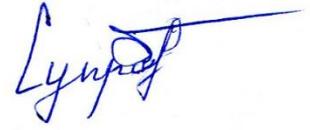


На правах рукописи



**Супрунов Игорь Иванович**

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ДВИЖУЩИХСЯ  
ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ  
ОКРЕСТНОСТНЫХ СИСТЕМ**

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Липецк – 2024

Работа выполнена на кафедре высшей математики ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»

Научный руководитель: **Шмырин Анатолий Михайлович**,  
доктор технических наук, профессор, заведующий  
кафедрой высшей математики ФГБОУ ВО  
«Липецкий государственный технический  
университет», г. Липецк

Официальные оппоненты: **Громов Юрий Юрьевич**,  
доктор технических наук, профессор, директор  
института автоматизации и информационных  
технологий ФГБОУ ВО «Тамбовский  
государственный технический университет»,  
г. Тамбов

**Провоторов Вячеслав Васильевич**,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры уравнений в частных  
производных и теории вероятностей ФГБОУ ВО  
«Воронежский государственный университет»,  
г. Воронеж

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего  
образования «**Воронежский государственный  
технический университет**», г. Воронеж

Защита диссертации состоится «10» апреля 2024 года в 12:00 на заседании  
диссертационного совета 24.2.323.01 в ФГБОУ ВО «Липецкий  
государственный технический университет» по адресу: 398055, г. Липецк, ул.  
Московская, 30.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Липецкий  
государственный технический университет» и на сайте [www.stu.lipetsk.ru](http://www.stu.lipetsk.ru)

Автореферат разослан «14» февраля 2024 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета 24.2.323.01  
д.т.н., доцент



И.А. Седух

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования и степень её разработанности.** В данной работе определяется и изучается класс динамических окрестностных моделей, позволяющих описывать процессы обработки движущихся объектов неподвижными устройствами. Статические и динамические окрестностные модели, в том числе с переменными окрестностями, успешно использовались для описания сложных объектов и процессов. Динамические окрестностные модели, как правило, рассматривались с точки зрения динамики свойств объекта во времени в ситуациях, когда объект неподвижен или его движение в пространстве не имеет значения. Актуальной является задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве, в том числе для случая последовательной обработки движущегося протяженного объекта.

Теоретические вопросы идентификации и управления окрестностными моделями рассматривались в работах С.Л. Блюмина, А.М. Шмырина, Н.Н. Карабутова, И.А. Седых и других. Окрестностный подход оказался достаточно гибким и успешно сочетаемым с необходимыми модификациями для конкретных классов моделей, например для билинейных моделей с нечеткими связями (С.С. Роевко, А.Г. Ярцев), для динамических моделей (И.А. Седых, А.А. Томилин) и в других случаях.

Окрестностные модели сложных производственных процессов характеризуются следующими структурными и аналитическими особенностями:

- на структурном уровне окрестностная модель представляет собой орграф с кортежами переменных в вершинах, формализующий с той или иной степенью подробности технологическую схему процесса. Математически вершины орграфа разделяются на три типа: входы, узлы и выходы. Технологически каждая из вершин (независимо от типа) соответствует одному из технологических узлов или этапов моделируемого процесса. Орграф модели вместе с кортежами переменных в вершинах называется окрестностной структурой.

- аналитически окрестностная модель задается системой уравнений на окрестностной структуре. Выбор типа уравнений для уже заданной (идентифицированной) окрестностной структуры может варьироваться в широких пределах: система может быть дискретной или непрерывной, статической или динамической, линейной или полиномиальной и так далее.

Хорошо известно, что для моделирования процессов в движущихся объектах можно использовать либо неподвижные системы координат (переменные Эйлера) либо системы координат, связанные с самим объектом (переменные Лагранжа). И в том и другом случае переход от непрерывных моделей к дискретным, который необходим для компьютерного моделирования, связан с определенными трудностями из-за необходимости учета движения. Идея А. Н. Колмогорова о построении дискретных моделей как первичных, а не как дискретизаций непрерывных, в данном случае

становится особенно актуальной и полезной. Прямое построение дискретной модели в задаче моделирования процесса обработки движущегося объекта может быть реализовано в рамках теории окрестностных систем.

Тематика работы связана с научными направлениями ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»: «Исследование и разработка методов и алгоритмов прикладной математики для идентификации технологических и сопровождающих процессов» и «Современные сложные системы управления».

**Цель работы и задачи исследования.** Цель диссертационной работы заключается в разработке и исследовании математических моделей и алгоритмов последовательной обработки движущихся протяженных объектов с заданными целевыми параметрами выхода на основе методов окрестностного моделирования. В рамках данного исследования были поставлены и решены следующие задачи:

1. Обзор существующих классов динамических окрестностных моделей, в том числе моделей с переменными окрестностями.

2. Построение окрестностных моделей процесса обработки движущегося объекта в переменных Лагранжа и переменных Эйлера, в том числе для случая последовательной обработки протяженного объекта, сравнительный анализ построенных моделей.

3. Разработка алгоритмов и численных методов расчета детерминированного и управляемого изменения параметров движущегося протяженного объекта на пассивных и активных стадиях процесса обработки.

4. Применение разработанных математических моделей и алгоритмов последовательной обработки в производственных задачах, в том числе в некоторых задачах логистики.

5. Разработка программных модулей, реализующих алгоритмы и численные методы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах процесса обработки.

**Научная новизна.** В диссертационной работе получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Введены классы динамических окрестностных моделей на основе использования переменных Лагранжа и Эйлера, что позволяет применять дискретные системы для описания процесса последовательной обработки движущихся протяженных объектов.

2. Разработаны алгоритмы и численные методы, отличающиеся использованием окрестностной модели Эйлера и позволяющие решать прямую и обратную задачи расчета изменения параметров протяженного объекта на пассивных этапах процесса обработки.

3. Разработан алгоритм расчета режимов работы последовательности однотипных управляющих устройств на активном этапе обработки, отличающийся возможностью учёта изменяющихся параметров объекта и позволяющий достигать заданных параметров выхода.

4. Предложены две модифицированные версии алгоритма последовательной обработки на активном этапе, отличающиеся возможностью учета ограничений на ресурсы управляющих устройств и позволяющие решать задачу равномерного расхода ресурсов.

5. Разработан проблемно-ориентированный комплекс программ, отличающийся наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам обработки, и позволяющий находить режимы работы устройств активной зоны, реализующие заданные целевые параметры выхода.

#### **Теоретическая и практическая значимость.**

Теоретическая значимость результатов работы заключается в построении динамических окрестностных моделей поступательного движения и обработки пространственных объектов в переменных Лагранжа и Эйлера. Полученные результаты позволяют использовать построенные динамические окрестностные модели и разработанные для них алгоритмы для описания процесса последовательной обработки движущихся протяженных объектов.

Практическая значимость результатов работы заключается в адаптации построенных моделей и разработанных алгоритмов для применения в производственных задачах обработки протяженных объектов и логистических задачах равномерного распределения поставок продукции.

**Объект исследования.** Процессы последовательной обработки движущихся объектов.

**Предмет исследования.** Моделирование производственных процессов последовательной обработки движущихся объектов с помощью динамических окрестностных систем.

**Методология и методы исследования.** В качестве теоретической и методологической основы выступают методы теории математического моделирования, теории систем, теории графов, вычислительной математики.

#### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Динамические окрестностные модели поступательного движения и обработки пространственного объекта в переменных Лагранжа и Эйлера, модель последовательной обработки движущегося протяженного объекта в координатах Эйлера.

2. Алгоритм решения прямой и обратной задачи расчета изменения параметров протяженного объекта на пассивных этапах процесса обработки.

3. Алгоритм расчета режимов работы последовательности однотипных управляющих устройств на активном этапе обработки, отличающийся возможностью учёта изменяющихся параметров объекта и позволяющий достигать заданных целевых параметров выхода.

4. Алгоритмы последовательной обработки на активном этапе, отличающиеся возможностью учета ограничений на ресурсы обрабатываемых устройств и позволяющие решать задачу равномерного расхода ресурсов.

5. Комплекс проблемно-ориентированных программ, отличающийся наличием трех вычислительных модулей, соответствующих трем этапам обработки.

**Тематика работы** соответствует следующим пунктам паспорта специальности 1.2.2:

- разработка алгоритмов и численных методов расчета детерминированного и управляемого изменения параметров движущегося протяженного объекта на пассивных и активных стадиях процесса обработки соответствует пункту 2 «Разработка, обоснование и тестирование эффективных вычислительных методов с применением современных компьютерных технологий»;

- разработка программных модулей, реализующих алгоритмы и численные методы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах процесса обработки соответствует пункту 3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента»;

- исследование построенных динамических окрестностных моделей и алгоритмов последовательной обработки в производственных задачах, в том числе в задачах металлургии и логистики соответствует пункту 8 «Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента».

**Степень достоверности результатов работы.** Достоверность результатов работы подтверждается проведенными в достаточном объеме исследованиями с применением современных технологий математического моделирования и вычислительного эксперимента. Разработанные методики, процедуры и алгоритмы были применены для исследования реальных объектов – получения технологически оптимального температурного профиля полосы на этапе смотки, а также для получения путевых кодов для последовательности транспортных агентов в задачах организации перевозок и логистики. Анализ полученных результатов во всех случаях показал соответствие производственным данным.

**Реализация и внедрение результатов работы.** Результаты работы рекомендованы для дальнейшего рассмотрения и использования предприятиями АО «Липецкцемент», СП «Хмелинецкий сахарный завод» АО «АПО «Аврора», ПАО «НЛМК». В ООО «ЛипецкНИЦСтройпроект» подтверждено, что на основе разработанных моделей и алгоритмов можно улучшить некоторые стадии процесса перевозки дорожно-строительных материалов. В ООО «Группа Компаний «ЛипецкПрофиль» подтверждено, что разработанные алгоритмы и программные модули могут быть полезны при расчете управляющих воздействий на объекты с учетом заданных начальных значений параметров объекта и целевого выхода. В ПАО «НЛМК» подтверждено, что результаты диссертационной работы могут быть рекомендованы для дальнейшего рассмотрения и использования при анализе работы установки ускоренного охлаждения с целью получения технологически оптимального температурного профиля полосы на этапе смотки.

Результаты диссертационного исследования используются в учебном процессе ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам «Математическое моделирование», «Применение компьютерных технологий в динамике систем тел», а также при подготовке выпускных квалификационных работ.

**Апробация работы.** Теоретические и практические результаты работы докладывались и обсуждались на международных и всероссийских научно-практических конференциях: XII Всероссийская школа-конференция молодых ученых «Управление большими системами» (Волгоград, 2015), Международная научно-практическая конференция «Современная металлургия нового тысячелетия» (Липецк, 2015), IV Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Моделирование и наукоемкие информационные технологии в технических и социально-экономических системах» (Новокузнецк, 2016), 3st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency «SUMMA 2021» (Липецк, 2021), III Всероссийская научно-практическая конференция «Энергетика будущего – цифровая трансформация» (Липецк, 2022), Международная научно-практическая конференция «Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование» (Липецк, 2023), Областной профильный семинар «Школа молодых учёных» по проблемам естественных наук (Липецк, 2023), а также на научных семинарах кафедры высшей математики, кафедры прикладной математики Липецкого государственного технического университета.

**Публикации.** Основные результаты работы опубликованы в 15 печатных трудах, в том числе 4 – самостоятельно, из них 4 статьи в ведущих рецензируемых журналах, рекомендованных в Перечне ВАК, 2 – в изданиях, входящих в международные системы цитирования Scopus и Web of Science, 3 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

В работах, написанных в соавторстве и приведенных в автореферате, лично соискателем получены следующие результаты: [1,5,10] – разработка окрестностных структур движущегося протяженного объекта в переменных Лагранжа и Эйлера; [2,3,6] – динамическая окрестностная модель последовательной обработки протяженного объекта в координатах Эйлера, динамическая окрестностная модель для пассивных зон обработки, решение прямой и обратной задач для пассивных зон обработки в случае линейных систем, основной алгоритм работы управляющих узлов на активном этапе, модифицированные версии основного алгоритма; [7] – разработка программного обеспечения для расчета показателей профиля проката; [8,9] – разработка программного обеспечения для расчета периодов работы управляющих узлов; [12] – реализация разработанных модификаций алгоритмов с учетом ограничений на ресурсы и равномерным расходом ресурсов на сгенерированных данных; [14] – разработка и реализация

алгоритма генерирования путевых кодов на основе модификации аддитивного алгоритма с ограничением на ресурсы и равномерным расходом ресурсов.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, двух приложений и списка литературы из 118 источников. Объем составляет 141 страницу, включая 33 рисунка и 16 таблиц.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, перечислены положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробации результатов, а также основное содержание работы.

**В первой главе** рассматриваются понятия окрестностных моделей и соответствующих им окрестностных структур, проведен обзор статических и динамических окрестностных моделей, в том числе линейных, нечетких и нелинейных, отмечены их особенности. Приведены примеры применения динамических окрестностных моделей. Поставлена задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве.

Исследованием окрестностных моделей занимались С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Н.Н. Карабутов, И.А. Седых и др. Окрестностная модель представляет собой систему на окрестностной структуре – орграфе, с вершинами которого ассоциированы переменные модели. Вершины окрестностной структуры (орграфа) соответствуют объектам технологической схемы процесса, дуги – технологическим связям, переменные – технологическим параметрам объектов. Все вершины разделяются на входы, узлы и выходы. Каждое уравнение окрестностной системы составляется для соответствующего узла или выхода, при этом уравнения могут быть разного типа (например, статическими или динамическими). В уравнении для каждого узла (или выхода) содержатся переменные, соответствующие вершинам-входам и вершинам-узлам, предшествующим в орграфе данному узлу (или выходу).

Ставится задача построения динамических окрестностных моделей с учетом движения объекта в пространстве, в том числе для случая последовательной обработки движущегося протяженного объекта. Этот класс можно рассматривать как обобщение класса обычных динамических окрестностных моделей. Актуальность предлагаемого класса моделей связана, в частности, с рассматриваемыми в работе приложениями к некоторым задачам металлургии и логистики, в которых модель описывает процесс последовательной обработки движущегося протяженного объекта (или последовательности объектов) неподвижными устройствами.

**Во второй главе** рассматриваются динамические окрестностные модели поступательного движения в координатах Лагранжа и Эйлера, фазовые и динамические окрестностные структуры, приводится постановка задачи

обработки движущегося одномерного объекта, представлены разработанные модели последовательной обработки в координатах Лагранжа и Эйлера.

Рассматривается дискретная модель поступательного движения объекта в пространстве, при котором изменение состояния объекта является результатом некоторого внутреннего детерминированного процесса и внешних управляющих воздействий в некоторой неподвижной области пространства при прохождении объектом этой области. В математической модели движущимся объектом является зависящая от времени область  $\Omega^t \subset \mathbb{R}^3$ , управление (обработка) осуществляется в неподвижной области  $\Omega_U \subset \mathbb{R}^3$ , поступательное движение задается вектор-функцией  $S^t$ ,  $S^0 = 0 \in \mathbb{R}^3$ . Траектории всех точек тела параллельны траектории  $S(t)$ , то есть  $\Omega^t = \Omega^0 + S^t$ . Состояние тела описывается скалярным, векторным или тензорным полем  $X^t(\omega)$ ,  $\omega \in \Omega^t$ .

При переходе к дискретной окрестностной модели пространство  $\mathbb{R}^3$  заменяется решеткой  $\mathbb{Z}^3 = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ , движущийся объект и область управлений заменятся подмножествами точек решетки  $\Omega^t \subset \mathbb{Z}^3$  и  $\Omega_U \subset \mathbb{Z}^3$  с сохранением введенных обозначений, траектория поступательного движения  $S^t$ ,  $t \in [0, T]$  – последовательностью узлов решетки  $S^t$ ,  $t = 0, 1, \dots, T$  такой, что  $S^{t+1} = S^t + \Delta^t$ , где  $\Delta^t$  – вектор сдвига в момент времени  $t$ , все координаты которого могут принимать значения  $-1, 0, 1$ . Последнее условие означает, что каждый сдвиг происходит в пределах элементарного куба решетки по ребру (одна ненулевая компонента), по диагонали одной из граней куба (две ненулевых компоненты) или по большой диагонали куба (нет нулевых компонент).

При отсутствии управляющих воздействий в системе координат Лагранжа, то есть в решетке  $\mathbb{Z}^3$ , движущейся вместе с телом, объект неподвижен, то есть  $\Omega_X^t = \Omega_X^0 = \Omega_X$ . Динамическая окрестностная система в общем случае имеет вид

$$X^{t+1}(\omega) = F_\omega^t(X^t(O_X^t(\omega))), \quad \omega \in \Omega_X, \quad (1)$$

где  $O_X^t(\omega)$  – окрестность точки  $\omega$ , то есть множество всех точек  $\omega' \in \Omega$ , состояния которых влияют на изменение состояния точки  $\omega$ . В динамической окрестностной системе это множество в общем случае зависит от момента дискретного времени  $t$ . В орграфе динамической окрестностной структуры переменная окрестность  $O_X^t(\omega)$  состоит из всех вершин-источников для  $\omega$  (включая  $\omega$ , если в  $\omega$  есть петля).

При отсутствии управляющих воздействий в неподвижной системе координат Эйлера, когда  $\Omega_X^t = \Omega_X^0 + S^t$ , сдвиги  $\Delta^t$  участвуют в записи системы:

$$X^{t+1}(\omega + \Delta^t) = F_\omega^t(X^t(O_X^t(\omega))), \quad \omega \in \Omega_X^t. \quad (2)$$

При наличии зависящих от времени управляющих воздействий  $U^t(\omega)$ , определенных для неподвижных узлов  $\omega \in \Omega_U \subset \mathbb{Z}^3$ , окрестностная система в координатах Лагранжа имеет вид

$$X^{t+1}(\omega) = F_\omega^t(X^t(O_X^t(\omega)), U^t(\omega - \Delta^t)), \quad \omega \in \Omega_X, \quad (3)$$

где  $U^t(\omega - \Delta^t) = 0$  если  $\omega - \Delta^t \notin \Omega_U^t$ . В координатах Эйлера

$$X^{t+1}(\omega + \Delta^t) = F_\omega^t(X^t(O_X^t(\omega)), U^t(\omega)), \quad \omega \in \Omega_X^t, \quad (4)$$

где  $U^t(\omega) = 0$  если  $\omega \notin \Omega_U$ .

В координатах Лагранжа система без управления имеет более простой вид, но в случае систем с управлением более простой с точки зрения задачи синтеза управления будет система в координатах Эйлера.

Случай одномерной модели  $\Omega_X, \Omega_U \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{R}$  можно интерпретировать как последовательную обработку движущегося протяженного объекта.

Полученная модель позволяет рассматривать задачу последовательной обработки движущегося протяженного объекта неподвижными устройствами. Свойства объекта по длине характеризуются функцией одной переменной (одномерный «входной профиль»). Участки обработки разделены на три последовательные зоны – начальную (пассивную) с  $n_1$  узлами, среднюю (активную) с  $n_2$  узлами и конечную (пассивную) с  $n_3$  узлами. Активная зона содержит последовательность управляющих устройств  $u_{n_1+1}, \dots, u_{n_1+n_2}$ , в пассивных зонах управляющих устройств нет.

Профиль протяженного объекта на входе или заранее известен, или становится известным по мере входа объекта в зону обработки (режим реального времени). В пассивных зонах профиль объекта изменяется детерминировано, по известному закону («самодействие» объекта). В активной зоне, кроме того, профиль изменяется в результате включения/выключения управляющих устройств. Целью обработки является достижение или аппроксимация заданного выхода – «выходного профиля». На рисунке 1 изображена схема последовательной обработки с указанием зон обработки и неподвижных устройств.

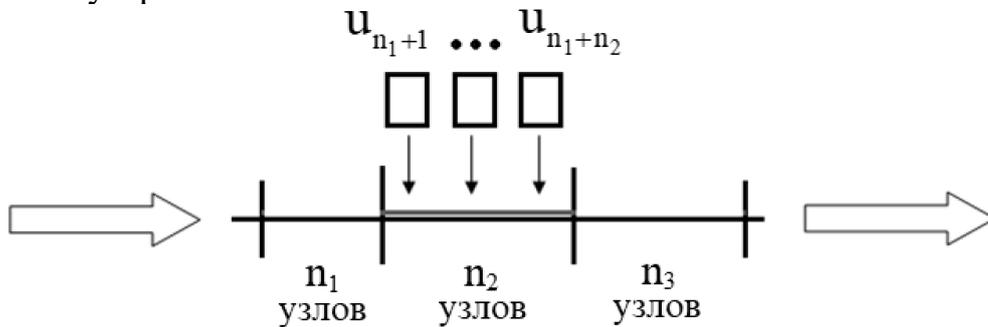


Рисунок 1 – Схема последовательной обработки

Модели последовательной обработки могут рассматриваться с точки зрения системы координат, связанной с объектом или в системе координат, связанной с неподвижными зонами обработки. В первом случае рассматривается модель в координатах Лагранжа, во втором случае – модель в координатах Эйлера.

Окрестностная структура последовательной обработки, соответствующая системе координат Эйлера, связанной с неподвижным конвейером, содержит:

- $n + 1 = 1 + n_1 + n_2 + n_3$  узла  $x_0, x_1, \dots, x_n$ , (дискретная схема зон обработки, где  $n_1$  и  $n_3$  – количество узлов пассивных зон,  $n_2$  – количество узлов активной зоны) с переменными  $X^t(i)$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ ,

- вход  $\hat{u}$  с переменной  $\hat{U}^t$ ,  $t = 0, \dots, N - 1$ ,

- выход  $y$  с переменной  $Y^t$ ,  $t = n + 1, \dots, n + N$ ,

•  $n_2$  управляющих входов  $u_{n_1+1}, \dots, u_{n_1+n_2}$  с переменными  $U^t(i)$ ,  $i = n_1 + 1, \dots, n_1 + n_2$ ,  $t = i, \dots, i + N - 1$ .

Предложенная окрестностная структура изображена на рисунке 2. Начальный узел  $x_0$  вводится для унификации обозначений, его переменная дублирует переменную входа  $\hat{u}$ , то есть  $X^{t+1}(0) = \hat{U}^t$ , при  $t = 0, \dots, N - 1$ . Число  $n_1$  – это количество узлов  $x_i$ , при  $i = 1, \dots, n_1$ , не учитывая  $x_0$ , первой зоны обработки, где изменение свойств объекта происходит в результате «самодействия». Следующие узлы, начиная с  $n_1 + 1$  до  $n_1 + n_2$ , соответствуют активному участку последовательной обработки. В активной зоне расположены  $n_2$  управляющих устройств  $u_{n_1+1}, \dots, u_{n_1+n_2}$ , каждому из которых соответствует свой управляющий вход. Последние узлы, начиная с  $n_1 + n_2 + 1$  и до  $n = n_1 + n_2 + n_3$ , соответствуют последнему участку обработки, участок является пассивным, без управляющих устройств.

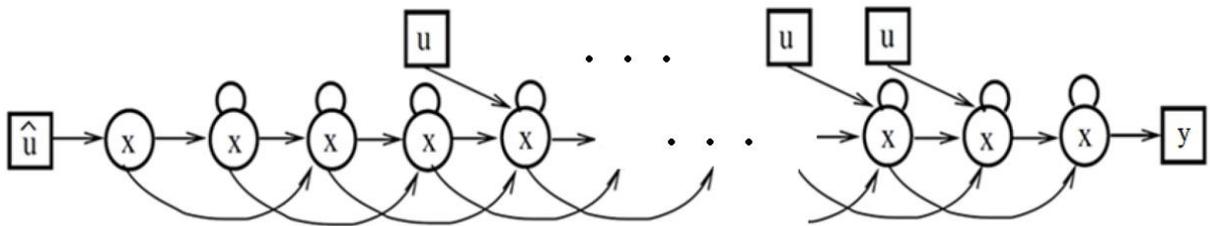


Рисунок 2 – Окрестностная структура последовательной обработки в переменных Эйлера

Объект состоит из  $N$  единиц и для движения по зонам обработки требуется  $n + N$  дискретных моментов  $t = 1, \dots, n + N$ ; каждый момент времени соответствует сдвигу объекта на один узел вправо. Через каждый узел объект проходит за  $N$  моментов времени.

С точки зрения окрестностной структуры в переменных Эйлера, которая связана с неподвижными зонами обработки, при движении объекта его фрагменты следуют друг за другом. Для того чтобы найти состояние фрагмента, который пришел в момент времени  $t + 1$  в узел  $i$ , необходимо знать состояние узлов  $i - 2$ ,  $i - 1$ ,  $i$  в предыдущий момент времени  $t$ . Такое «запаздывание» происходит из-за движения объекта по зонам обработки.

Уравнение состояния узла, то есть состояния фрагмента объекта, проходящего через узел зоны обработки, в общем случае имеет вид

$$X^{t+1}(i) = F_i^t(X^t(i), X^t(i - 1), X^t(i - 2), U^t(i - 1)). \quad (5)$$

Следует отдельно отметить, что в зависимости от соотношения между узлом  $i$  и переменной по времени  $t$  может отсутствовать управление (управляющее воздействие) и часть состояний в правой части, и, кроме того, само уравнение может отсутствовать.

Окрестностная система для окрестностной структуры в переменных Эйлера на рисунке 2 имеет следующий вид, с наличием  $n + 1$  узла  $x_0, x_1, \dots, x_n$  и с  $n_2$  управляющими входами

$$\left. \begin{aligned}
 & X^t(0) = \hat{U}^t, \\
 & t = 0, \dots, N - 1 \\
 & X^{t+1}(1) = F_1^t(X^t(0), X^t(1)), \\
 & t = 0, \dots, N - 1 \\
 & X^{t+1}(2) = F_2^t(X^t(0), X^t(1), X^t(2)), \\
 & t = 1, \dots, N \\
 & X^{t+1}(3) = F_3^t(X^t(1), X^t(2), X^t(3)), \\
 & t = 2, \dots, N + 1 \\
 & X^{t+1}(4) = F_4^t(X^t(2), X^t(3), X^t(4), U^t(3)), \\
 & t = 3, \dots, N + 2 \\
 & \dots \\
 & X^{t+1}(n - 2) = F_{n-2}^t(X^t(n - 4), X^t(n - 3), X^t(n - 2), U^t(n - 3)), \\
 & t = n - 3, \dots, N + (n - 4) \\
 & X^{t+1}(n - 1) = F_{n-1}^t(X^t(n - 3), X^t(n - 2), X^t(n - 1), U^t(n - 2)), \\
 & t = n - 2, \dots, N + (n - 3) \\
 & X^{t+1}(n) = F_n^t(X^t(n - 2), X^t(n - 1), X^t(n)), \\
 & t = n - 1, \dots, N + (n - 2) \\
 & Y^t = X^t(n), \\
 & t = n, \dots, N + (n - 1)
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

**В третьей главе** рассматривается предложенный основной алгоритм получения целевого выходного профиля с аддитивной обработкой в активной зоне, рассматриваются разработанные модификации основного алгоритма для заданных емкостей управляющих узлов, а также для равномерного расходования ресурсов. Рассматривается прямая и обратная задачи для пассивных зон обработки, алгоритм равномерного расходования ресурсов в задачах логистики.

В предложенной в работе динамической окрестностной модели последовательной обработки решение задачи достижения целевого профиля на выходе из зон обработки разделяется на три этапа.

1. Расчет профиля объекта на этапе входа в активную зону с использованием детерминированной динамической модели самодействия (решение прямой задачи для самодействия, на этом этапе управление отсутствует).

2. Расчет профиля объекта на этапе выхода из активной зоны с использованием детерминированной динамической модели самодействия (решение обратной задачи для самодействия, на этом этапе управление отсутствует).

3. Расчет моментов включения/выключения управляющих входов активной зоны для преобразования профиля входа в активную зону в профиль выхода из активной зоны, без ограничений или с ограничениями на ресурсы управляющих узлов (основной этап, решается задача управления).

Для первого этапа применяется предложенный численный метод решения прямой задачи для самодействия объекта: для входной пассивной зоны численный метод состоит в преобразовании входного вектора (профиля)  $\bar{X}(0)$  в вектор  $\bar{X}(n_1 + 1)$ , являющийся входным вектором для активной части зоны обработки. Вычисление выполняется прямым последовательным применением узловых операторов  $F_i^t$  первой пассивной зоны к входным векторам узлов пассивной зоны:

$$\bar{X}(n_1 + 1) = \bar{R}_{n_1+1}(\bar{X}(0)). \quad (7)$$

Для второго этапа применяется предложенный численный метод решения обратной задачи для самодействия объекта: для выходной пассивной зоны численный метод состоит в преобразовании целевого вектора выхода из зон обработки  $\bar{Y} = \bar{X}(1 + n_1 + n_2 + n_3)$  (целевого профиля задачи обработки) в вектор выхода из активной части зоны обработки  $\bar{X}(n_1 + n_2 + 1)$ . Для этого предварительно вычисляется оператор, обратный к композиции узловых операторов  $F_i^t$  второй пассивной зоны. Вычисление выполняется применением обратного оператора к вектору  $\bar{Y}$ :

$$\bar{X}(n_1 + n_2 + 1) = \bar{R}_{n_1+1}^{-1}(\bar{X}(n_1 + 1)) = \bar{R}_{n_1+1}^{-1}(\bar{Y}). \quad (8)$$

Для третьего этапа применяется разработанный алгоритм для активной зоны обработки, состоящий в вычислении матрицы значений управляющих векторов  $U^t(i)$  в каждый момент времени.

Уравнение состояния узла в активной части с аддитивным управляющим воздействием имеет вид:

$$X^{t+1}(i) = F_i^t(X^t(i), X^t(i-1), X^t(i-2)) + U^t(i-1). \quad (9)$$

На этапе обработки с учетом доминирующего влияния управляющих входов активной зоны на состояние каждого узла можно пренебречь самодействием движущегося объекта в активной зоне, тогда уравнение состояния узла в активной зоне упрощается:

$$X^{t+1}(i+1) = X^t(i) + U^t(i). \quad (10)$$

Алгоритм вычисления управляющих воздействий без ограничений на ресурсы управляющих устройств («-1» – есть воздействие, «0» – нет воздействия):

$$U^t(n_1 + s) = \begin{cases} -1, & \text{если } s = 1, \dots, X^t(n_1 + 1) - X^t(n_1 + n_2 + 1), \\ 0, & \text{если } s > X^t(n_1 + 1) - X^t(n_1 + n_2 + 1), \end{cases} \quad (11)$$

где  $s$  – параметр, показывающий управляющие узлы, срабатывающие для фрагмента объекта,  $t = 1, \dots, N$ .

В первой модификации добавляется ограничение емкости для каждого управляющего входа  $U(i)$ , эти ограничения могут быть разными для разных входов, запас ресурсов для обработки объекта становится конечным. В этом случае в формулу (11) добавляется условие проверки ненулевой емкости, обозначаемое  $cap$ , для каждого управляющего входа:

$$U^t(n_1 + s) = \begin{cases} -1, & \text{если } s = 1, \dots, X^t(n_1 + 1) - X^t(n_1 + n_2 + 1), \\ 0, & \text{если } s > X^t(n_1 + 1) - X^t(n_1 + n_2 + 1), \\ 0, & \text{если } cap(U^t(i)) = 0, \end{cases} \quad (12)$$

где параметр  $s$  покажет количество управляющих воздействий, срабатывающих при условии ненулевой емкости,  $t = 1, \dots, N$ .

Согласно формуле (12), в очередной момент времени  $t$  проверятся емкость  $U^t(i)$  текущего управляющего входа. Если емкость равна нулю, то и во все последующие моменты времени  $U(i) = 0$ , с  $t + 1$  до  $N$  включительно.

Во второй модификации алгоритма обработки помимо учета ограничений на ресурсы обеспечивается равномерность расхода ресурсов управляющих устройств:

1) создается переменная-счетчик, которая хранит информацию о последнем использованном входе  $U(i)$  для текущего фрагмента объекта;

2) следующий за входом  $U(i)$  вход  $U(i + 1)$  оказывает воздействие на следующий фрагмент движущегося объекта, после чего следуют дальнейшие управляющие входы по порядку;

3) если требуемое значение фрагмента объекта не достигнуто, включается следующий по порядку вход, в случае последнего включенного входа  $U(n_1 + n_2)$  следующим по порядку в циклической нумерации является вход  $U(1)$ , что продолжает работу алгоритма.

Важно отметить, что каждый управляющий вход  $U$  может действовать на каждый фрагмент движущегося объекта только один раз. Если  $U(i)$  достигает предельной емкости, то далее в алгоритме такой управляющий вход не рассматривается в цикле алгоритма.

**В четвертой главе** рассматриваются варианты адаптации разработанной модели к задаче охлаждения горячекатаной полосы и к задаче организации перевозок, представлены расчет режима работы душирующих установок и расчет поставок асфальтобетонной смеси и фасованного цемента потребителям на основе разработанных алгоритмов. Расчеты проводились с использованием разработанного программного комплекса.

На основе построенной динамической окрестностной модели разработан алгоритм для расчета управляющих воздействий установки ускоренного охлаждения горячекатаной полосы для получения целевого равномерного температурного профиля смотки ( $T_{CM}$ ) по исходному температурному профилю конца прокатки.

Для расчетов в задаче получения режима работы душирующих установок на основе разработанных алгоритмов составлена модель, содержащая 100 узлов на полосу, где один узел приблизительно соответствует 10 метрам длины полосы. Зона душирующих установок содержала 10 узлов, по 8 полусекций устройств ускоренного охлаждения (УУО) на один узел. Охлаждающая способность одной полусекции УУО учитывалась в зависимости от скорости полосы.

По исходным данным температурного профиля конца прокатки и известной (заданной) средней температуре на смотке на основании алгоритма рассчитывается суммарный охлаждающий эффект от задействованных управляющих узлов для каждого фрагмента полосы и количество срабатывающих устройств ускоренного охлаждения в каждый момент времени  $t$ . В результате получаем матрицу со значениями управляющих воздействий

$U^t(i)$  устройств ускоренного охлаждения. Применяя к исходным входным данным температурного профиля конца прокатки полученные воздействия УУО и, кроме того, учитывая внутренний теплообмен и теплообмен с окружающей средой (воздушное охлаждение), получаем выходной профиль температур на этапе смотки.

Полученные результаты имитационного моделирования и известные реальные данные по работе устройств ускоренного охлаждения и профилю температур на этапе смотки представлены на рисунке 3 и рисунке 4. Реальные (заранее известные) данные представлены на каждом из рисунков кривой с номером «1» синего цвета, полученные по алгоритму в результате имитационного моделирования – кривой с номером «2» красного цвета.

На рисунке 3 представлен график с реальными данными по УУО и данными, полученными в результате работы алгоритма. На вертикальной оси отмечено количество включенных душирующих установок, по горизонтальной оси отмечены моменты времени. Целью является получение равномерного целевого выхода, поэтому в некоторые моменты времени по алгоритму требуется увеличение числа действующих душирующих установок (например, диапазон моментов времени от  $t = 65$  до  $t = 90$ ), а в некоторых – наоборот, уменьшение (например, диапазон моментов времени от  $t = 50$  до  $t = 65$ ).

На рисунке 4 представлен график с данными по  $T_{CM}$  (температура смотки). На вертикальной оси отмечена температура в градусах Цельсия, по горизонтальной оси отмечены узлы полосы. Кривая с номером «2» имеет меньший разброс температур, чем кривая с номером «1» что означает более равномерное распределение температуры на смотке, полученное в результате имитационного моделирования. Это показано и подсчетами среднего значения температуры смотки и среднеквадратического отклонения  $T_{CM}$  в таблицах 1 и 2.

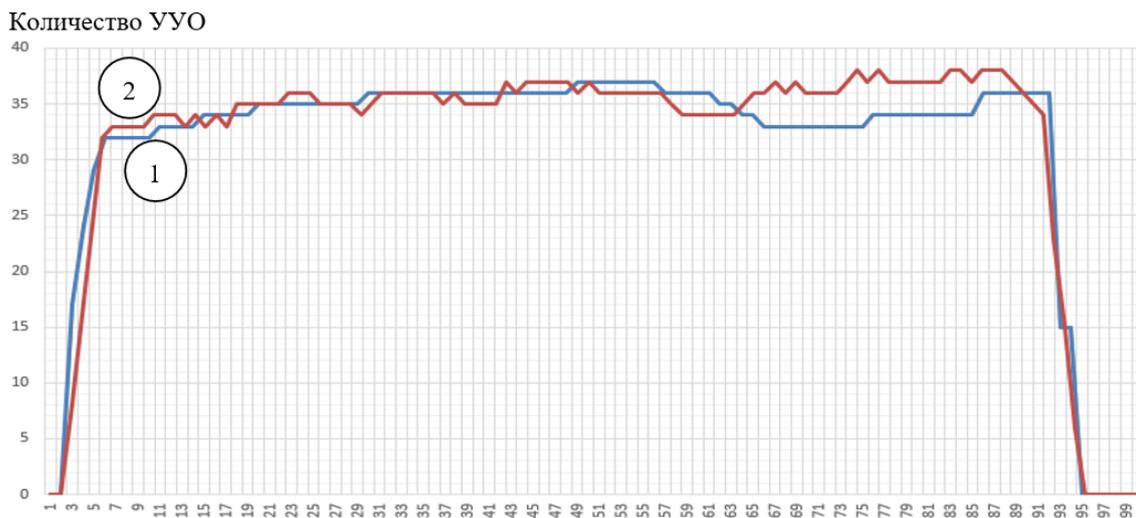
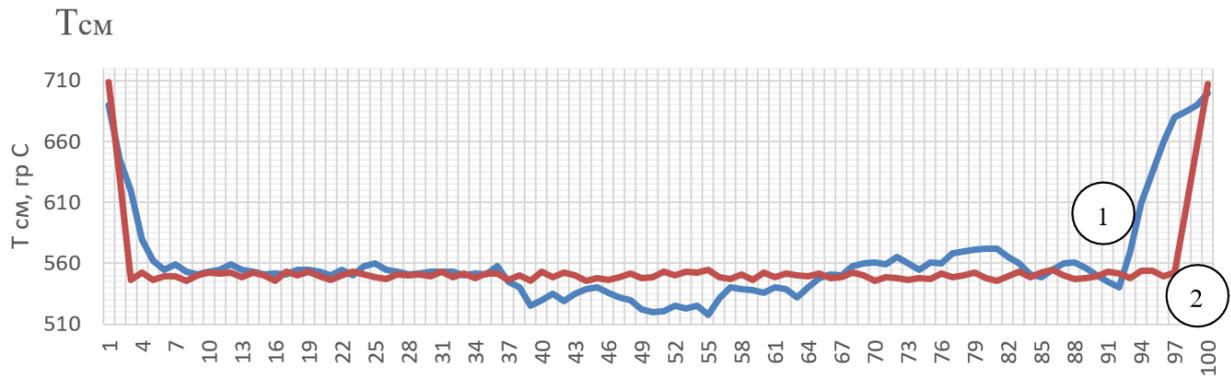


Рисунок 3 – Реальные и имитационные данные по работе УУО

Рисунок 4 – Реальные и имитационные данные по  $T_{CM}$ 

Целевой профиль температур на смотке в рассматриваемых примерах является равномерным. В то же время алгоритм позволяет проводить расчеты для любого, например, равномерно возрастающего или равномерно убывающего температурного профиля на смотке.

Для сравнения средней температуры смотки и среднеквадратического отклонения полученных результатов не учитываются первые и последние 10 значений для рассчитанной по алгоритму температуры смотки и рассматриваемой по исходным данным. Это связано с всплесками в начале и в конце графика температур ввиду технологических особенностей. Результаты сравнения (для двух полос) приведены в таблице 1 и таблице 2.

Таблица 1

Средняя температура смотки ( $T_{CM}$ ) для полосы 1 и 2

Средняя температура смотки	Полоса 1	Полоса 2
по диаграмме	548 °C	549 °C
по алгоритму	549 °C	550 °C

Таблица 2

Среднеквадратичное отклонение  $T_{CM}$  для полосы 1 и 2

Среднеквадратичное отклонение $T_{CM}$	Полоса 1	Полоса 2
по диаграмме	12.98 °C	10.13 °C
по алгоритму	2.38 °C	2.54 °C

Таким образом, имитационное моделирование на основе разработанных моделей и алгоритмов позволяет получить равномерное распределение температуры на смотке с целевой средней температурой 550 °C и среднеквадратическим отклонением примерно 3 °C. По среднеквадратичному отклонению это в 3-4 раза меньше, чем для реальных данных в исходных примерах.

При адаптации модели и алгоритма к задачам логистики и в частности, в рассматриваемых примерах, к задаче поставок асфальто-бетонной смеси или

фасованного цемента необходимо учесть, что вычисления в пассивных зонах обработки  $n_1$  и  $n_3$  в случае задач логистики не используются, а на активном участке  $n_2$  однотипные управляющие узлы рассматриваются как терминалы разной мощности (одномоментно принимаемого количества продукции). Ключевой особенностью задачи является равномерное использование терминалов с учетом ограничений на ресурсы.

Основные обозначения, используемые при решении задачи: количество агентов (транспортных средств) –  $N$ , количество терминалов –  $K$ , вектор, содержащий максимальные емкости транспортных агентов  $A_{max} = [A_1, \dots, A_N]$ , вектор, содержащий номинальные емкости транспортных агентов  $A_{nom} = [a_1, \dots, a_N]$ , вектор мощностей терминалов  $M = [m_1, \dots, m_K]$ , вектор текущих ресурсов терминалов  $R = [r_1, \dots, r_K]$ .

После работы алгоритма формируется список посещений терминалов для каждого фрагмента объекта, т.е. получаем путевой код для каждого агента с номером  $i$ . Такой путевой код представляет собой двоичный вектор и содержит в себе только значения «0» (терминал не посещен агентом) или значения «1» (агент посетил терминал), с обозначением  $C_i = [c_1, \dots, c_K]$ .

Расчет равномерных поставок грузов показан в таблице 3.

Таблица 3

Расчет равномерных поставок грузов

				Б <sub>1</sub>	Б <sub>2</sub>	Б <sub>3</sub>	Б <sub>4</sub>	Б <sub>5</sub>	Б <sub>6</sub>	
				<i>R</i>						
				5	5	5	5	5	5	
				<i>M</i>						
<i>C<sub>i</sub></i>		<i>A<sub>max</sub></i>	<i>A<sub>nom</sub></i>	5	4	3	3	4	4	<i>Цель</i>
<b>111100</b>	A <sub>1</sub>	15	15							
<b>100011</b>	A <sub>2</sub>	13	13	5						
<b>011110</b>	A <sub>3</sub>	15	14	5	4					
<b>110001</b>	A <sub>4</sub>	13	13	0	0	3				
<b>001111</b>	A <sub>5</sub>	15	14	5	4	0	3			
<b>111000</b>	A <sub>6</sub>	13	12	0	4	3	0	0		
<b>000111</b>	A <sub>7</sub>	15	11	5	0	0	3	4	0	
<b>111000</b>	A <sub>8</sub>	13	12	0	4	3	0	4	4	0
<b>000111</b>	A <sub>9</sub>	13	11	5	0	3	3	0	0	0
				0	4	0	0	4	4	0
					0	3	3	0	4	0
						0	0	4	0	0
							3	0	4	0
								4	0	0
									4	0
										0

В столбце  $A_{max}$  показана максимальная емкость для любого из агентов, рассматриваемых в задаче, при этом столбец  $A_{nom}$  содержит номинальные

емкости, т.е. реальную загруженность каждого агента, используемую при расчете. Каждый терминал может принять одновременно количество груза, указанное в строке под  $M$ . Общее количество погрузок в терминале, произведенное каждым из транспортных агентов при доставке грузов указано в строке под  $R$ . В столбце  $C_i$  получены путевые коды агентов.

Разработан комплекс, состоящий из 3 программ, зарегистрированных в Роспатенте, программа [8] реализована средствами пакета MATLAB, программы [7, 9] реализованы на языке программирования Python. Комплекс программ позволяет находить режимы работы устройств в зонах обработки, реализующие заданные целевые параметры выхода. Примеры расчетов по исходным данным для получения целевого выходного профиля в результате обработки в активной зоне представлены рисунками (скриншоты работы программ) и таблицами. Реализован как основной алгоритм последовательной обработки, так и две модификации с учетом ограничений на ресурсы и равномерным расходом ресурсов.

Дальнейшая разработка темы диссертации возможна в направлении рассмотрения более сложных режимов обработки и увеличения количества параметров, характеризующих обрабатываемый движущийся объект.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы были получены следующие основные результаты:

1. Дан обзор существующих классов статических и динамических окрестностных моделей.

2. Построены общие окрестностные модели поступательного движения и обработки пространственного объекта в переменных Лагранжа и Эйлера, проведено сравнение данных моделей. Рассмотрен случай последовательной обработки протяженного движущегося объекта в координатах Лагранжа и Эйлера.

3. Для модели в переменных Эйлера разработаны алгоритмы расчета детерминированного и управляемого изменения параметров протяженного объекта на пассивных и активных участках последовательной обработки.

4. Построенная модель и разработанные алгоритмы адаптированы для применения в производственных задачах обработки протяженных объектов и в логистических задачах с учетом равномерного распределения поставок продукции потребителям.

5. Разработаны проблемно-ориентированные программные модули, реализующие алгоритмы расчета управляемого и детерминированного изменения параметров протяженного объекта на активных и пассивных этапах последовательной обработки и позволяющие проводить вычислительные эксперименты.

Данные модели и алгоритмы применены для расчета режима работы душирующих установок в задаче охлаждения горячекатаной полосы и для расчета поставок продукции потребителям в задаче логистики.

## СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

### Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК РФ

1. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование конвейерной обработки стохастического потока данных / А.М. Шмырин, Н.М. Мишачёв, И.И. Супрунов // Системы управления и информационные технологии. – 2021. – № 2 (84). – С. 19-22.
2. Мишачёв, Н.М. Прямая и обратная задачи для пассивных зон конвейерной обработки протяженного объекта / Н.М. Мишачёв, А.М. Шмырин, И.И. Супрунов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2022. – Т. 18. – № 5. – С. 78-84.
3. Супрунов, И.И. Математическая модель и алгоритмы последовательной обработки движущегося протяженного объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин, Н.М. Мишачёв // Системы управления и информационные технологии. – 2023. – № 1 (91). – С. 16-22.
4. Супрунов, И.И. Применение модели конвейерной обработки в задачах логистики / И.И. Супрунов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19. – № 4. – С. 32-36.

### Публикации, индексируемые в Scopus и Web of Science

5. Mishachev, N.M. Simulation of sequential processing of a moving extended object / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, I.I. Suprunov // International Transaction Journal of Engineering, Management and Applied Sciences and Technologies. – 2020. – №2. – Vol.11(7). – p. 182-187.
6. Mishachev, N.M. Generating schedule in linear additive neighborhood model / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, I.I. Suprunov // 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021. – 2021. – p. 15-18.

### Свидетельства на программы для электронных вычислительных машин

7. Супрунов, И.И. Расчет показателей оценки точности поперечного профиля проката / И.И. Супрунов, А.В. Галкин // Москва: ФГБУ ФИПС, 2015. Госрегистрация № 2015660518 от 01.10.2015.
8. Супрунов, И.И. Идентификация билинейной окрестностной системы с минимальным количеством параметров и заданной матрицей корреляций узлов / И.И. Супрунов, Р.В. Попов // Москва: ФГБУ ФИПС, 2022. Госрегистрация № 2022610952 от 18.01.2022.
9. Супрунов, И.И. Расчет периодов работы управляющих узлов при конвейерной обработке с учетом ограничений на ресурсы / И.И. Супрунов, Р.В. Попов // Москва: ФГБУ ФИПС, 2022. Госрегистрация № 2022668664 от 11.10.2022.

### Статьи и материалы конференций

10. Мишачёв, Н.М. Окрестностные структуры для модели конвейерной обработки протяженного объекта / Н.М. Мишачёв, А.М. Шмырин, И.И. Супрунов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2020. – № 1 (42). – С. 22-27.

11. Супрунов, И.И. Алгоритмы конвейерной обработки движущегося протяженного объекта на основе окрестностных структур / И.И. Супрунов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 3 (49). – С. 35-40.

12. Супрунов, И.И. Алгоритмы конвейерной обработки протяженного объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин // В сборнике: Энергетика будущего – цифровая трансформация. Сборник трудов III всероссийской научно-практической конференции. – Липецк, 2022. – С. 303-307

13. Супрунов, И.И. Сравнение двух алгоритмов конвейерной обработки / И.И. Супрунов // В сборнике: Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование. Сборник статей международной научно-практической конференции. – Липецк, 2023. – С. 289-294

14. Супрунов, И.И. Расчет равномерных поставок продукции на основе алгоритма последовательной обработки движущегося протяженного объекта / И.И. Супрунов, А.М. Шмырин, Б.А. Бондарев // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2023. – № 3 (52). – С. 38-43

15. Супрунов, И.И. Применение алгоритма последовательной обработки движущегося протяженного объекта для расчета поставок продукции / И.И. Супрунов // В сборнике: Школа молодых учёных. Материалы областного профильного семинара по проблемам естественных наук. – Липецк, 2023. – С. 108-113.

Подписано в печать 24.01.2024. Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная.  
Цифровая печать. Объем 1,3 п.л. Тираж 100 экз. Заказ № 12.  
Липецкий государственный технический университет.  
Отдел полиграфических работ и услуг.  
398055, Липецк, ул. Московская, 30.