

1296

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Липецкий государственный технический
университет"

Кафедра высшей математики

Типовой расчет
по теме "Ряды"

Составители Н.Ф.Палинчак, Ю.Д.Ермолаев

Липецк 2005

Оглавление

- Задание 0 Теоретические вопросы и упражнения
- Задание 1 Сумма ряда
- Задание 2 Необходимое условие сходимости
- Задание 3 Признак сравнения (1)
- Задание 4 Признак сравнения (2)
- Задание 5 Признак Даламбера
- Задание 6 Радикальный признак Коши
- Задание 7 Интегральный признак Коши
- Задание 8 Признак Лейбница
- Задание 9 Абсолютная и условная сходимость
- Задание 10 Приложения рядов
- Задание 11 Признак Вейерштрасса
- Задание 12 Область сходимости ряда
- Задание 13 Область сходимости степенного ряда (1)
- Задание 14 Область сходимости степенного ряда (2)
- Задание 15 Ряд Фурье на отрезке $[-\pi; \pi]$
- Задание 16 Ряд Фурье на отрезке $[a; b]$
- Задание 17 Вычисление значений функции
- Задание 18 Вычисление определенных интегралов
- Задание 19 Решение задачи Коши
- Задание 20 Степенной ряд в комплексной области
- Задание 21 Круг сходимости на плоскости

Теоретические вопросы и упражнения

1. Можно ли утверждать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$?
2. Верно ли, что
 - а) если ряд сходится, то его частичные суммы ограничены;
 - б) если частичные суммы ограничены, то ряд сходится?
3. Существует ли ряд, который
 - а) по признаку Даламбера сходится, а по признаку Коши - расходится?
 - б) по признаку Коши сходится, а по Даламберу - расходится?
 - в) по признаку Даламбера сходится, а по интегральному признаку - расходится?
4. Что можно сказать о сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$, если
 - а) ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся;
 - б) ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ расходятся;
 - в) ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ - расходится?
5. Из того, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ сходится, следует ли, что
 - а) оба ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходятся;
 - б) оба ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ расходятся;
 - в) один из рядов $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, а другой - расходится?
6. Привести пример двух рядов, для которых ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + b_n)$ сходится, а ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - b_n)$ расходится.
7. Докажите, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{(n!)^2} = 0$, исследовав на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{(n!)^2}$.
8. Вычислите предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^n}{n^{n^2}}$.

9. Верно ли, что

а) если ряд абсолютно сходится, то он сходится и условно;

б) если ряд сходится условно, то он не сходится абсолютно?

10. Верно ли, что если знакопеременный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ сходится, то $a_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$) монотонно?

11. Верно ли для знакопеременного ряда, что

а) если последовательность a_n монотонна, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ сходится;

б) если $a_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$), то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ сходится;

в) если $a_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$) монотонно, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ сходится условно;

г) если $a_n \rightarrow 0$ ($n \rightarrow \infty$) монотонно, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ сходится;

12. Доказать для знакопеременных рядов следующие утверждения:

а) ряд сходится абсолютно тогда и только тогда, когда сходятся два ряда - ряд из положительных членов и ряд из отрицательных членов;

б) если ряд сходится условно, то расходятся два ряда - ряд из положительных членов и ряд из отрицательных членов;

в) если один из двух рядов (с положительными членами и с отрицательными членами) сходится, а другой расходится, то исходный ряд расходится.

13. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится условно, что можно сказать о сходимости ряда из его положительных членов?

14. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n = \begin{cases} \frac{3^{k-1}}{4^{k-1}}, & n = 2k - 1; \\ \frac{3^{k-1}}{4^k}, & n = 2k. \end{cases}$

15. Доказать, что если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится абсолютно, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} a_n$ сходится абсолютно.

16. Доказать, что если ряды $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n^2$ сходятся абсолютно, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot b_n$ сходится абсолютно.

17. Существует ли степенной ряд, для которого верно следующее утверждение:

а) на обоих концах интервала сходимости ряд расходится;

б) на обоих концах интервала сходимости ряд сходится абсолютно;

в) на одном конце интервала сходимости ряд сходится условно, а на другом - абсолютно;

г) на одном конце интервала сходимости ряд сходится абсолютно, а на другом расходится;

д) на одном конце интервала сходимости ряд сходится условно, а на другом расходится.

18. Может ли интервал сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot x^n$ быть таким:

а) $(-2; 0)$ б) $(-\infty; \infty)$ в) $(-4; 4)$ г) $(-3; 1)$

19. Известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot (x-3)^n$ в точке $x=2$ сходится абсолютно.

Что можно сказать о сходимости этого ряда в точках

а) $x=3.5$ б) $x=4$ в) $x=5$?

20. Известно, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot (x-3)^n$ в точке $x=2$ расходится. Что можно сказать о сходимости этого ряда в точках

а) $x=3.5$ б) $x=4$ в) $x=5$?

21. Чем отличаются разложения одной и той же функции в ряд Фурье на отрезках $[-\pi; \pi]$ и $[0; 2\pi]$?

22. Можно ли разложить в ряд Фурье на отрезке $[-3; 3]$ функцию, которая непрерывна на отрезке $[-4; 5]$?
23. Можно ли разложить в ряд Фурье кусочно-непрерывную функцию?
24. Сформулируйте теорему Дирихле.
25. Можно ли считать разложение функции в ряд Фурье на данном отрезке единственным?
26. Можно ли четную функцию разложить в ряд Фурье по синусам?
27. Можно ли нечетную функцию разложить в ряд Фурье по косинусам?
28. Зависит ли скорость сходимости ряда Фурье к функции $f(x)$ от длины отрезка, на котором происходит разложение функции?
29. Какие ограничения накладываются на функцию $f(x)$ при преобразовании Фурье?
30. Если функция $f(x)$ задана на отрезке $[a; b]$, можно ли найти ее преобразование Фурье?

Задания

1. Вычислить сумму ряда

$$1.1. \sum_{n=9}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 14n + 48}$$

$$1.2. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n} \right)$$

$$1.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{16n^2 - 8n - 3}$$

$$1.4. \sum_{n=8}^{\infty} \frac{4}{n^2 - 12n + 35}$$

$$1.5. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 3n + 2}$$

$$1.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + 2n}}$$

$$1.7. \sum_{n=7}^{\infty} \frac{6}{n^2 - 10n + 24}$$

$$1.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2 + 5n - 6}$$

$$1.9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{5^n} \right)$$

$$1.10. \sum_{n=6}^{\infty} \frac{8}{n^2 - 8n + 15}$$

$$1.11. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2}{n^2 + 5n + 6}$$

$$1.12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{\sqrt{n^2 - 1}}$$

$$1.13. \sum_{n=5}^{\infty} \frac{10}{n^2 - 6n + 8}$$

$$1.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{36n^2 - 24n - 5}$$

$$1.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3^n} + \frac{1}{5^n} \right)$$

$$1.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{n^2 - 4n + 3}$$

$$1.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10}{n^2 + 7n + 12}$$

$$1.18. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{16}{n^2 + 4n + 3}$$

$$1.19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}}{\sqrt{n^2 + 3n + 2}}$$

$$1.20. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{72}{n^2 + 6n + 8}$$

2. Доказать расходимость ряда, используя
необходимое условие сходимости

$$2.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} + 1}{2^n}$$

$$2.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}$$

$$2.3. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n$$

$$2.4. \sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{n+2}$$

$$2.5. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{3n+4}{5n+1}}$$

$$2.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^3-2}{3n^3+4}\right)^{n^3}$$

$$2.7. \sum_{n=1}^{\infty} (n^2+2) \ln \frac{n^2+1}{n^2}$$

$$2.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{\sqrt{n^2+2n+4}}$$

$$2.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n+2}{3^{n+1}}$$

$$2.10. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{\sqrt{n}}$$

$$2.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)! + (n+3)!}{(n+1)!(n^2+1)}$$

$$2.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{n}\right)^2$$

$$2.13. \sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \operatorname{arctg} \frac{n+2}{n^2}$$

$$2.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2^n+5}\right)$$

$$2.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{n+3} \arcsin \frac{1}{n^2+2}$$

$$2.16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{n+1}\right)^{2n}$$

$$2.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2+5n-4}{3n^2+n+1}$$

$$2.18. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2+n})$$

$$2.19. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)! - 2n!}{(n+1)! + n!}$$

$$2.20. \sum_{n=0}^{\infty} n^2 (\ln(n^2+1) - 2 \ln n)$$

**3. Исследовать ряд на сходимость
с помощью признака сравнения**

3.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3 + 2}$

3.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{3^n}$

3.3. $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^2 - 2}}$

3.4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{2^n}$

3.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \cos n}{n^2 + 2}$

3.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n + 1)^2}{n^3}$

3.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n - 1}$

3.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 1)3^n}$

3.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2 + 1}$

3.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6 + 4 \cdot (-1)^n}{3^n}$

3.11. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 3}$

3.12. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n^5 - 1}}$

3.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n^2}{n(n + 1)(n + 2)}$

3.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5 + 3 \cdot (-1)^n}{2^n}$

3.15. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2 + \cos n}{\sqrt[4]{n^4 - 1}}$

3.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n^2 + 1)5^n}$

3.17. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n - 1}{n^3 - 1}$

3.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2(2 + \sin n)}$

3.19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 + 2 \cdot (-1)^n}{7^n}$

3.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$

**4. Исследовать ряд на сходимость
с помощью признака сравнения**

$$4.1. \sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

$$4.2. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$4.3. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+5}{n^2+4}$$

$$4.4. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n^2-1})$$

$$4.5. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$$

$$4.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+3n^2+5}{n^5\sqrt{n^{16}+n^4+1}}$$

$$4.7. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{n^3}$$

$$4.8. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+5} - \sqrt{n})$$

$$4.9. \sum_{n=2}^{\infty} \ln \frac{n^2+3}{n^2-n}$$

$$4.10. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\sqrt{n} - \sqrt[3]{n})}$$

$$4.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+4}} \cdot \sin \frac{1}{n+1}$$

$$4.12. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+1} - n)$$

$$4.13. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2-n+2}$$

$$4.14. \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[3]{(n+1)^2} - \sqrt[3]{(n-1)^2})$$

$$4.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}+2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{n+3}{n^2+5}$$

$$4.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n - \sqrt[4]{9n^6+1}}{\sqrt[3]{n} - 9n^2}$$

$$4.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$4.18. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^3+2}{n^3+1}$$

$$4.19. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{n} \left(1 - \cos \frac{1}{n+1}\right)$$

$$4.20. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \arcsin \frac{1}{n^2}$$

5. Исследовать ряд на сходимость
с помощью признака Даламбера

$$5.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$$

$$5.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

$$5.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n+3}{2^n}$$

$$5.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+n+4}{n!}$$

$$5.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n!)^2}$$

$$5.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$$

$$5.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+1)!}{(2n)!}$$

$$5.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{5^n}$$

$$5.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!3^n}{n^n}$$

$$5.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot 7 \cdot 10 \cdots (3n+4)}{2 \cdot 6 \cdot 10 \cdots (4n+2)}$$

$$5.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \cdot \operatorname{arctg} \frac{5}{n}$$

$$5.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n(n-1)!}$$

$$5.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{3^n \cdot n!}$$

$$5.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{10}}{(n+1)!}$$

$$5.10. \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$5.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!}$$

$$5.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdots (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdots (2n+5)}$$

$$5.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n+2)!}{10^n \cdot n^2}$$

$$5.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n!} \cdot \sin \frac{2}{3^n}$$

$$5.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n! \cdot 2^n}$$

6. Исследовать ряд на сходимость с помощью радикального признака Коши

$$6.1. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}$$

$$6.2. \sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \left(\frac{2}{n+1} \right)$$

$$6.3. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}$$

$$6.4. \sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \left(\frac{n+2}{n+3} \right)^{n^2}$$

$$6.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^n}$$

$$6.6. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+5}{2n-1} \right)^n$$

$$6.7. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{10n+5} \right)^{n^2}$$

$$6.8. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n \sin \frac{1}{4^n}$$

$$6.9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{n} \right)^n$$

$$6.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{2n+1} \right)^{n^2-n}$$

$$6.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(2n+1)^n}$$

$$6.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+5}{n^2+6} \right)^{n^3}$$

$$6.13. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+2} \right)^n$$

$$6.14. \sum_{n=1}^{\infty} \sin^{2n} \left(\frac{\pi}{3n} \right)$$

$$6.15. \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$$

$$6.16. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{3n-1} \right)^{n^2}$$

$$6.17. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^{n^2+4n+5}$$

$$6.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+3+5+\dots+(2n-1))^n}$$

$$6.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{6n+1}{5n-3} \right)^{\frac{n}{2}} \left(\frac{5}{6} \right)^{\frac{2n}{3}}$$

$$6.20. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{4^n}$$

7. Исследовать ряд на сходимость

с помощью интегрального признака

$$7.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{1 + e^{2n}}$$

$$7.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{25n^2 + 1}$$

$$7.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{1 + n^6}$$

$$7.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(3n)}{1 + 9n^2}$$

$$7.5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt[3]{\ln n}}$$

$$7.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 1}}$$

$$7.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 4n}{n^3 + 2n^2 + 5}$$

$$7.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \cos \frac{1}{n}$$

$$7.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{5n + 3}}$$

$$7.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{9n^2 + 16}$$

$$7.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2}{n^6 + 9}$$

$$7.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n + 7}{2n^2 + 7n - 3}$$

$$7.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{2}{n}$$

$$7.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n + 1) \ln^3(n + 1)}$$

$$7.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^2 + 4}}$$

$$7.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\sqrt[3]{2n - 1}}$$

$$7.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \left(2 + \cos \frac{1}{n} \right)$$

$$7.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{2 + 2n^2}$$

$$7.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n^2 + 10}{\sqrt{(n^3 + 5n - 2)^3}}$$

$$7.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot e^{1/n}$$

8. Исследовать ряд на сходимость

с помощью признака Лейбница

$$8.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{n^3 + 2}$$

$$8.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3}$$

$$8.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \ln^2 n}{n}$$

$$8.4. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{n}$$

$$8.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln 3n}$$

$$8.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^3}{3n^2 - 1}$$

$$8.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2}{n^3 + 3}$$

$$8.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln \left(1 + \frac{2}{n} \right)$$

$$8.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 2^n}$$

$$8.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$8.11. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^4 - 2n^2 + 5}$$

$$8.12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{3}{n+1}$$

$$8.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n-1}{3n}$$

$$8.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{5} \right)^n$$

$$8.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$$

$$8.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 4n + 3}$$

$$8.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{\sqrt{n^3}}$$

$$8.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \sin \frac{\pi}{2^n}$$

$$8.19. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{n^2} \right)$$

$$8.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$$

9. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимости

$$9.1. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{3n+1}{3n+2} \right)^{n^2}$$

$$9.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}$$

$$9.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^3+2n}$$

$$9.4. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$$

$$9.5. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{3n+1}{3n-2} \right)^{5n+2}$$

$$9.6. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \left(\frac{3}{n} \right)^n$$

$$9.7. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+3}{n^2+2n-1}$$

$$9.8. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n^2}{n^4+3}$$

$$9.9. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n\sqrt{\ln n}}$$

$$9.10. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{n} \right)$$

$$9.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(n+1)}{\sqrt{n^3}}$$

$$9.12. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(\ln n)^n}$$

$$9.13. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n^3+n-1}$$

$$9.14. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \ln 2n}$$

$$9.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n^2+4n+1}}$$

$$9.16. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n}{2n-1} \right)^n$$

$$9.17. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2 2^n}{3^n + 1}$$

$$9.18. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arctg} n}{\sqrt{n}}$$

$$9.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-n)^n}{(2n)!}$$

$$9.20. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n^2+5}{n^2+6} \right)^{n^3}$$

10. Сколько членов ряда нужно взять, чтобы вычислить его сумму с точностью до 0.001?

$$10.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-2}}{n^3}$$

$$10.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+3}}{n \cdot 2^n}$$

$$10.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n\sqrt{2^n}}$$

$$10.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+5}}{n\sqrt{n}}$$

$$10.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2\sqrt{n}}$$

$$10.6. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \ln n}$$

$$10.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+4}}{5n+2}$$

$$10.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+6}}{n^2+4}$$

$$10.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+14}}{4n+1}$$

$$10.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+7}}{n^2+5}$$

$$10.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-7}}{n^2+5n}$$

$$10.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+5}}{n^2-2n+2}$$

$$10.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-4}}{n^3+n}$$

$$10.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+3}}{n^3+2n^2}$$

$$10.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-6}}{n^2+4n+5}$$

$$10.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+8}}{n^2+6n+10}$$

$$10.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-2}}{n^2\sqrt{n}}$$

$$10.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+3}}{n\sqrt[3]{n}+4}$$

$$10.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n^3+8}}$$

$$10.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+9}}{\sqrt{n^3+n}}$$

11. Пользуясь признаком Вейерштрасса, доказать
равномерную сходимость функционального ряда

в указанном промежутке

- | | |
|---|--|
| 11.1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 e^{n^2 x^2}}, (-\infty; +\infty)$ | 11.2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n 3^n}, [-2; 2]$ |
| 11.3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^4 + 1}, (-\infty; +\infty)$ | 11.4. $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n}, (-0, 2; 0, 75)$ |
| 11.5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2^{2n} + (n+1)x}}, [0; +\infty)$ | 11.6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\pi - x) \cos^2 nx}{\sqrt[5]{n^7 + 1}}, [0; \pi]$ |
| 11.7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} nx}{x^4 + n \sqrt[3]{n}}, (-\infty; +\infty)$ | 11.8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1) \sin^2 nx}{n \sqrt{n+1}}, [-3; 0]$ |
| 11.9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cdot \sin \frac{x}{n}, (-\infty; +\infty)$ | 11.10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}, [-1; 1]$ |
| 11.11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 nx}{n^4 + x}, [0; +\infty)$ | 11.12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x)^n}{n \sqrt{n+x}}, [0; 0, 5]$ |
| 11.13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{n^3 + e^{nx}}, (-\infty; +\infty)$ | 11.14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{(3n+1)3^n}, [-1; 3]$ |
| 11.15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 2nx}{\sqrt[3]{n^4 + x^2}}, (-\infty; +\infty)$ | 11.16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n \cos^2 nx}{\sqrt{n^3 + x^4}}, [-3; -1]$ |
| 11.17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 x^2}}{1 + n^2}, (-\infty; +\infty)$ | 11.18. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+2)^3 (2x)^{2n}}{x^2 + 3n + 4}, [-\frac{1}{4}; \frac{1}{4}]$ |
| 11.19. $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{-n} \cos \pi n x, (-\infty; +\infty)$ | 11.20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+x)^2}, [0; +\infty)$ |

12. Найти область сходимости функционального ряда

$$12.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2(x+1)^n}$$

$$12.2. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-nx}$$

$$12.3. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-nx^2}$$

$$12.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \ln^n(x^2+2)$$

$$12.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{nx}}{n^x}$$

$$12.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{x^n}$$

$$12.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg}^n x}{n^2}$$

$$12.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n(n^2 + 1)}$$

$$12.9. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3-x^2}{n}\right)^n$$

$$12.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n} \operatorname{tg}^{2n} x$$

$$12.11. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3} \ln\left(1 + \frac{x}{n}\right)\right)^n$$

$$12.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n(x^2 - 5x + 10)^n}$$

$$12.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^n x}{n^3}$$

$$12.14. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x^2}{n} + x\right)^n$$

$$12.15. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 \cdot \left(\frac{2x-3}{4}\right)^n$$

$$12.16. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n+2}{n}} \left(\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 6}\right)^n$$

$$12.17. \sum_{n=1}^{\infty} (5-x^2)^n$$

$$12.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$$

$$12.19. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2}\right)^n \left(e^{\frac{x}{n}} - 1\right)^n$$

$$12.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$$

13. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его сходимость на концах интервала

$$13.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{2n+1}$$

$$13.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^5 x^{2n}}{2n+1}$$

$$13.3. \sum_{n=1}^{\infty} (-2)^n x^{2n}$$

$$13.4. \sum_{n=1}^{\infty} n x^n$$

$$13.5. \sum_{n=1}^{\infty} (3x)^{2n}$$

$$13.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n x^n}{\sqrt{2n}}$$

$$13.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{3^n}$$

$$13.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}$$

$$13.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

$$13.10. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n x^n$$

$$13.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 x^{2n-1}}{(n+2)!}$$

$$13.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2+1}$$

$$13.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n x^{3n}}{(4n-1)^3}$$

$$13.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n \sqrt[3]{n}}$$

$$13.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(4n-1)2^n}$$

$$13.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (3x)^n}{n^2}$$

$$13.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{3^n (n+1)^{1,5}}$$

$$13.18. \sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n$$

$$13.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{n+1} x^{2n}}{n!}$$

$$13.20. \sum_{n=1}^{\infty} \operatorname{tg}^n \left(\frac{\pi}{4} + \frac{1}{n}\right) x^n$$

14. Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать его сходимость на концах интервала

$$14.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$14.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \cdot 9^n}$$

$$14.3. \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \left(\frac{x+3}{3}\right)^n$$

$$14.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^{2n+1}}{3n+8}$$

$$14.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^n}{3^n}$$

$$14.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^{2n-1}}{(2n^2-5n)4^n}$$

$$14.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x-3)^n}{(n+1)5^n}$$

$$14.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(x-2)^{2n}}{2n}$$

$$14.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \left(\frac{x-1}{3}\right)^n$$

$$14.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3(x-2)^{2n-1}}{(n+3)!}$$

$$14.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(x-3)^n}{(n^4+1)^2}$$

$$14.12. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n-1}{2n}\right)^n (x+1)^{2n}$$

$$14.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x+3)^n}{(3n-1)2^n}$$

$$14.14. \sum_{n=1}^{\infty} 3^n(n^3+2)(x-1)^{2n}$$

$$14.15. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n (x+2)^n$$

$$14.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3(x+4)^{2n+1}}{(n+1)!}$$

$$14.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n(x+6)^n}{(n+3)\ln(n+3)}$$

$$14.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-2)^3(x+3)^{2n}}{2n+3}$$

$$14.19. \sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n^4+3}{n^3+4n}} (x+2)^n$$

$$14.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{2n}}{3^n+2^n}$$

15. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[-\pi, \pi]$

15.1. $f(x) = 2x + 3$

15.2. $f(x) = 6 - 4x$

15.3. $f(x) = 4 - 2x$

15.4. $f(x) = 2x + 6$

15.5. $f(x) = 3x + 1$

15.6. $f(x) = 1 - 3x$

15.7. $f(x) = 5 - 3x$

15.8. $f(x) = 4x + 2$

15.9. $f(x) = x + 5$

15.10. $f(x) = 8 + x$

Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье на отрезке $[0, 2\pi]$

15.11. $f(x) = 2x - 2$

15.12. $f(x) = -2 - 2x$

15.13. $f(x) = 2x - 4$

15.14. $f(x) = 3 + 4x$

15.15. $f(x) = 1 + 3x$

15.16. $f(x) = 5x - 1$

15.17. $f(x) = 3 + x$

15.18. $f(x) = 2 - 5x$

15.19. $f(x) = 3x - 5$

15.20. $f(x) = 1 - 7x$

16. Разложить функцию в ряд Фурье по синусам и по косинусам на данном отрезке

16.1. $f(x) = 1, x \in [3; 4]$

16.2. $f(x) = 3.5, x \in [-4; -3]$

16.3. $f(x) = 2, x \in [2; 4]$

16.4. $f(x) = 2.5, x \in [-8; -4]$

16.5. $f(x) = 3, x \in [4; 6]$

16.6. $f(x) = 6, x \in [1; 2]$

16.7. $f(x) = 4, x \in [-3; -2]$

16.8. $f(x) = 7, x \in [2; 6]$

16.9. $f(x) = 3, x \in [-4; -2]$

16.10. $f(x) = 8, x \in [5; 6]$

16.11. $f(x) = 2, x \in [-5; -4]$

16.12. $f(x) = 9, x \in [-8; -6]$

16.13. $f(x) = 1.5, x \in [3; 6]$

16.14. $f(x) = 10, x \in [-6; -5]$

16.15. $f(x) = 2.5, x \in [2; 3]$

16.16. $f(x) = 8.5, x \in [-7; -6]$

16.17. $f(x) = 3.5, x \in [4; 8]$

16.18. $f(x) = 6.5, x \in [-1; 2]$

16.19. $f(x) = 4.5, x \in [-6; -2]$

16.20. $f(x) = 9.5, x \in [-2; 1]$

17. Вычислить значение данной функции при помощи ряда Маклорена с точностью до 0.001

- | | |
|---|--|
| 17.1. $f(x) = \sqrt[10]{x}$ при $x = 2$ | 17.2. $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{6}\right)$ при $x = 2$ |
| 17.3. $f(x) = \ln(1+x)$ при $x = 0.4$ | 17.4. $f(x) = \sin 2x$ при $x = 4^\circ$ |
| 17.5. $f(x) = \ln(1+x)$ при $x = 0.3$ | 17.6. $f(x) = \cos 4x$ при $x = 5^\circ$ |
| 17.7. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ при $x = 0.5$ | 17.8. $f(x) = \sin 3x$ при $x = 2^\circ$ |
| 17.9. $f(x) = \sqrt[3]{x}$ при $x = 30$ | 17.10. $f(x) = \cos 5x$ при $x = 2^\circ$ |
| 17.11. $f(x) = \sqrt[4]{x}$ при $x = 86$ | 17.12. $f(x) = e^{1-x}$ при $x = 0.2$ |
| 17.13. $f(x) = \sqrt[5]{x}$ при $x = 30$ | 17.14. $f(x) = \operatorname{ch} x$ при $x = 0.5$ |
| 17.15. $f(x) = \operatorname{arctg}(0.1x)$
при $x = 5$ | 17.16. $f(x) = \operatorname{sh} x$ при $x = \frac{1}{3}$ |
| 17.17. $f(x) = \arcsin x$ при $x = 0.2$ | 17.18. $f(x) = \ln(1-x)$ при $x = 0.1$ |
| 17.19. $f(x) = \operatorname{arctg} x$ при $x = 0.25$ | 17.20. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ при $x = 0.2$ |

18. Вычислить определенный интеграл с точностью до 0.001 при помощи разложения подынтегральной функции в ряд

- | | |
|---|---|
| 18.1. $\int_{0.2}^{0.8} \frac{dx}{1+x^3}$ | 18.2. $\int_0^{0.75} \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ |
| 18.3. $\int_{-0.4}^0 \sin \frac{5x^2}{2} dx$ | 18.4. $\int_{-0.5}^{-0.25} \frac{\sin 2x}{x} dx$ |
| 18.5. $\int_{-2/3}^{-1/3} \frac{1 - \cos 3x}{x} dx$ | 18.6. $\int_{-0.75}^0 \cos \frac{4x^2}{3} dx$ |
| 18.7. $\int_{-0.3}^0 \cos \frac{10x^2}{3} dx$ | 18.8. $\int_{-0.4}^{-0.2} \frac{\ln(1-2x^3) dx}{x}$ |
| 18.9. $\int_{-0.2}^0 e^{-5x^2} dx$ | 18.10. $\int_0^{0.16} e^{-\sqrt{x}} dx$ |
| 18.11. $\int_{-1/2}^0 \operatorname{arctg} x^2 dx$ | 18.12. $\int_{-0.5}^{-0.2} \frac{\ln(1-x^2) dx}{x}$ |
| 18.13. $\int_0^{0.1} \frac{dx}{\sqrt[3]{8+x^3}}$ | 18.14. $\int_0^{0.5} e^{-x^2} dx$ |

$$\begin{array}{ll}
18.15. \int_{-1}^1 \sin x^2 dx & 18.16. \int_0^{3/4} \operatorname{arctg} x^2 dx \\
18.17. \int_{-0.2}^0 \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}} & 18.18. \int_0^1 \cos \sqrt{2x} dx \\
18.19. \int_0^{0.5} \sin \sqrt{3x} dx & 18.20. \int_0^{0.4} \frac{xdx}{1+e^{-x^3}}
\end{array}$$

19. Представить решение задачи Коши в виде ряда

- 19.1. $y'' + y = 4xe^x$, $y(0) = -2$, $y'(0) = 0$
- 19.2. $y'' + y = 4 \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
- 19.3. $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$, $y(0) = 5.2$, $y'(0) = 7.8$
- 19.4. $y'' + 2y' - 3y = 48x^2e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1.5$
- 19.5. $y'' + 4y' + y = 32xe^{2x}$, $y(0) = -1$, $y'(0) = 1$
- 19.6. $y'' - y = 2e^x - x^2$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 1$
- 19.7. $y'' + 3y' + 2y = 4 \sin 3x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$
- 19.8. $y'' + 3y' + 2y = 2 \cos 3x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$
- 19.9. $y'' + 9y = 6 \cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3$
- 19.10. $y'' - y' = (x - 2)e^x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
- 19.11. $y'' + 4y = 4(\sin 2x + \cos 2x)$, $y(\pi) = \pi$, $y'(\pi) = 2\pi$
- 19.12. $y'' - 6y' + 9y = x^2 - x + 3$, $y(0) = 4/3$, $y'(0) = 1/27$
- 19.13. $y'' - 2y' + 10y = 10x^2 + 18x + 6$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 3.2$
- 19.14. $y'' - 2y' = e^x(x^2 + x - 3)$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$
- 19.15. $y'' + 4y = \sin^2 x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$
- 19.16. $y'' + 4y = x \cos x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$
- 19.17. $y'' + y = x \sin 2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$
- 19.18. $y'' + y = (2 - x) \cos 2x$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$
- 19.19. $y'' + 9y = 3 \cos 3x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
- 19.20. $y'' - 4y = xe^{2x}$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 8$

20. Представить функцию $w = f(z)$ комплексной переменной z в виде степенного ряда. Используя полученное представление, найти сумму полученного ряда при $z = z_0$

20.1.	$f(z) = \cos iz; z_0 = -\frac{\pi i}{6}$	20.2.	$f(z) = e^{-iz/3}; z_0 = -\frac{3\pi}{2}$
20.3.	$f(z) = \cos i\pi z; z_0 = -\frac{i}{6}$	20.4.	$f(z) = \sin 2iz; z_0 = -\frac{\pi i}{6}$
20.5.	$f(z) = \sin iz; z_0 = -\frac{\pi i}{3}$	20.6.	$f(z) = \cos 2iz; z_0 = \frac{\pi i}{12}$
20.7.	$f(z) = \sin \frac{\pi iz}{2}; z_0 = -\frac{2i}{3}$	20.8.	$f(z) = \cos \frac{iz}{3}; z_0 = -\frac{\pi i}{2}$
20.9.	$f(z) = e^{-iz}; z_0 = -\frac{\pi}{2}$	20.10.	$f(z) = e^{-iz/2}; z_0 = \pi$

Найти сумму ряда, используя разложения в степенной ряд соответствующих функций комплексной переменной

20.11.	$1 + \frac{\pi}{2}i - \frac{\pi^2}{2^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!} + \frac{\pi^4}{2^4 \cdot 4!} + \dots$
20.12.	$1 + \frac{\pi^2}{2!} + \frac{\pi^4}{4!} + \frac{\pi^6}{6!} + \dots$
20.13.	$1 - \frac{\pi}{3}i - \frac{\pi^2}{3^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{3^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^4}{3^4 \cdot 4!} + \dots$
20.14.	$1 + \frac{\pi}{6}i - \frac{\pi^2}{6^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{6^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^4}{6^4 \cdot 4!} + \dots$
20.15.	$1 - \frac{\pi}{4}i - \frac{\pi^2}{4^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{4^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^4}{4^4 \cdot 4!} + \dots$
20.16.	$\frac{\pi}{2}i + \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^5}{2^5 \cdot 5!}i + \frac{\pi^7}{2^7 \cdot 7!}i + \dots$
20.17.	$1 - \frac{\pi}{2}i - \frac{\pi^2}{2^2 \cdot 2!} + \frac{\pi^3}{2^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^4}{2^4 \cdot 4!} + \dots$
20.18.	$1 + \frac{\pi}{3}i - \frac{\pi^2}{3^2 \cdot 2!} - \frac{\pi^3}{3^3 \cdot 3!}i + \frac{\pi^4}{3^4 \cdot 4!} + \dots$
20.19.	$2i + \frac{2^3 \cdot i}{3!} + \frac{2^5 \cdot i}{5!} + \frac{2^7 \cdot i}{7!} + \frac{2^9 \cdot i}{9!} + \dots$
20.20.	$1 + \frac{2^3}{2!} + \frac{2^4}{4!} + \frac{2^6}{6!} + \frac{2^8}{8!} + \dots$

21. Найти круг сходимости степенного ряда

на комплексной плоскости

$$21.1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 2i)^{2n}}{n^2}$$

$$21.2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2i)^n}{n\sqrt{n}}$$

$$21.3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 1 - i)^n}{n^3}$$

$$21.4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2 + i)^n}{n^2\sqrt{n}}$$

$$21.5. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 3i)^{2n}}{n^2}$$

$$21.6. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{\sqrt{n^3}}$$

$$21.7. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 2 + i)^{3n}}{n^{2.5}}$$

$$21.8. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2 - i)^n}{n}$$

$$21.9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 3 - 4i)^n}{n^{3/2}}$$

$$21.10. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2)^{2n-1}}{n\sqrt[3]{n}}$$

$$21.11. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 4 + i)^{2n+2}}{n}$$

$$21.12. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i + 2)^{n+3}}{\sqrt{n^5}}$$

$$21.13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 4i)^{n+2}}{n}$$

$$21.14. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2i + 3)^{n-1}}{n + \sqrt{n}}$$

$$21.15. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^{2n+2}}{(n^2 + 2n)3^n}$$

$$21.16. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i + 5)^{n+3}}{n + \sqrt{n^5}}$$

$$21.17. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 4)^{n-2}}{n^3 + 3n + 3}$$

$$21.18. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2i + 2)^{n+5}}{2n + \sqrt{n^3}}$$

$$21.19. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 3i)^{3n+2}}{n \cdot 2^n}$$

$$21.20. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{n \cdot 2^n}$$

УДК 512.62

П142

Методические указания и задания к типовому расчету по теме

"Ряды" [Текст] / Сост.: Н.М.Палинчак, Ю.Д.Ермолаев. – Липецк: ЛГТУ, 2005. – 26с.

Методические указания и задания к типовому расчету предназначены для студентов технических специальностей.

Рецензент Ярославцева В.Я.

Редактор Т.М.Курьянова