; 3; 0\}$ и $\vec{b} = \{1; -3; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 61$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -3; -1)$, $B(-1; -1; 3)$, $C(-3; -3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 2; 0)$, $B(-2; -3; -3)$, $C(-1; -3; 0)$, $D(-3; 1; -3)$.

Вычислить: а) $|-2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}|$, б) $(-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD})$, в) $[-2\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 2\}$, $\vec{c} = \{-2; -4; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{8; 29; -22\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; -1; 0\}$, $\vec{b} = \{-5; 2; -3\}$ и $\vec{c} = \{1; 2; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 9$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 14$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -18$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} - 2\vec{v})(-3\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -6 \\ -6 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 4)$, $B(2, 8)$, $C(7, 9)$ и $D(13, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 2, 1)$, $B(5, 4, 2)$, $C(3, -4, -4)$ и $D(p, 3, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 74

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{2; 2; -2\}$, $\vec{b} = \{2; 0; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -5; 4\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{0; -1; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{-2; -5; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 693$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; 2)$, $B(3; -1; 3)$, $C(-1; 2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 2; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(-2; 1; 2)$, $D(-1; 0; -2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -5; 4\}$, $\vec{b} = \{-3; 3; 0\}$, $\vec{c} = \{0; 5; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{6; 0; 15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{3; -4; 5\}$, $\vec{b} = \{5; 2; -3\}$ и $\vec{c} = \{-5; -5; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 19$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -23$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 30$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} + 2\vec{v})(-3\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(4, -2)$, $B(3, 2)$, $C(7, 3)$ и $D(12, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 5, 4)$, $B(1, -2, 5)$, $C(-3, -3, 2)$ и $D(0, p, -2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 75

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{3; -1; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 2; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-5; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{4; -2; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -4; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; -4; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 393$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -3; 3)$, $B(3; 2; -3)$, $C(2; 3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -1; 0)$, $B(-1; 2; -2)$, $C(1; 3; 1)$, $D(-1; 1; -1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; 4; 3\}$, $\vec{b} = \{2; -4; 4\}$, $\vec{c} = \{1; 5; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{7; 44; 5\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{3; 3; 4\}$ и $\vec{c} = \{-5; 5; -3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 10$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -10$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 22$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 1\vec{v})(1\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(1, 4)$, $B(0, 8)$, $C(4, 9)$ и $D(p, 6)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 0, 4)$, $B(-5, -2, 3)$, $C(4, 2, -3)$ и $D(-1, -4, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 76

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{2; -3; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; -3; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{1; -1; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -4; -2\}$ и $\vec{b} = \{-4; 1; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 297$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -3; 1)$, $B(-3; 1; -2)$, $C(2; 2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -3; -3)$, $B(1; 1; -1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(2; 0; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 2; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; 0; -2\}$, $\vec{c} = \{-5; -1; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-10; 10; -10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{1; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{-4; 0; 0\}$ и $\vec{c} = \{-1; 0; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -12$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -4$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -5$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 2\vec{v})(1\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 8 & -6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(4, 5)$, $B(0, 9)$, $C(6, 9)$ и $D(p, 4)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 1, 3)$, $B(-1, -2, 5)$, $C(2, -3, 5)$ и $D(p, -5, 3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 77

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-2; -3; -1\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; -1\}$, $\vec{b} = \{-1; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{-2; 4; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{5; 2; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 635$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -3; -3)$, $B(-2; 2; 1)$, $C(-3; -3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -3; -3)$, $B(-2; -3; 2)$, $C(2; 1; 3)$, $D(-1; 1; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -3; -4\}$, $\vec{b} = \{-3; -5; -5\}$, $\vec{c} = \{-4; 0; 1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; 6; 8\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 5\}$ и $\vec{c} = \{0; 4; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -1$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 32$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 3\vec{v})(-4\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(1, 5)$, $B(-1, 8)$, $C(3, 9)$ и $D(7, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -2, 5)$, $B(-4, -5, 0)$, $C(-5, 0, 0)$ и $D(1, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 78

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 5; -4\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{-1; 1; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -2; 4\}$ и $\vec{b} = \{1; 2; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 164$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -1; 2)$, $B(0; -2; 2)$, $C(1; -3; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -3; 0)$, $B(2; -3; -2)$, $C(-3; 2; 3)$, $D(2; -3; 2)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; 4; 4\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; -2\}$, $\vec{c} = \{-2; 2; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-34; 19; 30\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 4\}$ и $\vec{c} = \{2; -2; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -23$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -19$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -12$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 4\vec{v})(2\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.4$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(5, -3)$, $B(4, 1)$, $C(10, 2)$ и $D(17, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 0, -3)$, $B(1, 2, -5)$, $C(0, 5, 5)$ и $D(2, -1, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 79

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-2; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{0; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{-1; 2; 5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 4; -5\}$ и $\vec{b} = \{0; 3; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 226$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 3; 2)$, $B(-2; 2; 2)$, $C(2; -2; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; 1; 2)$, $B(-2; -2; -1)$, $C(-1; 2; 0)$, $D(1; 0; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; 5; 0\}$, $\vec{b} = \{2; 5; -4\}$, $\vec{c} = \{1; -1; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-5; 37; -10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{-4; 5; -4\}$ и $\vec{c} = \{0; -3; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -28$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 40$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-3, 3)$, $B(-4, 7)$, $C(0, 8)$ и $D(5, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -3, -2)$, $B(0, 5, 2)$, $C(-5, 0, 0)$ и $D(p, 5, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 80

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{-4; -5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 5; -1\}$ и $\vec{b} = \{-1; -2; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1430$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; -1)$, $B(-2; 2; -2)$, $C(-2; -2; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -1; -1)$, $B(3; -1; 1)$, $C(1; -3; 1)$, $D(-3; -2; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 0; 5\}$, $\vec{b} = \{0; 5; 5\}$, $\vec{c} = \{4; 2; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-14; -5; -35\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; 5; 4\}$, $\vec{b} = \{2; 4; -3\}$ и $\vec{c} = \{0; 3; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 1$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 6$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 6$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-2\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 0 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(2, 0)$, $B(1, 4)$, $C(5, 5)$ и $D(p, 2)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 2, 3)$, $B(3, 0, 3)$, $C(1, -1, -2)$ и $D(5, p, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 81

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -1$, $\vec{a} = \{-2; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{2; -3; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-5; 5; -4\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; -2; 2\}$ и $\vec{b} = \{-4; 3; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 393$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; 3)$, $B(0; -2; 2)$, $C(1; 3; 3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 1; 2)$, $B(-3; -2; -2)$, $C(1; -1; 2)$, $D(-1; 2; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; 4; 5\}$, $\vec{b} = \{-2; -3; 0\}$, $\vec{c} = \{2; 1; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-15; 18; 18\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -3; -1\}$, $\vec{b} = \{-4; 0; 2\}$ и $\vec{c} = \{4; 0; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 15$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 6$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -21$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} - 3\vec{v})(-2\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-4, -5)$, $B(-9, -2)$, $C(-2, -1)$ и $D(p, -6)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, -1, 3)$, $B(2, 2, -3)$, $C(1, 1, 5)$ и $D(1, -4, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 82

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{3; -2; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{5; 2; 4\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 1\}$, $\vec{c} = \{4; -1; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; -4; -2\}$ и $\vec{b} = \{3; -3; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 200$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; 1; -3)$, $B(0; 1; 2)$, $C(-2; -1; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -3; 1)$, $B(-2; -1; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(2; -3; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; 2; -2\}$, $\vec{b} = \{5; -2; 3\}$, $\vec{c} = \{-3; 4; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-8; 10; -13\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; 1; 0\}$ и $\vec{c} = \{3; 0; 2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 16$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -23$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 2\vec{v})(-2\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -5 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-5, -1)$, $B(-6, 2)$, $C(-3, 1)$ и $D(-2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, -1, 2)$, $B(-4, -4, -3)$, $C(0, -2, -1)$ и $D(p, 3, 5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 83

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-1; 2; 2\}$, $\vec{b} = \{0; -1; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; 0\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{0; -2; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -4; -5\}$ и $\vec{b} = \{-2; 1; 3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 147$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-1; -3; -3)$, $B(2; 2; 2)$, $C(-3; 1; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; 1; -3)$, $B(-2; -3; 1)$, $C(-3; 2; 0)$, $D(2; 0; -3)$.

Вычислить: а) $|2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[2\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-3; 5; 4\}$, $\vec{b} = \{2; -4; 3\}$, $\vec{c} = \{5; -1; -3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{8; 6; 23\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{1; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 3\}$ и $\vec{c} = \{-5; 2; 2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -3$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} - 3\vec{v})(2\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(1, 4)$, $B(-4, 8)$, $C(7, 9)$ и $D(23, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 2, -4)$, $B(-3, 0, -3)$, $C(-1, -1, 3)$ и $D(-2, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 84

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{-2; 3; -3\}$, $\vec{b} = \{2; -1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; 4; 3\}$, $\vec{b} = \{-4; \beta; -4\}$, $\vec{c} = \{1; 5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; -1; 3\}$ и $\vec{b} = \{1; 1; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 56$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -3; -1)$, $B(2; -3; -3)$, $C(2; -3; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 2; 2)$, $B(3; 3; -1)$, $C(-3; -2; -2)$, $D(3; -1; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-4; -5; 5\}$, $\vec{b} = \{1; -5; -3\}$, $\vec{c} = \{3; -3; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{7; 13; 15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{2; -4; -1\}$ и $\vec{c} = \{4; 3; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 14$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 1\vec{v})(-1\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.2$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, 5)$, $B(4, 9)$, $C(8, 10)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-3, 1, 5)$, $B(-5, 5, -5)$, $C(-2, 1, 4)$ и $D(-2, -2, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 85

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{3; -3; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; \beta; -5\}$, $\vec{c} = \{1; -3; 0\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 2; 1\}$ и $\vec{b} = \{-3; 1; 1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 150$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -3; 2)$, $B(-2; 3; -3)$, $C(-2; 3; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 3; -2)$, $B(-2; -2; -3)$, $C(2; 3; 3)$, $D(-1; -2; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; -2; -2\}$, $\vec{b} = \{0; 0; -3\}$, $\vec{c} = \{2; 4; -4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{25; 14; -26\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-3; 1; 4\}$, $\vec{b} = \{-1; 1; 4\}$ и $\vec{c} = \{-5; -3; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 21$.

8. Найти значение скалярного произведения $(2\vec{u} + 2\vec{v})(3\vec{u} - 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 4\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.1$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(1, 3)$, $B(0, 7)$, $C(4, 8)$ и $D(p, 5)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(4, 1, -4)$, $B(0, 0, -5)$, $C(-4, 2, 2)$ и $D(p, -5, -5)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 86

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -1$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{2; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{0; 2; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{2; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{-3; 5; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -2; -3\}$ и $\vec{b} = \{4; -5; 5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 833$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 2; 3)$, $B(-3; 3; 1)$, $C(-3; 2; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(2; -2; -2)$, $B(0; 3; -1)$, $C(1; -1; -3)$, $D(1; 3; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; -4; 4\}$, $\vec{c} = \{2; -1; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{4; 17; -19\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; 4; -4\}$, $\vec{b} = \{0; 3; 1\}$ и $\vec{c} = \{1; 3; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -12$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -7$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} - 4\vec{v})(-3\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = 2\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.1$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(2, -3)$, $B(1, -1)$, $C(4, -1)$ и $D(p, -6)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, 2, 0)$, $B(-1, -2, -1)$, $C(4, 5, 0)$ и $D(4, p, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 87

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{1; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{2; 0; -1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; 5; -3\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; 2\}$, $\vec{c} = \{1; 4; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-2; -3; -4\}$ и $\vec{b} = \{4; 5; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 1604$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -1; 1)$, $B(-3; -1; -3)$, $C(-3; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -1; 3)$, $B(-3; 2; 1)$, $C(2; 3; -2)$, $D(1; -3; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{5; 0; 1\}$, $\vec{b} = \{-4; -1; -5\}$, $\vec{c} = \{2; -1; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-24; -2; -22\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{1; 4; 1\}$, $\vec{b} = \{-2; -4; -5\}$ и $\vec{c} = \{1; -2; -2\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 5$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 11$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 4\vec{v})(3\vec{u} + 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 3)$, $B(-5, 5)$, $C(0, 7)$ и $D(1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-4, 2, 5)$, $B(3, 4, 5)$, $C(-1, 3, -2)$ и $D(4, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 88

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-2; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{3; -2; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 4; -1\}$, $\vec{b} = \{3; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{0; 4; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 4; 2\}$ и $\vec{b} = \{0; 2; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 272$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; -1; 3)$, $B(3; -1; -1)$, $C(2; -2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; -3; 0)$, $B(-3; -2; 3)$, $C(2; 1; 0)$, $D(-2; 3; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; 4; 0\}$, $\vec{b} = \{2; -4; -4\}$, $\vec{c} = \{3; 5; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{8; -13; 7\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-4; 3; -1\}$, $\vec{b} = \{5; 3; 1\}$ и $\vec{c} = \{2; -4; 1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 17$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -11$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 1\vec{v})(4\vec{u} + 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} + 1\vec{b}$, $\vec{v} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(3, 2)$, $B(-2, 6)$, $C(5, 7)$ и $D(17, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 3, 5)$, $B(3, 5, 5)$, $C(1, -1, 3)$ и $D(p, -3, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 89

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{2; -1; 1\}$, $\vec{b} = \{3; -3; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 4; -3\}$, $\vec{b} = \{4; \beta; 4\}$, $\vec{c} = \{0; 5; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -1; -1\}$ и $\vec{b} = \{3; -1; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 34$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -3; 2)$, $B(-2; 1; 3)$, $C(-1; 1; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; -3; 3)$, $B(1; 1; -3)$, $C(3; -1; 3)$, $D(2; 0; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; -1; 0\}$, $\vec{b} = \{2; -5; 1\}$, $\vec{c} = \{0; 0; 2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-12; 26; -7\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; 2; -4\}$, $\vec{b} = \{2; 4; -2\}$ и $\vec{c} = \{-4; -5; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 4$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -5$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 4\vec{v})(1\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(5, 5)$, $B(4, 9)$, $C(8, 10)$ и $D(13, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(3, -5, 2)$, $B(2, 1, 4)$, $C(3, -2, 5)$ и $D(1, p, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 90

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; -1; -2\}$, $\vec{b} = \{1; 0; -1\}$.
2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-3; -5; -2\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{1; 1; 1\}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 2; 5\}$ и $\vec{b} = \{-3; 3; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 611$. Найти ординату вектора \vec{x} .
4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -3; 3)$, $B(-3; -3; -2)$, $C(-2; -3; 1)$. Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.
5. Даны 4 точки $A(2; 2; 2)$, $B(-1; -3; -2)$, $C(2; -2; 0)$, $D(3; 0; 1)$. Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.
6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{4; 3; 1\}$, $\vec{b} = \{1; -2; 0\}$, $\vec{c} = \{-1; -3; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{1; -17; 9\}$ относительно этого базиса.
7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -4; 4\}$, $\vec{b} = \{-4; -2; 5\}$ и $\vec{c} = \{0; 5; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 22$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -15$.
8. Найти значение скалярного произведения $(-4\vec{u} + 4\vec{v})(2\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$, $\vec{v} = -4\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 4$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.1$.
9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -3 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}.$$
10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(0, -1)$, $B(-1, 3)$, $C(3, 4)$ и $D(p, 1)$ прямоугольная?
11. При каком значении параметра p точки $A(-2, -3, -3)$, $B(-4, -3, 0)$, $C(4, -1, -2)$ и $D(-2, -3, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 91

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{3; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{-3; -2; 1\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 5; -2\}$, $\vec{b} = \{0; \beta; -3\}$, $\vec{c} = \{-1; 2; -3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 3; -1\}$ и $\vec{b} = \{4; 4; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 770$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; -3; -2)$, $B(0; -3; -1)$, $C(-1; -2; -1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; 2; 2)$, $B(-2; 2; -3)$, $C(3; 1; -3)$, $D(-3; 2; 2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} + \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{0; 3; 2\}$, $\vec{b} = \{2; -3; 0\}$, $\vec{c} = \{3; 1; -2\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{0; 9; 6\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-4; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{4; -4; -5\}$ и $\vec{c} = \{5; -5; 0\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -21$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 15$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 25$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 1\vec{v})(4\vec{u} - 1\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 1\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(5, 5)$, $B(3, 9)$, $C(7, 8)$ и $D(p, 3)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(4, -2, -4)$, $B(4, -3, -5)$, $C(5, 2, 1)$ и $D(p, -5, -2)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 92

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-1; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{1; 1; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; -5; 2\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; 3\}$, $\vec{c} = \{4; 3; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-4; -2; 3\}$ и $\vec{b} = \{3; -3; -4\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 662$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; -1; 3)$, $B(2; 3; 1)$, $C(-1; 1; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(1; -3; 2)$, $B(0; -2; 1)$, $C(-3; -3; 0)$, $D(1; 1; -1)$.

Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-2; 1; 0\}$, $\vec{b} = \{-1; -5; 3\}$, $\vec{c} = \{4; 4; -5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-8; -3; 9\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{2; 0; -2\}$, $\vec{b} = \{3; -4; 2\}$ и $\vec{c} = \{-1; -3; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 2$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 19$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 8$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} - 1\vec{v})(3\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -3\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = \widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$, $\cos \varphi = 0.5$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-5, -5)$, $B(-8, -1)$, $C(-3, -3)$ и $D(-1, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 3, -2)$, $B(-4, -1, -4)$, $C(-4, 0, -2)$ и $D(1, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 93

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -2$, $\beta = 2$, $\vec{a} = \{-3; 1; 3\}$, $\vec{b} = \{0; -2; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{-5; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{1; 3; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 1; 5\}$ и $\vec{b} = \{4; 2; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 350$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 2; 2)$, $B(-2; 3; -3)$, $C(1; 2; -2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 1; 3)$, $B(1; 3; -2)$, $C(2; -2; -1)$, $D(-2; -2; 3)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -3\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-1; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{-3; 1; 0\}$, $\vec{c} = \{0; 1; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-12; -1; 3\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{4; -2; 5\}$, $\vec{b} = \{-5; 2; 5\}$ и $\vec{c} = \{5; 1; 3\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 29$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -1$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 16$.

8. Найти значение скалярного произведения $(3\vec{u} + 4\vec{v})(4\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 1\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-3, 3)$, $B(-5, 7)$, $C(1, 8)$ и $D(9, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, -5, 1)$, $B(0, 1, 5)$, $C(-1, -4, 2)$ и $D(-2, -5, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 94

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{-1; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; -2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-2; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{-3; \beta; -2\}$, $\vec{c} = \{-3; -2; -5\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{5; 1; -2\}$ и $\vec{b} = \{-3; -1; -1\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 134$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(3; 2; -3)$, $B(1; 1; -1)$, $C(2; -3; 0)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; 1; 3)$, $B(3; -3; 2)$, $C(2; 3; -1)$, $D(-1; 2; -1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{4AB} - \overrightarrow{4CD}|$, б) $(\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD})$, в) $[\overrightarrow{4AB}, -\overrightarrow{4CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -2; 3\}$, $\vec{b} = \{-3; 4; 5\}$, $\vec{c} = \{-3; -2; 0\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-21; 4; 15\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-2; -3; 0\}$, $\vec{b} = \{3; 5; 4\}$ и $\vec{c} = \{-2; 4; -5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 14$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -11$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -29$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} - 2\vec{v})(1\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 4\vec{b}$, $\vec{v} = 4\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 6 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(2, 4)$, $B(1, 8)$, $C(5, 9)$ и $D(10, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(2, 4, -2)$, $B(2, 2, 0)$, $C(4, 1, 0)$ и $D(p, 0, -3)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 95

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-2; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{-2; -1; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{4; 2; 3\}$, $\vec{b} = \{5; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{1; 1; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 2; -4\}$ и $\vec{b} = \{1; -2; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 381$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(1; 2; 2)$, $B(3; 3; -2)$, $C(-3; 2; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; -1; 0)$, $B(3; -3; -1)$, $C(3; 2; 1)$, $D(-2; 3; -3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{1; -2; -4\}$, $\vec{b} = \{5; 5; 2\}$, $\vec{c} = \{-1; 5; 4\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-25; -16; -10\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; -2; 0\}$, $\vec{b} = \{3; 0; 1\}$ и $\vec{c} = \{-2; -1; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 7$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 9$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-1\vec{u} + 2\vec{v})(4\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = 4\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(2, -3)$, $B(1, 1)$, $C(5, 2)$ и $D(p, -1)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(1, 5, 2)$, $B(2, -5, 0)$, $C(-1, 2, 4)$ и $D(-2, p, -1)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 96

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-3; -1; -1\}$, $\vec{b} = \{3; 0; -3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; 5; -1\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{-3; 3; 2\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{0; -3; -1\}$ и $\vec{b} = \{-2; 5; -2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oz)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 161$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(2; -3; 2)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -3; -3)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 2; -3)$, $B(0; 1; 3)$, $C(3; -3; -1)$, $D(-1; -2; 1)$.

Вычислить: а) $|-3\overrightarrow{AB} - 4\overrightarrow{CD}|$, б) $(-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD})$, в) $[-3\overrightarrow{AB}, -4\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{3; -3; -1\}$, $\vec{b} = \{-4; -1; 5\}$, $\vec{c} = \{2; 4; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-11; -2; -11\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; 2; -1\}$, $\vec{b} = \{3; 4; 4\}$ и $\vec{c} = \{4; 0; 4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 15$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 17$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -4$.

8. Найти значение скалярного произведения $(1\vec{u} - 1\vec{v})(2\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = 2\vec{a} + 2\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.9$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 4)$, $B(-6, 8)$, $C(0, 7)$ и $D(p, 2)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(-5, 5, 4)$, $B(4, 4, 0)$, $C(0, 4, -4)$ и $D(-4, 0, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 97

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\vec{a} = \{3; -2; -1\}$, $\vec{b} = \{1; 3; 2\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{3; -2; 4\}$, $\vec{b} = \{-2; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{2; 2; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -4; 0\}$ и $\vec{b} = \{-1; 4; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 689$. Найти абсциссу вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 2; 2)$, $B(-3; -2; -1)$, $C(-2; -2; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограмма $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-3; 3; 1)$, $B(1; -1; 3)$, $C(2; -1; -3)$, $D(3; 3; 1)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} + \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{0; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{-5; -1; 5\}$, $\vec{c} = \{-4; 0; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{10; -18; -7\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-5; 5; 3\}$, $\vec{b} = \{4; 0; -5\}$ и $\vec{c} = \{0; 4; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = 44$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -10$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 28$.

8. Найти значение скалярного произведения $(4\vec{u} + 2\vec{v})(-3\vec{u} - 2\vec{v})$, если $\vec{u} = -3\vec{a} - 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.6$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 2)$, $B(-3, 6)$, $C(1, 5)$ и $D(2, p)$. При каком значении параметра p диагонали AC и BD перпендикулярны?

11. При каком значении параметра p точки $A(5, 1, 1)$, $B(4, -3, 3)$, $C(-3, -2, 0)$ и $D(p, 4, 4)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 98

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 2$, $\beta = -3$, $\vec{a} = \{2; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{0; -2; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{1; -4; 2\}$, $\vec{b} = \{2; \beta; 5\}$, $\vec{c} = \{2; -3; 3\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; -4; 2\}$ и $\vec{b} = \{0; -3; -3\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Oy)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 486$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-3; 1; 1)$, $B(-1; -3; -2)$, $C(3; -3; 2)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-1; 1; -3)$, $B(3; -3; -1)$, $C(1; -2; 1)$, $D(3; 0; 3)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{2AB} - \overrightarrow{3CD}|$, б) $(\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD})$, в) $[\overrightarrow{2AB}, -\overrightarrow{3CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{-5; -4; 0\}$, $\vec{b} = \{0; -5; -3\}$, $\vec{c} = \{3; -1; -1\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-8; -23; -11\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{-1; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{4; 3; 2\}$ и $\vec{c} = \{2; 3; -4\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -3$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 8$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -14$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 1\vec{v})(1\vec{u} + 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -4\vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{v} = -2\vec{a} - 3\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 3$, $\varphi = (\vec{a}, \vec{b})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

10. Даны вершины четырехугольника $A(-2, 4)$, $B(-5, 8)$, $C(2, 9)$ и $D(12, p)$. При каком значении параметра p $ABCD$ трапеция?

11. При каком значении параметра p точки $A(-1, 0, 5)$, $B(-1, 3, 1)$, $C(-2, 4, 4)$ и $D(-5, p, 0)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 99

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 3$, $\beta = 3$, $\vec{a} = \{-1; 1; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -3; 0\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{4; -4; 1\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; 0\}$, $\vec{c} = \{-3; 0; -1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 1; -5\}$ и $\vec{b} = \{3; -1; 2\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{z}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 395$. Найти аппликату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; -1; 2)$, $B(-3; -3; -3)$, $C(-1; -3; -3)$. Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(-2; -2; 1)$, $B(-3; -1; -2)$, $C(-1; 3; -1)$, $D(-3; 2; -3)$. Вычислить: а) $|4\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CD}|$, б) $(4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD})$, в) $[4\overrightarrow{AB}, 2\overrightarrow{CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{0; 3; 4\}$, $\vec{b} = \{-1; 3; 3\}$, $\vec{c} = \{0; 1; 5\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{2; 10; 30\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{0; -3; 4\}$, $\vec{b} = \{0; -2; -2\}$ и $\vec{c} = \{-2; 4; 5\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -28$, $(\vec{x}, \vec{b}) = 0$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = -14$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} - 3\vec{v})(-2\vec{u} - 4\vec{v})$, если $\vec{u} = -2\vec{a} - 1\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} - 4\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.3$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(-5, -2)$, $B(-6, 2)$, $C(-2, 3)$ и $D(3, p)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(0, -3, -3)$, $B(4, 1, 3)$, $C(1, -3, 1)$ и $D(-4, -5, p)$ лежат в одной плоскости?

Вариант - 100

1. Для векторов \vec{a} и \vec{b} вычислить $|\alpha\vec{a} + \beta\vec{b}|$, $(\alpha\vec{a}, \beta\vec{b})$ и $[\alpha\vec{a}, \beta\vec{b}]$, если $\alpha = 1$, $\beta = -2$, $\vec{a} = \{-3; -2; -3\}$, $\vec{b} = \{2; 3; 3\}$.

2. Найти значения параметра β , при которых векторы \vec{a} и \vec{b} ортогональны, а векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} компланарны. $\vec{a} = \{-1; 2; 0\}$, $\vec{b} = \{1; \beta; -1\}$, $\vec{c} = \{4; -3; 1\}$.

3. Даны векторы $\vec{a} = \{2; 3; 2\}$ и $\vec{b} = \{-4; 0; -5\}$. $\vec{x} \perp \vec{a}$, $\vec{x} \perp \vec{b}$, $\angle(\vec{x}, Ox)$ тупой и $|\vec{x}|^2 = 373$. Найти ординату вектора \vec{x} .

4. Даны 3 вершины треугольника $A(-2; 3; -1)$, $B(-2; -1; 3)$, $C(3; -2; 1)$.

Вычислить: а) квадрат длины вектора $\overrightarrow{D_1D_2}$, построив треугольник до параллелограммов $ABCD_1$ и ABD_2C , б) координаты точки пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD_1$, в) координаты точки пересечения медиан треугольника ABC , г) координаты вектора с началом в точке C , равного вектору \overrightarrow{BA} , д) работу силы \overrightarrow{AD} на пути $ABCD$.

5. Даны 4 точки $A(3; -2; -2)$, $B(1; -2; -1)$, $C(3; 2; -3)$, $D(-2; 3; -2)$.

Вычислить: а) $|\overrightarrow{3AB} + \overrightarrow{2CD}|$, б) $(\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD})$, в) $[\overrightarrow{3AB}, \overrightarrow{2CD}]$, г) $[\overrightarrow{AD}, [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]]$, д) квадрат площади грани ABC , е) объем тетраэдра $ABCD$, ж) построить тетраэдр до параллелепипеда и найти квадрат длины его диагонали, идущей из вершины A , з) координаты вектора с единичной абсциссой, идущего из вершины D перпендикулярно грани ABC , и) направляющие косинусы вектора \overrightarrow{AD} , к) проекцию вектора \overrightarrow{AB} на CD , л) при каком значении аппликаты точки D все 4 точки лежат в одной плоскости.

6. Доказать, что векторы $\vec{a} = \{2; 3; 0\}$, $\vec{b} = \{2; 0; 5\}$, $\vec{c} = \{5; 2; 3\}$ образуют базис и найти координаты вектора $\vec{d} = \{-13; -10; -22\}$ относительно этого базиса.

7. Найти координаты вектора \vec{x} по известным векторам $\vec{a} = \{5; -3; -2\}$, $\vec{b} = \{5; -3; 3\}$ и $\vec{c} = \{-2; 1; -1\}$, если известны скалярные произведения $(\vec{x}, \vec{a}) = -17$, $(\vec{x}, \vec{b}) = -2$ и $(\vec{x}, \vec{c}) = 1$.

8. Найти значение скалярного произведения $(-3\vec{u} + 2\vec{v})(-1\vec{u} + 3\vec{v})$, если $\vec{u} = 3\vec{a} - 3\vec{b}$, $\vec{v} = -1\vec{a} + 1\vec{b}$ и известны $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 2$, $\varphi = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, $\cos \varphi = 0.7$

9. Вычислить собственные числа и собственные векторы матрицы A .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

10. При каком значении параметра p трапеция $ABCD$ с вершинами $A(3, 4)$, $B(2, 8)$, $C(6, 9)$ и $D(p, 6)$ прямоугольная?

11. При каком значении параметра p точки $A(-2, -4, 4)$, $B(1, -5, 5)$, $C(4, -2, -2)$ и $D(p, 3, -3)$ лежат в одной плоскости?

Библиографический список

1. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике /М:Высшая школа, 1994.–175с.
2. Мироненко, Е.С. Высшая математика /М:Высшая школа,1998.–110с.

Ермолаев Юрий Данилович

Типовой расчет
по векторной алгебре

Сетевое обновляемое электронное учебное пособие

Объем 6.5 п.л.

Электронный формат – pdf

Издательство Липецкого государственного технического университета.

398600 Липецк, ул. Московская, 30.

Информационный портал

ГОУ ВПО ЛГТУ

<http://www.stu.lipetsk.ru>