114

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра высшей математики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И ЗАДАНИЯ
к типовому расчету « Линейная, векторная алгебра и аналитическая геометрия»

Составители Ю.И.Зубко, В.Н.Скворцов, В.М.Тюрин

Липецк 2005

УДК 512.5 + 514.12
З-913
Методические указания и задания к типовому расчету « Линейная, векторная алгебра и аналитическая геометрия» [Текст] /Сост.: Ю.И.Зубко, В.Н.Скворцов, В.М.Тюрин. Липецк: ЛГТУ, 2005. - 40 с.

Настоящие задания предназначены для организации индивидуальной самостоятельной работы студентов ЗО ЛГТУ всех специальностей в I семестре.

Рецензент Л.Т.Епифанцев

Введение

Основной формой обучения студента-заочника является систематическая самостоятельная работа с учебной литературой. Организуемые для студентов лекции, практические занятия и консультации призваны оказать им помощь в самостоятельной работе.

I СЕМЕСТР

Аналитическая геометрия, векторы, определители, матрицы

Библиографический список

1. Привалов, И.И. Аналитическая геометрия [Текст] / И.И.Привалов. – М.: Наука, 1964. – 380 с.
2. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] / Д.В. Беклемишев – М.: Наука, 1984. – 320 с.
3. Рублев, А.Н. Линейная алгебра [Текст] / А.Н. Рублев. - М.: Высшая школа, 1968.- 260 с.
4. Клетеник, Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. [Текст] / Д.В. Клетеник . – М.: Наука, 1969. – 254 с.
5. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] / П.Е. Данко , А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1989.- 472 с.
6. Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] / Л.А. Беклемишева, А.Ю.Петрович, И.А.Чубаров. – М. : Наука, 1987.- 327 с.

Программа I семестра

Количество часов по учебному плану

Семестр	Группа	ИР	СРС	Лекц.	Практ.	Экз.	Зач.	Сумма
1	ОЗЧМ	30	82	20	16	+	-	148
	ОЗЛП	30	82	20	16	+	-	148
	ОЗМТ	30	82	20	16	+	-	148
	ОЗТА	30	82	20	16	+	-	148
	ОЗОД	30	77	20	16	+	-	143
	ОЗМО	30	108	28	8	+	-	174
	ОЗАТ	30	100	28	8	+	-	166
	ОЗА	30	142	28	8	+	-	208
	ОЗЭП	30	98	28	8	+	-	164
	ОЗЭО	30	98	28	8	+	-	164
	ОЗС	30	82	28	8	+	-	148

I семестр

№ недели	Тема лекции	Часы ауд. зан.	Часы СРС
1	2	3	4
1	Числовые поля. Матрицы, виды матриц. Определители и методы их вычислений.	2	6-8
2	Алгебра матриц: линейные операции над матрицами, умножение матриц, обратная матрица. Линейные пространства, подпространства, линейные оболочки, размерность, базис.	2	6-8
3	Ранг матрицы и размерность линейной оболочки ее столбцов. Вычисление ранга матрицы. Системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Размерность пространства решений, ФСР.	2	6-8
4	Неоднородные системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Решение неоднородных систем.	2	6-8
5	Евклидово пространство. Общий вид скалярного произведения. Основные метрические соотношения. Ортогональность элементов. Ортонормированный базис. Скалярные произведения в ортонормированном базисе. Разложение евклидова пространства в прямую сумму взаимно ортогональных подпространств.	2	6-8

1	2	3	4
6	Линейные операторы, действующие в произвольном линейном пространстве, общий вид линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора, характеристическое уравнение. Обратный оператор.	2	6-8
7	Численные методы решения систем линейных уравнений: метод Гаусса исключения неизвестных, общий метод простой итерации, метод регуляризации Тихонова.	2	6-8
8	Элементы векторной алгебры. Определение геометрического вектора, виды векторов, линейные операции над векторами. Векторные пространства 2-й и 3-й размерности. Базисы и системы координат, разложения векторов по базису. Линейные операции над векторами в координатной форме.	2	6-8
9	Нелинейные операции над векторами: скалярное произведение, векторное произведение, смешанное произведение - и их применение.	2	6-8
10	Аналитическая геометрия. Прямая линия на плоскости: вывод различных уравнений прямой, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, вычисление угла между прямыми, вычисление расстояния от точки до прямой.	2	6-8

1	2	3	4
11	Решение базисных задач, связанных с прямой на плоскости.	2	6-8
12	Плоскость в пространстве: вывод различных уравнений плоскости, вычисление угла между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей, вычисление расстояния от точки до плоскости.	2	6-8
13	Решение базовых задач, связанных с плоскостью в пространстве.	2	6-8
14	Прямая в пространстве: вывод различных уравнений прямой, угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности двух прямых, вычисление расстояния от точки до прямой в пространстве, вычисление расстояния между скрещивающимися прямыми.	2	6-8
15	Решение базовых задач на прямую и плоскость в пространстве.	2	6-8
16	Кривые второго порядка: вывод канонических уравнений эллипса, гиперболы. Приведение уравнений второй степени к каноническому виду. Построение прямых.	2	6-8
17	Поверхность второго порядка. Вывод канонических уравнений параболоидов, гиперболоидов, эллипсоидов, конусов.	2	6-8

ГРАФИК
контрольных мероприятий студентов I курса ОЗФ
I семестр 20__/20___ учебного года

№ семестра	Наименование дисциплин	Самостоятельная работа студента	Контрольные мероприятия по неделям семестра																	Экзамены
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
1	Высшая математика									0			0						0	экзамен

Условные обозначения:

0- контрольная работа

⟷ - расчетно-графическое задание

Часть 1. Линейная алгебра

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Определители и методы их вычислений.
2. Матрицы. Действия над матрицами.
3. Обратная матрица.
4. Ранг матрицы.
5. Системы линейных уравнений.
6. Правило Крамера.
7. Теорема Кронекера-Капелли.
8. Метод Гаусса.
9. Собственные векторы и собственные значения.
10. Линейное пространство. Базис. Координаты.
11. Векторы. Линейные операции над векторами.
12. Скалярное произведение. Свойства. Длина вектора.
13. Векторное произведение. Свойства. Геометрический смысл.
14. Смешанное произведение. Свойства. Геометрический смысл.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Найти наибольшее значение определителя третьего порядка при условии, что его элементы равны 1 или 0.
2. Доказать, что если все элементы какой-нибудь строки (столбца) определителя равны единице, то сумма алгебраических дополнений всех элементов определителя равна самому определителю.
3. Как изменится произведение AB матриц A и B, если переставить I-ю и j-ю строки матрицы A.
4. Найти все матрицы второго порядка, квадрат которых равен нулевой матрице.
5. Доказать, что если ранг однородной системы линейных уравнений на единицу меньше числа неизвестных, то любые два решения этой

системы пропорциональны, то есть отличаются лишь числовым множителем.

6. Доказать, что система векторов, содержащая два равных вектора, линейно зависима.
7. Доказать, что сумма и пересечение двух линейных подпространств пространства R_n сами являются линейными подпространствами того же пространства.
8. Доказать, что векторы $\overline{a}$ и $\overline{b}$ ортогональны тогда и только тогда, когда $\left|\overline{a}+\overline{b}\right| = \left|\overline{a}-\overline{b}\right|$.
9. В треугольнике ABC $|AB| = c$, $|AC| = b$, $|BC| = a$. Найти длину медианы CM.
10. Доказать, что условие, при котором три точки $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, $M_3(x_3, y_3)$ лежат на одной прямой, может быть записано в виде $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$.
11. Даны вершины однородной треугольной пластинки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, если соединить середины ее сторон, то образуется новая треугольная пластинка. Доказать, что центры тяжести обеих пластинок совпадают.

ПРИМЕР 1

Вычислить определитель, используя его свойства

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} = \left| \begin{matrix} \text{Вычтем} \\ \text{из второго} \\ \text{столбца} \\ \text{первый} \end{matrix} \right| =$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & -6 & -2 & -5 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 0 & 8 & 7 \\ 4 & 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Умножим вторую строку на 2 и сложим с первой

$$= \begin{vmatrix} 7 & 0 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \\ 5 & 0 & 8 & 7 \\ 4 & 0 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 3 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 7 & 6 & 7 \\ 5 & 8 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Вычтем вторую строку из первой, а третью вычтем из второй

$$= 3 \begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \end{vmatrix} =$$

Прибавим второй столбец к первому

$$= 3 \begin{vmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 4 & 3 & 1 \\ 9 & 5 & 6 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-2)(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 4 & 1 \\ 9 & 6 \end{vmatrix} =$$

$$= 6\,(24 - 9) = 6 \cdot 15 = 90.$$

ПРИМЕР 2

Вычислить определитель 5 порядка

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 & 5 & 6 & 4 \\ 5 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ 6 & 12 & 13 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 6 & 5 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

Произведем тотально уменьшение элементов определителя. Для этого вычтем 5-ю строку из 1-й, удвоенную 5-ю из второй, утроенную 5-ю из третьей, удвоенную 5-ю из 4-й.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & -6 & -2 \\ 0 & -4 & -2 & -5 & -2 \\ 2 & 5 & 4 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

Теперь сделаем нули в первом столбце, взяв 1-ю строку в качестве рабочей.

$$=$$

$$
= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -2 & -3 & -1 \\ 0 & -3 & 1 & -6 & -2 \\ 0 & -4 & -2 & -5 & -2 \\ 0 & 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Расположим определитель по} \\ \text{элементам 1 - го столбца.} \\ \; \end{vmatrix} =
$$

$$
= 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -2 & -2 & -3 & -1 \\ -3 & 1 & -6 & -2 \\ -4 & -2 & -5 & -2 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Вынесем (-1) из 1 - й, 2 - й} \\ \text{и 3 - й строк.} \end{vmatrix} =
$$

$$
= (-1)^3 \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Вычтем из 4 - й строки} \\ \text{1 - ю.} \end{vmatrix} =
$$

$$
= - \begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & 6 & 2 \\ 4 & 2 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Разложим определитель по} \\ \text{элементам 4 - й строки.} \end{vmatrix} =
$$

$$
= (-1)\,(-1)^{4+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 6 & 2 \\ 2 & 5 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{Вычтем из 2 - й строки удвоенную} \\ \text{1 - ю.} \end{vmatrix} =
$$

$$
= \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -5 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \end{vmatrix} = (-5) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = 5 \cdot (6-5) = 5.
$$

ПРИМЕР 3

Исследовать и решить систему

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1. \end{cases}$$

Составим расширенную матрицу системы и проверим выполнение теоремы Кронекера-Капелли, используя элементарные преобразования матриц:

$$\widetilde{A} = \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 6 & -3 & 2 & 4 & 5 & 3 \\ 6 & -3 & 4 & 8 & 13 & 9 \\ 4 & -2 & 1 & 1 & 2 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{-1} & \cancel{-2} & \cancel{-4} & \cancel{-3} \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -4 & -3 \end{array}\right) \sim \left|\begin{array}{l} \text{Так как 2-я и 3-я строки} \\ \text{пропорциональны,} \\ \text{то вычеркиваем 2-ю строку.} \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -4 & -3 \end{array}\right) \sim \left|\begin{array}{l} \text{Прибавим к 3-й сроке} \\ \text{2-ю.} \end{array}\right| \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccccc|c} 2 & -1 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -0 & 0 \end{array}\right)$$

Так как $rang\, A = rang\, \widetilde{A}$, то по теореме Кронекера-Капелли система совместна. В качестве базисного минора выберем минор, составленный из 2-го, 3-го и 4-го столбцов. Поэтому x_2, x_3 и x_4 возьмем за основные неизвестные, а x_1 и x_5 - за свободные.

Восстановим систему по последней матрице, и выразим основные неизвестные через свободные.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 3, \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2 - x_3 - 2x_4 = 2x_1 + 3x_5 - 2, \\ x_3 + 2x_4 = -4x_5 + 3, \\ x_4 = 0. \end{cases}$$

Из 2-го уравнения $x_3 = -4x_5 + 3$

Из 1 - го уравнения $x_2 = 2x_1 + 3x_5 - 2 + x_3 = 2x_1 + 3x_5 - 2 - 4x_5 + 3 = 2x_1 - x_5 + 1.$

$$\mathrm{X}_{\text{общ}} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1 - x_5 + 1 \\ -4x_5 + 3 \\ 0 \\ x_5 \end{pmatrix}, \ x_1; \ x_5 \in R.$$

Найдем $\mathrm{X}_{\text{част}}$, положив $x_1 = 1, x_5 = 0$.

$$X_{\text{част}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

ПРИМЕР 4

Исследовать и решить однородную систему. Найти ФСР.

$$\begin{cases} x_1 \quad x_3 \quad + x_5 = 0, \\ x_2 \quad - x_4 \quad + x_6 = 0, \\ x_1 - x_2 \quad + x_5 \quad - x_6 = 0, \\ x_2 - x_3 \quad + x_6 = 0, \\ x_1 \quad - x_4 + x_5 = 0. \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.\ rang\,A = 3 < 6.$$

Система имеет нетривиальные решения.

Восстановим систему по последней матрице, взяв $x_1, x_2,\ x_3$ за основные неизвестные, а $x_4, x_5,\ x_6$ - за свободные.

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = -x_5, \\ x_2 = x_5 - x_6, \\ x_3 = x_4 \end{cases}$$

Теперь $x_1 = x_4 - x_5$.

$$\mathrm{X}_{\text{общ}} = \begin{pmatrix} x_4 - x_5 \\ x_5 - x_6 \\ x_4 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix},\ x_4, x_5, x_6 \in R.$$

Найдем фундаментальную систему решений, используя метод бегущей единицы

$$C_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};\ C_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};\ C_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Общее решение запишем следующим образом.

$$\mathrm{X}_{\text{общ}} = \lambda_1 C_1 + \lambda_2 C_2 + \lambda_3 C_3 = \begin{pmatrix} \lambda_1 - \lambda_2 \\ \lambda_2 - \lambda_3 \\ \lambda_1 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \end{pmatrix}, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in R.$$

ПРИМЕР 5

Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

Решение.

$$\text{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix} .$$

Составим характеристическое уравнение матрицы А

$$\begin{vmatrix} 2-\lambda & -1 & 2 \\ 5 & -3-\lambda & 3 \\ -1 & 0 & -2-\lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} &(2-\lambda)(-3-\lambda)(-2-\lambda)+3+2(-3-\lambda)+5(-2,-\lambda)=0 \\ &\lambda^3+3\lambda^2+3\lambda+1=0 \\ &(\lambda+1)^3=0 \\ &\lambda_1=\lambda_2=\lambda_3=-1. \end{aligned}$$

Найденные собственные значения подставим в уравнения

$$\begin{cases} (2-\lambda)\ell - 1\cdot m + 2n = 0, \\ 5\ell + (-3-\lambda)m + 3n = 0, \\ -1\ell + 0\cdot\ m + (-2,-\lambda)\, n = 0, \end{cases}$$

где ℓ, m, n - координаты собственного вектора $\bar{e}$.

Получим $\begin{cases} 3\ell - m \ + 2n = 0, \\ 5\ell - 2m + 3n = 0, \\ -\ell - n \qquad = 0. \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, rang\ A = 2 .$$

Восстановим систему

$$\begin{cases} \ell \qquad + n = 0, \\ \qquad m + n = 0, \end{cases}$$

$\ell = -n;\ m = -n$

$\overline{e} = \{-n; -n; n\}. n \in R.$

или $\overline{e} = \{-1, -1, 1\} \cdot t, \quad t \in R.$

ЗАДАНИЕ 1

Вычислить определитель

1) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 7 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ 2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ 3 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ 4 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$

3) $\begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 7 \\ 6 & 3 & 2 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ 4) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & 6 & 0 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ 0 & 5 & 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

5) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & 4 & -5 \\ 4 & -2 & 7 & 8 & -7 \\ -6 & 4 & -9 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & 4 & 1 & -2 \\ -2 & 6 & 5 & 4 & -3 \end{vmatrix}$ 6) $\begin{vmatrix} 5 & -5 & -3 & 4 & 2 \\ -4 & 4 & 3 & 6 & 3 \\ 3 & -1 & 5 & -9 & -5 \\ -7 & 7 & 6 & 8 & 4 \\ 5 & -3 & 2 & -1 & -2 \end{vmatrix}$

7) $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & -2 & 7 & 5 & -1 \\ 3 & -1 & -5 & -3 & -2 \\ 5 & -6 & 4 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

8) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 5 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 5 & -4 & -3 \\ -2 & 3 & -4 & 2 & -3 \\ 6 & 4 & 7 & -8 & -1 \\ 2 & -1 & 7 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

9) $\begin{vmatrix} 5 & 9 & -2 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 4 & -3 & 3 \\ -5 & -7 & 2 & 4 & -2 \\ 4 & -5 & 8 & -6 & 8 \\ 6 & -5 & 3 & -3 & 7 \end{vmatrix}$

10) $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -3 & -1 & 2 \\ -5 & 6 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & -9 & -3 & 7 & -5 \\ -1 & -4 & 1 & 1 & -2 \\ -3 & 7 & 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

11) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 7 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 7 & 5 & 3 \\ -1 & 3 & 6 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$

12) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & 3 & 5 \\ -1 & 4 & 0 & 5 & 0 \\ -1 & 4 & 5 & 2 & 1 \\ -4 & 5 & 2 & 4 & 3 \\ -2 & 6 & 0 & 7 & 0 \end{vmatrix}$

13) $\begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 4 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 5 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

14) $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 & 4 & 5 \\ 6 & 6 & -4 & 4 & 1 \\ 6 & 4 & -2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 5 & -3 & 3 & 2 \end{vmatrix}$

15) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 & -1 & -5 \\ 2 & -2 & 7 & 1 & -7 \\ -2 & 4 & -9 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 & -1 & -2 \\ 4 & 6 & 5 & 1 & -3 \end{vmatrix}$

16) $\begin{vmatrix} 5 & -2 & -3 & 2 & 2 \\ -4 & 1 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & -6 & 5 & -4 & -5 \\ -7 & 1 & 6 & 4 & 4 \\ 5 & -5 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

17) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 7 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -5 & -3 & -2 \\ -1 & -6 & 4 & 2 & -4 \\ -1 & -3 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ 18) $\begin{vmatrix} 5 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & -4 & -3 \\ -5 & 3 & -2 & 2 & -3 \\ 2 & 4 & -1 & -8 & -1 \\ 3 & -1 & 8 & 1 & 5 \end{vmatrix}$

19) $\begin{vmatrix} 5 & 7 & -2 & -4 & 1 \\ 2 & 1 & 4 & -3 & 0 \\ -5 & -5 & 2 & 4 & 2 \\ 4 & 3 & 8 & -6 & 2 \\ 6 & -2 & 3 & -3 & 4 \end{vmatrix}$ 20) $\begin{vmatrix} 7 & 4 & -4 & -1 & 2 \\ 1 & 6 & 7 & 2 & 3 \\ -5 & -9 & 4 & 7 & -5 \\ -5 & -4 & 2 & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

ЗАДАНИЕ 2

Исследовать систему, найти общее и частное решение, а для однородных систем найти ФСР.

1) $\begin{array}{l} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2, \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 7x_4 + 11x_5 = 8, \\ 2x_1 - x_2 - x_4 - x_5 = -1 \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = -7, \\ 9x_1 + 6x_2 + x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 2 \end{array}$

3) $\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5, \\ x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11, \\ 2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6 \end{array}$ 4) $\begin{array}{l} 6x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5, \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 4, \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 + x_2 + 7x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 1 \end{array}$

5) $\begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{array}$ 6) $\begin{array}{l} 6x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 0, \\ 6x_1 - 2x_2 + 6x_3 + 7x_4 + x_5 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 + 4x_4 - x_5 = 0 \end{array}$

$$7)\ \begin{aligned} &x_1+x_2-3x_4-x_5=0,\\ &x_1-x_2+2x_3-x_4=0,\\ &4x_1-2x_2+6x_3+3x_4-4x_5=0,\\ &2x_1+4x_2-2x_3+4x_4-7x_5=0 \end{aligned}$$

$$8)\ \begin{aligned} &x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=7,\\ &3x_1+2x_2+x_3+x_4-3x_5=-2,\\ &x_2+2x_3+2x_4+6x_5=23,\\ &5x_1+4x_2+3x_3+3x_4-x_5=12 \end{aligned}$$

$$9)\ \begin{aligned} &x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=0,\\ &2x_1+x_2-x_3+2x_4-3x_5=0,\\ &3x_1-2x_2-x_3+x_4-2x_5=0,\\ &2x_1-5x_2+x_3-2x_4+2x_5=0 \end{aligned}$$

$$10)\ \begin{aligned} &x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=0,\\ &2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=0,\\ &x_1+7x_2-5x_3-5x_4+5x_5=0,\\ &3x_1-x_2-2x_3+x_4-x_5=0 \end{aligned}$$

$$11)\ \begin{aligned} &2x_1+x_2-x_3-x_4+x_5=1,\\ &x_1-x_2+x_3+x_4-2x_5=0,\\ &3x_1+3x_2-3x_3-3x_4+4x_5=2,\\ &4x_1+5x_2-5x_3-5x_4+7x_5=3 \end{aligned}$$

$$12)\ \begin{aligned} &2x_1-2x_2+x_3-x_4+x_5=1,\\ &x_1+2x_2-x_3+x_4-2x_5=1,\\ &4x_1-10x_2+5x_3-5x_4+7x_5=1,\\ &2x_1-14x_2+7x_3-7x_4+11x_5=-1 \end{aligned}$$

$$13)\ \begin{aligned} &x_1+3x_2+5x_3-4_4=1,\\ &x_1+3x_2+2x_3-2x_4+x_5=-1,\\ &x_1-2x_2+x_3+x_4-x_5=3,\\ &x_1-4x_2+x_3+x_4-x_5=3,\\ &x_1+2x_2+x_3-x_4+x_5=-1 \end{aligned}$$

$$14)\ \begin{aligned} &4x_1-2x_2+x_3+2x_4+2x_5=1,\\ &6x_1-3x_2+2x_3+4x_4+5x_5=3,\\ &2x_1-x_2+3x_3+7x_4+11x_5=8,\\ &4x_1-2x_2+x_3+x_4+2x_5=1 \end{aligned}$$

$$15)\ \begin{cases} 9x_1+6x_2+9x_3+3x_4+5x_5=4,\\ 3x_1+2x_2+4x_3+x_4+2x_5=3,\\ 3x_1+2x_2-2x_3+x_4=-7,\\ 6x_1+4x_2+3x_3+2x_4+2x_5=9 \end{cases}$$

$$16)\ \begin{aligned} &x_1+2x_2+3x_3-2x_4+x_5=4,\\ &2x_1+4x_2+2x_3-2x_4+2x_5=4,\\ &3x_1+6x_2+9x_3-7x_4+4x_5=17,\\ &2x_1+4x_2+2x_3-3x_4+3x_5=6 \end{aligned}$$

$$17)\ \begin{aligned} &2x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=1,\\ &4x_1+2x_2+x_3+2x_4+3x_5=4,\\ &2x_1+x_2-4x_3-x_4-x_5=-1,\\ &2x_1+x_2+7x_3+3x_4+2x_5=1 \end{aligned}$$

$$18)\ \begin{aligned} &3x_1-x_2+2x_3+3x_4+2x_5=0,\\ &6x_1-2x_2+2x_3+5x_4+7x_5=0,\\ &6x_1-2x_2+6x_3+7x_4+x_5=0,\\ &3x_1-x_2+4x_3+4x_4-x_5=0 \end{aligned}$$

19) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 11x_4 + 17x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_4 + 8x_5 = 0 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 4x_4 + 6x_5 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3 \end{cases}$

ЗАДАНИЕ 3

Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя способами:

1) по по формулам Крамера;
2) методом обратной матрицы;
3) методом Гаусса.

1) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$

6) $\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4 \end{cases}$

19) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 - 3x_3 = -21, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 19, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$

7) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_3 = 3 \end{cases}$

8) $\begin{cases} x_2 + 3x_3 = -1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 6 \end{cases}$

9) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 36, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 13, \\ x_1 - x_2 - x_3 = -7 \end{cases}$

10) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8 \end{cases}$

11) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 9x_3 = 28, \\ 7x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -1, \\ 7x_1 + 9x_2 - 9x_3 = 5 \end{cases}$

12) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ x_1 + 3x_3 = 16, \\ 5x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$

13) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 36, \\ 2x_1 - 3x_3 = -17, \\ 6x_1 - 5x_3 = 7 \end{cases}$

14) $\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36 \end{cases}$

15) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -5, \\ 7x_1 + x_2 - x_3 = 10 \end{cases}$

16) $\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 15, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$

17) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 5x_1 + 2x_2 + 6x_3 = -3 \end{cases}$

18) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = -6, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$

$$5x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 5,$$
20) $$3x_1 + x_2 - 2x_3 = 3,$$
$$x_1 + x_2 - 2x_3 = -1$$

ЗАДАНИЕ 4

Найти собственные значения и собственные векторы матрицы

1. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

13. 1) $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$

3. 1) $\begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

2. 1) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

4. 1) $\begin{bmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 9 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

5. 1) $\begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$

6. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 5 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

7. 1) $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

8. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 7 & -4 & 4 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

9. 1) $\begin{bmatrix} 19 & 3 \\ 3 & 11 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

10. 1) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

11. 1) $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$

12. 1) $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \end{bmatrix}$

14. 1) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

15. 1) $\begin{bmatrix} 25 & -7 \\ -7 & 25 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 5 & -4 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$

17. 1) $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

19. 1) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

21. 1) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$

23. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$

25. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 8 & -4 & -2 \\ -2 & 6 & -2 \\ 2 & -4 & 4 \end{bmatrix}$

16. 1) $\begin{bmatrix} 1 & -6 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

18. 1) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

20. 1) $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 2 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 7 & -4 & -2 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$

22. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 4 & -3 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

24. 1) $\begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{bmatrix}$

26. 1) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$; 2) $\begin{bmatrix} 10 & -2 & -2 \\ 0 & 8 & -2 \\ 0 & -2 & 8 \end{bmatrix}$

ЗАДАНИЕ 5

Проверить, что векторы $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$ образуют базис, и разложить вектор $\bar{x}$ по этому базису

	$\bar{a}$	$\bar{b}$	$\bar{c}$	$\bar{x}$
1	(1; 4; 7)	(2; 5; 8)	(3; 6; 10)	(3; 0; 6)
2	(3; 2; 5)	(4; 3; 2)	(1; 1; 2)	(10; -5; 0)
3	(2; 3; 1)	(1; 1; 0)	(-1; -2; 1)	(2; 0; -4)
4	(2; 2; -1)	(2; -1; 2)	(-1; 2; 2)	(0; 27; 18)
5	(4; 5; 3)	(2; 3 2)	(-1; -2; -1)	(2; 0; -3)
6	(3; 1; 2)	(2; 1; 2)	(-1; 2; 5)	(1; 2; 3)
7	(2; 3; 1)	(3; 5; 2)	(1; 2; 1)	(7; 14; 0)
8	(1; -2; 3)	(-3; 7; 2)	(-1; 2;-4)	(1; -2; 3)
9	(2; 1;-1)	(2; -1; 2)	(3; 0; 1)	(1; 2; -1)
10	(2; 1; 3)	(1; 0; 1)	(1; 2; 2)	(1; 2; 3)
11	(3; 4; 1)	(2; 3; 1)	(5; 2; 2)	(-15; 0; 10)
12	(2; 1;-1)	(3; 1; -2)	(1; 0; 1)	(-4; 6; -2)
13	(4; 2; -2)	(5; 3; -2)	(3; 2; -1)	(3; 2; 1)
14	(3; 2; -1)	(1; 1; 2)	(2; 2; 5)	(2; -2; 1)
15	(-1; 0; 1)	(3; 2; 0)	(0; 1; 4)	(5; 10; -6)
16	(2; 5; 7)	(3; 9; 15)	(5; 16; 20)	(-24; 24; 72)
17	(2; 3; 5)	(5; 9; 15)	(7; 15; 20)	(0; 24; -48)
18	(-1; 2; 2)	(-2; 1; -2)	(2; 2; -1)	(9; 0; -27)
19	(1; -3; 0)	(0; -2; -1)	(1; 0; -4)	(10; 0; -5)

20	(1; -3; -1)	(-2; 7; 2)	(3; 2; -4)	(2; -2; 1)
21	(2; 2; 3)	(1; -1; 0)	(-1; 2; 1)	(3; -4; 2)
22	(2; 1;1)	(1; 0; 2)	(3; 1; 2)	(7; -2; 4)
23	(2; 4; 8)	(-1; 1; 1)	(-2; 2; 1)	(5; 1; 5)
24	(1; -1; 0)	(-12; 17; -2)	(5; -7; 1)	(-7; 4; 3)
25	(4; -18; -3)	(0; 1; 0)	(-6; 24; 4)	(5; -3; 2)
26	(1; 2; 3)	(4; 5; 6)	(7; 8; 10)	(66; 9; 0)

ЧАСТЬ 2

Аналитическая геометрия

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

1. Уравнения прямой на плоскости. Преобразование уравнений одного типа в другие.
2. Нормальный вектор прямой на плоскости. Нормирующий множитель, геометрический смысл коэффициентов нормального уравнения. Расстояние от точки до прямой.
3. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
4. Уравнение плоскости. Преобразование общего уравнения в нормальное, уравнение в отрезках.
5. Нормальный вектор плоскости, нормирующий множитель, геометрический смысл коэффициентов нормального уравнения. Расстояние от точки до плоскости.
6. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Особые случаи расположения плоскостей. Отыскание линии пересечения двух плоскостей, точки пересечения трех плоскостей.
7. Уравнения прямой в пространстве: канонические, параметрические, как линии пересечения двух плоскостей. Геометрический смысл параметров этих уравнений. Переход от общих уравнений к каноническим.
8. Угол между прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности: двух плоскостей, прямой и плоскости.
9. Условие принадлежности данной прямой к данной плоскости, двух данных прямых к одной плоскости. Расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми.
10. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения, эксцентриситет, исследование формы, асимптоты, симметрия.
11. Общее уравнение кривой 2 порядка; приведение к каноническому виду.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ УПРАЖНЕНИЯ

1. Вывести уравнение геометрического места точек, для которых кратчайшие расстояния до двух данных окружностей $(x+3)^2 + y^2 = 1,\ (x-3)^2 + y^2 = 81$ равны между собой.
2. Составить уравнение геометрического места точек, произведение расстояний которых до двух данных точек $f_1(-a;0), f_2(a;0)$ есть постоянная величина a^2.
3. Вывести полярное уравнение прямой, зная ее расстояние p от полюса и полярный угол *a*.

4. Определить, при каких значениях a и b плоскости 2x-y+3z+b-l=0, y+2y-z+b=0, x+3y-6z+10=0: а) имеют одну общую точку; б) проходят через одну прямую; в) пересекаются по трем различным параллельным прямым.

5. Доказать, что уравнение плоскости, проходящей через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно к плоскостям $\mathrm{Ax + By + Cz + D = 0}$ и $\mathrm{Mx + Nx + Kx + L = 0}$, может быть представлено в виде

$$\begin{vmatrix} x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ A & B & C \\ M & N & K \end{vmatrix} = 0.$$

6.Доказать, что условие, при котором две прямые $(x-a)/m = (y-b)/n = (z-c)/p$ и $(x-a_1)/l = (y-b_1)/k = (z-c_1)/d$ лежат в одной плоскости, может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{vmatrix} a - a_1 & b - b_1 & c - c_1 \\ m & n & p \\ l & k & d \end{vmatrix} = 0.$$

ЗАДАНИЕ 1

Заданы вершины тетраэдра $A(a_1, a_2, a_3),\ B(b_1, b_2, b_3), C(c_1, c_2, c_3), D(d_1, d_2, d_3).$

Найти:

1) длину стороны АС;
2) угол АВС;
3) длину медианы из вершины В;
4) длину высоты из вершины В;
5) длину биссектрисы угла В;
6) координаты центра треугольника АВС;
7) площадь треугольника АВС;
8) объем тетраэдра АВСД.

№	A	B	C	Д
1	(4;-1;3)	(-2; 1; 0)	(0; -5; 1)	(3; 2; -6)
2	(-1; 2;-3)	(4; -1; 0)	(2; 1;- 2)	(3; 4; 3)
3	(-3; 4; -7)	(1; 5; -4)	(-2; 7; 3)	(-4; 8; -12)
4	(1; 1; -1)	(2; 3; 1)	(3; 2; 1)	(5; 9; -8)
5	(2; 3; 1)	(4; 1;- 2)	(6; 3; 7)	(7; 5; -3)
6	(3; 1; 2)	(-1; 1; 3)	(2;- 2; 4)	(-1; 0; -2)
7	(2; -1; 2)	(1; 2; -1)	(3; 2; 1)	(-4; 2; 5)
8	(1; 2; 0)	(3; 0; -3)	(6; 2;6)	(8; 4; -9)
9	(14; 4;5)	(-5; -3; 2)	(-2; -6; -3)	(-2; 3; -1)
10	(-2; 0; -4)	(-1; 7; 1)	(4; -8; -4)	(1; -4; 6)
11	(2; -1; -2)	(1; 2; 1)	(5; 0; -6)	(-10; 9; -7)
12	(5; 2;0)	(2; 5; 0)	(1; 2; 4)	(-1; 1; 1)
13	(0; -1; -1)	(-2; 3; 5)	(1; -5; -9)	(-1; -6; 3)
14	(-1; -5; 2)	(-6; 0; -3)	(3; 6; -3)	(-10; 6; 7)
15	(2; 1; 4)	(-1; 5; -2)	(-7; -3; 2)	(-6; -3; 6)
16	(7; 2; 4)	(7; -1; -2)	(3; 3; 1)	(-4; 2; 1)

№	A	B	C	Д
17	(-4; 2; 6)	(2; -3; 0)	(10; 5; 8)	(-5; 2; -4)
18	(1; 3; 6)	(2; 2; 1)	(-1; 0; 1)	(-4; 6; -3)
19	(1; -1; 2)	(2; 1; 2)	(1; 1; 4)	(6; -3; 8)
20	(2; -4; -3)	(5; -6; 0)	(-1; 3; -3)	(-10; -8; 7)
21	(-3; --5; 6)	(2; 1; -4)	(0; -3; -1)	(-5; 2; -8)
22	(-2; -1;-1)	(0; 3; 2)	(3; 1; -4)	(-4; 7; 3)
23	(1; 3; 0)	(4; -1; 2)	(3; 0; 1)	(-4; 3; 5)
24	(0; -3; 1)	(-4; 1; 2)	(2; -1; 5)	(3; 1; -4)
25	(-1; 2; 4)	(-1; --2; -4)	(3; 0; -1)	(7; -3; 1)
26	(1; -1; 1)	(-2; 0; 3)	(2; 1; -1)	(2; -2; -4)

ЗАДАНИЕ 2

Даны координаты вершин треугольника ABC. Составить уравнения:

1) медианы AM;
2) высоты AH;
3) биссектрисы AД .

№	A	B	C
1	(1; 7)	(11; 2)	(3; 10)
2	(-2,8; 3)	(-1; -1,5)	(-3,5; 2)
3	(4; 7)	(0; 0)	(3; -1)
4	(2; 0)	(-6; 1)	(4; 3,5)
5	(3;-1)	(-1; -0,5)	(-0,5; 1)
6	(-0,75; 1)	(-1; -1)	(-6; 4)
7	(0; 1)	(-3; 3)	(2; 4)
8	(-4;-4/ 3)	(0; -4)	(- 2;0)
9	(2; 0,5)	(4; -1)	(4; 2)
10	(2; 0)	(6; -3)	(-1; -4)
11	(- 4; 4)	(8; -5)	(2; -4)
12	(1;-1)	(-2; 0,25)	(7; 1,5)
13	(1; 1)	(4; 0,25)	(-0, 2; 0,5)
14	(1; 1)	(12; -4)	(5; -11)
15	(0; 1)	(-11; 5)	(- 4; -12)
16	(1; 0)	(-11; -5)	(11; 24)
17	(1; 0)	(6; 0,5)	(1,25; 4)
18	(0; -2)	(-4; 10)	(6; 8)
19	(2; 4)	(3; -3)	(5; -7)
20	(2; -4)	(6; 0)	(- 2; 0)
21	(2; 4)	(2; 0)	(4; 0)
22	(3;-1)	(0; 2)	(6; 2)
23	(3; -1)	(4; 2)	(0; 2)
24	(2; 4)	(6; -4)	(0; -4)
25	(3; -1)	(6; -4)	(4; 6)

ЗАДАНИЕ 3

Найти координаты основания перпендикуляра к плоскости α , проходящего через точку А

№	А	Уравнение плоскости α
1	(-2; 1;-1)	x-3y+4z+5=0
2	(2;-1;3)	x+3y-4z-13=0
3	(1; -1;2)	3x-y-5z-29=0
4	(2; 1; 6)	x-4y+5z+24=0
5	(3; 2; -1)	x-3y+4z-29=0
6	(2; 1; -4)	x-3y+4z+5=0
7	(3; -2; 4)	5x+3y-7z-64=0
8	(-3; 2; 5)	4x+y-3z-1=0
9	(-3; 2; 5)	x-2y+z-10=0
10	(2; -5;-1)	2x-4y+3z+8=0
11	(-1; 3; 0)	3x-3y+2z-10=0
12	(1; 1; 1)	x+2y+3z+8=0
13	(1; 2;-1)	2x-y-2z+7=0
14	(2; 1; 3)	x+3y+2z+3=0
15	(-3; 2; 4)	6x+6y+7z+120=0
16	(1; 1; 1)	x+2y+3z-20=0
17	(1; 2; -1)	2x-y-2z-11=0
18	(2; 1; 3)	x+3y+2z-25=0
19	(3; 1; 1)	7x-6y+6z+114=0
20	(1; 1; 1)	x+2y+3z-34=0
21	(1; 2; -1)	2x-y-2z-20=0
22	(1; ; 6)	x+3y+2z-39=0
23	(2; 1; 3)	7x-6y+6z-128=0
24	(3; 1; 1)	6x-6y-7z-84=0
25	(2; 2; 1)	x+y+z-2=0

ЗАДАНИЕ 4

Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую l и а) параллельно прямой m; б) перпендикулярно плоскости α

№	Уравнение прямой l	Уравнение прямой m	Уравнение плоскости α
1	$\frac{x}{4}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$	$\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{3}$	$2x-6y+4z+7=0$
2	$\frac{x+1}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z-2}{-1}$	$\frac{x-2}{2}=\frac{y-5}{5}=\frac{z-2}{-2}$	$3x+7y-z+4=0$
3	$\frac{x-2}{-1}=\frac{y+1}{0}=\frac{z}{1}$	$\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{-3}=\frac{z-1}{1}$	$3x-10y+2z+1=0$
4	$\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+1}{-1}$	$\frac{x}{-2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-4}$	$2x-5y+z+3=0$
5	$\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{-1}$	$\frac{x+2}{2}=\frac{y+3}{6}=\frac{z-3}{-3}$	$7x-y-2z+1=0$
6	$\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{1}$	$\frac{x-4}{2}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-7}{4}$	$x+2z-11=0$
7	$\frac{x+1}{0}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-3}{2}$	$\frac{x-5}{5}=\frac{y+1}{11}=\frac{z}{13}$	$7y-14z+15=0$
8	$\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z}{2}$	$\frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{1}$	$3x-y+2z-2=0$
9	$\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{3}$	$\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-5}{-5}$	$2x+2y-3z+5=0$
10	$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{1}$	$\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z-1}{1}$	$y+z-13=0$
11	$\frac{x-5}{3}=\frac{y-7}{1}=\frac{z+3}{5}$	$\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z}{1}$	$3x-11y+z-7=0$
12	$\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-1}{1}$	$\frac{x-2}{4}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+1}{1}$	$12x-9y-z+1=0$
13	$\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$	$\frac{x-2}{2}=\frac{y-7}{7}=\frac{z-1}{5}$	$x+2y+3z-4=0$

№	Уравнение прямой 1	Уравнение прямой m	Уравнение плоскости α
14	$\frac{x+3}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{2}$	$\frac{x-5}{3}=\frac{y+3}{5}=\frac{z}{3}$	$3x+y+2z-5=0$
15	$\frac{x-4}{5}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+13}{12}$	$\frac{x-5}{1}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+6}{2}$	$5x-30y+z+2=0$
16	$\frac{x-1}{7}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-5}{4}$	$\frac{x-7}{3}=\frac{y+4}{2}=\frac{z}{8}$	$7x-y+3z-1=0$
17	$\frac{x-7}{11}=\frac{y-5}{3}=\frac{z+3}{2}$	$\frac{x-3}{7}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+4}{1}$	$3y+z-8=0$
18	$\frac{x-9}{8}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+1}{1}$	$\frac{x+5}{4}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{-1}$	$7x+3y+z+2=0$
19	$\frac{x-6}{7}=\frac{y+3}{4}=\frac{z+6}{7}$	$\frac{x+4}{3}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+3}{2}$	$7x-14y+z+1=0$
20	$\frac{x+1}{9}=\frac{y-7}{1}=\frac{z}{7}$	$\frac{x-5}{7}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{5}$	$9x-17y+z+8=0$
21	$\frac{x+1}{12}=\frac{y-3}{7}=\frac{z-3}{5}$	$\frac{x-5}{2}=\frac{y-7}{3}=\frac{z-12}{-1}$	$2x+z+13=0$
22	$\frac{x-3}{13}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$	$\frac{x-7}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{1}$	$12x+5y+2z-3=0$
23	$\frac{x-5}{9}=\frac{y+4}{15}=\frac{z+3}{8}$	$\frac{x-1}{2}=\frac{y-5}{5}=\frac{z}{4}$	$3x+13y+6z-10=0$
24	$\frac{x}{3}=\frac{y-4}{5}=\frac{z-10}{11}$	$\frac{x-1}{2}=\frac{y-4}{5}=\frac{z-3}{4}$	$3x-25y+z-1=0$
25	$\frac{x-11}{2}=\frac{y+13}{1}=\frac{z-7}{1}$	$\frac{x-6}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{1}$	$3x+3y+2z-6=0$

ЗАДАНИЕ 5

Проверить, что прямые не пересекаются и найти кратчайшее расстояние между ними

1. $\frac{x+7}{3}=\frac{y=4}{4}=\frac{z+3}{-2}$ и $\frac{x-21}{-6}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{+1}$

2. $\frac{x+5}{3}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{-2}$ и $\frac{x-9}{-6}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$

3. $\frac{x+4}{-2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{2}$ и $\frac{x+5}{-4}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-5}{5}$

4. $\frac{x-7}{6}=\frac{y-2}{8}=\frac{z-1}{0}$ и $\frac{x+3}{5}=\frac{y-5}{-6}=\frac{z-1}{8}$

5. $\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-9}{-8}$ и $\frac{x+3}{4}=\frac{y-5}{-11}=\frac{z-1}{0}$

6. $\frac{x-7}{-10}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{0}$ и $\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-9}{8}$

7. $\frac{x+3}{10}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z-1}{0}$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y+6}{5}=\frac{z-1}{8}$

8. $\frac{x-7}{5}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-1}{-8}$ и $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+6}{11}=\frac{z-1}{0}$

9. $\frac{x-1}{6}=\frac{y+6}{8}=\frac{z-1}{0}$ и $\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{-6}=\frac{z-9}{8}$

10. $\frac{x-6}{4}=\frac{y-1}{6}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x+5}{6}=\frac{y-7}{-10}=\frac{z+1}{8}$

11. $\frac{x-2}{4}=\frac{y+5}{6}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x-1}{6}=\frac{y+3}{-10}=\frac{z-7}{8}$

12. $\frac{x+5}{3}=\frac{y-7}{12}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x-1}{5}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-7}{-8}$

13. $\frac{x-2}{-7}=\frac{y+5}{12}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x-6}{5}=\frac{y-1}{4}=\frac{z+1}{-8}$

14. $\frac{x+5}{11}=\frac{y-7}{6}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+3}{+2}=\frac{z-7}{8}$

15. $\frac{x-6}{-11}=\frac{y-1}{6}=\frac{z+1}{0}$ и $\frac{x-2}{-1}=\frac{y+5}{2}=\frac{z+1}{8}$

16. $\frac{x-2}{4}=\frac{y-5}{-5}=\frac{z-1}{1}$ и $\frac{x+3}{4}=\frac{y+4}{3}=\frac{z-2}{8}$

17. $\frac{x-6}{4}=\frac{y+3}{-8}=\frac{z-2}{1}$ и $\frac{x-1}{4}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-10}{8}$

18. $\frac{x+3}{9}=\frac{y+4}{1}=\frac{z-2}{0}$ и $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{6}=\frac{z-10}{-9}$

19. $\frac{x-6}{9}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-2}{0}$ и $\frac{x-2}{1}=\frac{y-5}{6}=\frac{z-1}{-9}$

20. $\frac{x-1}{-5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-10}{8}$ и $\frac{x+3}{8}=\frac{y+4}{9}=\frac{z-2}{-1}$

21. $\frac{x-6}{-5}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-2}{8}$ и $\frac{x-2}{5}=\frac{y-5}{9}=\frac{z-1}{-1}$

22. $\frac{x+6}{9}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{0}$ и $\frac{x+1}{2}=\frac{y+5}{6}=\frac{z}{9}$

23. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{6}=\frac{z-9}{9}$ и $\frac{x-3}{-9}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-2}{0}$

24. $\frac{x+1}{4}=\frac{y+5}{8}=\frac{z}{2}$ и $\frac{x-1}{7}=\frac{y-1}{-3}=\frac{z-9}{7}$

25. $\frac{x+6}{9}=\frac{y-4}{-1}=\frac{z-2}{0}$ и $\frac{x+1}{2}=\frac{y+5}{6}=\frac{z}{9}$

26. $\frac{x+1}{-5}=\frac{y+5}{9}=\frac{z}{2}$ и $\frac{x-1}{2}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-9}{-7}$

27. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-7}$ и $\frac{x+6}{-5}=\frac{y-4}{9}=\frac{z-2}{2}$

28. $\frac{x+7}{7}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{7}$ и $\frac{x-3}{-3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z+1}{2}$

29. $\frac{x+4}{-7}=\frac{y-5}{7}=\frac{z-1}{2}$ и $\frac{x}{7}=\frac{y}{2}=\frac{z-8}{7}$

30. $\frac{x+7}{3}=\frac{y+2}{7}=\frac{z-1}{0}$ и $\frac{x-3}{-3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z+1}{9}$

ЗАДАНИЕ 6

Привести к каноническому виду уравнение кривой 2 порядка и построить эту кривую

Уравнение кривой 2-го порядка	Уравнение кривой 2-го порядка
1. $3x^2+3y^2-6x-12y=0$	2. $3x^2+3y^2-6x-12y+15=0$
3. $x^2-2y^2+4y-4=0$	4. $x^2-2y^2+4y-2=0$
5. $4x^2-4x+4y^2-8y+1=0$	6. $x^2-y^2-4x-2y-3=0$
7. $3x^2-3y+2=0$	8. $x^2-2x+y^2-35=0$
9. $4x-3y^2+12y-12=0$	10. $x^2+10x-4y+23=0$
11. $x^2-4x+6y+14=0$	12. $y^2-6x+2y-11=0$
13. $4x^2-8x+4y^2+6y-7=0$	14. $x^2+4x-y^2+6y-9=0$
15. $9x^2-25y^2-18x-100y-316=0$	16. $5x^2-6y^2+10x-12y-31=0$
17. $x^2+y^2-2y-36=0$	18. $x^2-6x+y^2+7=0$
19. $4x^2-4x+4y^2-15=0$	20. $x^2+x+y^2+y=0{,}5$
21. $18y^2-12y+10-9x=0$	22. $4x^2+3y^2+18y+15=0$
23. $5x^2-4y^2+16=36$	24. $9\left(x^2+y^2\right)=8+6y$
25. $y^2-x^2+x+y+36=0$	

ЗАДАНИЕ 7

Привести к каноническому виду уравнение кривой 2 порядка и построить эту кривую

Уравнение кривой 2-го порядка

1. $6x+5y+7z-4xy+4xz-108=0$

2. $3x^2+2y^2+4z^2-4xy+4xz-48=0$

3. $5x^2+y^2+3z^2+8xz+8yz=0$

4. $x^2+5y^2+3z^2-8xz+8yz-81=0$

5. $y^2+z^2+4x-4xz-3=0$

6. $2x^2+11y^2+5z^2+4xy-20xz+16yz-36=0$

7. $7x^2+5y^2+6z^2+4xz-4yz-54=0$

8. $2x^2+5y^2+2z^2+4xy-8xz+4xz-12=0$

9. $-2x^2+y^2+z^2-4xy-4xz-8xz+24=0$

10. $17x^2+17y^2+11z^2+16xy-8xz-8yz-62=0$

11. $8x^2+5y^2+5z^2+4xy+4xz-8yz-144=0$

12. $x^2+5y^2+z^2+2xy+6xz+2yz-12=0$

13. $2x^2+z^2+3z^2+4xy+2xz+2yz-10=0$

14. $8x^2 + 2y^2 + 5z^2 - 4xy - 2xz - 4yz - 24 = 0$

15. $2x^2 + 2y^2 + 5z^2 + 2xy - 15 = 0$

16. $3x^2 + 4y^2 + 3z^2 + 2xy + 4xz + 2yz - 12 = 0$

17. $5x^2 - 4y^2 + 5z^2 + 2xy + 4xz - 2yz - 70 = 0$

18. $x^2 - 2y^2 + z^2 + 4xy - 10xz - 4yz - 6 = 0$

19. $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 2xz - 2yz - 6 = 0$

20. $5x^2 + 11y^2 + 2z^2 + 16xy - 20xz + 4yz - 36 = 0$

21. $7x^2 + 6y^2 + 5z^2 - 4xy - 4yz - 36 = 0$

22. $3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 2xz + 2yz - 30 = 0$

23. $5x^2 + 5y^2 - 3z^2 + 8xy - 9 = 0$

24. $x^2 + y^2 + 6z^2 - 6xy - 2xz + 2yz - 6 = 0$

25. $5x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy + 2xz - 2yz - 12 = 0$