

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛИПЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи

*Попов*

**Попов Роман Валерьевич**

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ СТРУКТУРНОЙ  
ИДЕНТИФИКАЦИИ И СТРУКТУРНЫХ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные  
методы и комплексы программ

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель  
Доктор технических наук, профессор  
Шмырин Анатолий Михайлович

Липецк – 2025

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. Окрестностное моделирование .....	16
1.1. Окрестностные структуры и окрестностные системы .....	16
1.1.1. Окрестностные структуры .....	16
1.1.2. Матрицы смежности окрестностных структур.....	19
1.1.3. Окрестностные системы.....	21
1.2. Основные классы окрестностных моделей .....	22
1.2.2. Статические и динамические окрестностные модели .....	22
1.2.2. Вертексы и реляционные окрестностные модели .....	23
1.2.3. Балансовые окрестностные модели .....	25
1.3. Идентификация окрестностных моделей .....	26
1.3.1. Общая схема идентификации окрестностных моделей .....	26
1.3.2. Архетипы окрестностных моделей .....	28
1.4. Обзор методов преобразования окрестностных моделей.....	31
1.4.1. Декластеризация реляционных моделей .....	31
1.4.1. Расщепление двойных окрестностных моделей .....	32
1.5. Постановка задач исследования .....	36
2. Структурная идентификация окрестностных моделей .....	38
2.1. Смешанные окрестностные структуры .....	38
2.1.1. Определение и классификация вершин.....	38
2.1.2. Матрицы смежности смешанных окрестностных структур.	40
2.1.3. Ориентации смешанных окрестностных структур.....	41
2.1.4. Пример перехода от смешанной окрестностной структуры к ориентированной.....	42
2.2. Ациклические окрестностные модели.....	44

2.2.1. Алгоритм ациклической ориентации неориентированной окрестностной структуры.....	45
2.2.2. Градуированные окрестностные модели.....	47
2.3. Параметрическая валентность и минимальный план.....	48
2.3.1. Параметрическая идентификация и параметрическая валентность окрестностной модели .....	48
2.3.2. Минимальный план экспериментов.....	50
2.4 Полилинейные окрестностные модели.....	53
2.4.1. Два класса полилинейных окрестностных моделей.....	53
2.4.2 Примеры полилинейных окрестностных моделей .....	54
2.5 Параметрическая валентность полилинейных моделей .....	56
2.6 Выводы по главе 2 .....	58
3. Структурные преобразования окрестностных моделей.....	60
3.1 Скалярная декластеризация и скалярная декомпозиция окрестностных моделей.....	60
3.1.1 Алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры .....	62
3.1.2 Алгоритм скалярной декомпозиции для матрицы смежности окрестностной структуры.....	64
3.1.3 Алгоритм скалярной декомпозиции для окрестностных мультимоделей .....	65
3.1.4 Применение алгоритма скалярной декомпозиции .....	66
3.1.5 Применение алгоритма скалярной декомпозиции к окрестностной мультимодели.....	70
3.1.6 Применение алгоритма скалярной декомпозиции к анализу технологической схемы стадии диффузии производства сахара.....	73
3.2 Идентификация информационных связей в окрестностных моделях.....	75

3.2.1 Стабилизация номинального режима по состояниям .....	76
3.2.2 Коррекция выхода.....	78
3.2.3 Каркас матрицы.....	79
3.2.3 Матрицы смежности для информационных связей .....	80
3.4 Асинхронные окрестностные модели.....	81
3.4.1 Асинхронизация окрестностной модели по узлам .....	82
3.4.2. Асинхронизация окрестностной мультимодели по процессам .....	83
3.4.3 Асинхронизация окрестностных линейных моделей.....	84
3.5 Структура комплекса программ .....	85
3.5.1 Структурная идентификация (программа) .....	85
3.5.2 Параметрическая валентность и план экспериментов (программа).....	87
3.5.3 Алгоритм скалярной декомпозиции (программа). ....	90
3.6 Выводы по главе 3 .....	91
4. Окрестностная модель управления микроклиматом теплицы.....	93
4.1. Структурная идентификация технологической схемы теплицы	93
4.2. Скалярная декомпозиция окрестностной модели теплицы.....	97
4.3 Уравнения модели микроклимата теплицы .....	100
4.3.1 Уравнение системы отопления.....	101
4.3.2 Уравнение системы полива.....	102
4.3.3 Уравнение системы досвечивания .....	103
4.3.4 Уравнение системы вентиляции.....	104
4.3.5 Параметрическая идентификация .....	106
4.3.6 Минимизация расхода энергоресурсов .....	106
4.4 Имитационное моделирование микроклимата теплицы .....	107
4.4.1 Адекватность модели.....	110

4.5 Программа.....	111
4.6 Выводы по главе 4 .....	113
Заключение .....	114
Список литературы .....	115
ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	131
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	138

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы** Одним из перспективных направлений моделирования сложных распределенных процессов, характерных для современных производств, является окрестностное моделирование. Методы окрестностного моделирования и соответствующие задачи идентификации и управления рассматривались в работах С.Л. Блюмина [1-16], А.М. Шмырина [77-102], Н.Н. Карабутова [25-32], И.А. Седых [60-72] и других авторов.

Окрестностное моделирование основано на формализации технологической схемы производственного процесса в виде окрестностной структуры – орграфа с наборами переменных в вершинах. Окрестностной структуре может быть поставлена в соответствие «формальная» окрестностная система, в которой заданы только наборы входящих в уравнения системы переменных. Дальнейшая конкретизация окрестностной системы включает выбор типа уравнений (статические или динамические, линейные или нелинейные) и идентификацию параметров уравнений в предположении линейной зависимости уравнений от этих параметров. Таким образом, процесс построения окрестностной модели разделяется на два этапа – структурную идентификацию, включающую выбор типов уравнений, и параметрическую идентификацию.

Как правило, количество параметров, соответствующее построенной окрестностной структуре, велико и потому для параметрической идентификации требуется большое количество экспериментальных данных. Кроме того, большое количество параметров может избыточно усложнять окрестностную модель и ее дальнейшую реализацию на программном или аппаратном уровне. Уменьшить количество параметров можно на этапе параметрической идентификации путем исключения из уравнений статистически незначимых слагаемых, но для этого требуется дальнейшее увеличение количества экспериментальных данных и, кроме того, при таком

формальном подходе могут быть ошибочно удалены важные для модели предикторы. По этой причине актуальной задачей теории окрестностного моделирования является разработка алгоритмического обеспечения, предназначенного для преобразования первоначальной окрестностной структуры с целью упрощения (редукции) модели и уменьшения количества параметров уже на этапе структурной идентификации, то есть до параметрической идентификации.

**Степень разработанности темы исследования.** Исследованию различных задач, возникающих на этапе структурной идентификации окрестностных систем, были посвящены работы А.М. Шмырина, Н.Н. Карабутова, Ю.Ю. Громова, И.А. Седых, В.В.Семиной, С.С.Роенко и других авторов. В работах В.В. Семиной для случая, когда моделируемый процесс может быть разделен на два одновременно протекающих и взаимодействующих между собой подпроцесса, был предложен алгоритм расщепления и склеивания, позволяющий уменьшать количество параметров на этапе структурной идентификации. Попытки обобщения алгоритма В.В.Семиной на случай произвольного количества подсистем не привели к достаточно эффективному результату ввиду неоправданной сложности возникающих на этом пути конструкций. В контексте децентрализованных систем управления, которые могут быть интерпретированы как окрестностные системы, структурные преобразования, а именно методы разделения на подсистемы (безотносительно к задаче уменьшения количества параметров) рассматривались, например, в работах Д.Шильяка (университет Санта-Клара), Л.Г.Шатихина и других.

**Практическая задача,** возникающая в связи со сказанным выше, состоит в повышении эффективности окрестностного моделирования на этапе структурной идентификации за счет уменьшения количества параметров модели на основе анализа окрестностной структуры.

**Научная задача,** следующая из сформулированной практической, состоит в разработке методов и алгоритмов структурного преобразования

окрестностной модели и соответствующего программного обеспечения для решения задачи уменьшения количества параметров до этапа параметрической идентификации.

Тематика работы соответствует научным направлениями ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет»: «Исследование и разработка методов и алгоритмов прикладной математики для идентификации технологических и сопровождающих процессов» и «Современные сложные системы управления».

**Объект исследования:** структурная идентификация окрестностных моделей на основе построения орграфа с переменными в вершинах, формализующего технологическую схему моделируемого объекта.

**Предмет исследования:** методы и алгоритмы структурных преобразований окрестностной модели, позволяющие уменьшить количество параметров до этапа параметрической идентификации.

**Целью работы** является повышение эффективности окрестностного моделирования на этапе структурной идентификации за счет применения разработанных методов и алгоритмов структурных преобразований окрестностных моделей.

**Задачи исследования.** Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Обзор и анализ понятий окрестностной модели, структурной и параметрической идентификации окрестностных моделей, информационных связей, обзор имеющихся в литературе методов структурной идентификации и структурных преобразований окрестностных моделей.

2. Модернизация понятий окрестностной структуры и структурной идентификации окрестностных моделей с введением класса смешанных окрестностных структур и понятия параметрической валентности окрестностной модели;

3. Разработка класса окрестностных моделей, отличающихся наличием нескольких взаимодействующих подсистем на одной окрестностной структуре (окрестностные мультимодели);

4. Разработка алгоритма скалярной декомпозиции окрестностной модели, алгоритма вычисления параметрической валентности и численного метода идентификации информационных связей окрестностной модели;

5. Разработка комплекса проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной модели, алгоритм вычисления параметрической валентности и численный метод идентификации информационных связей в окрестностных моделях.

**Научная новизна.** В диссертационной работе получены следующие результаты, отличающиеся научной новизной:

1. Разработан модифицированный метод структурной идентификации окрестностных моделей, отличающийся использованием введенных в работе понятий смешанной окрестностной структуры и параметрической валентности окрестностной модели и позволяющий повысить информативность этапа структурной идентификации.

2. Разработан алгоритм вычисления параметрической валентности полилинейных окрестностных моделей, отличающийся наличием блоков для моделей, полилинейных по всем переменным или только по связям и позволяющий вычислять матрицу плана экспериментов для получения минимального количества данных, необходимых для однозначной параметрической идентификации модели.

3. Введен класс окрестностных моделей, отличающихся наличием нескольких взаимодействующих подсистем (окрестностные мультимодели) и разработан алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной мультимодели, позволяющий уменьшить количество идентифицируемых параметров на этапе структурной идентификации.

4. Разработан численный метод идентификации информационных связей окрестностной модели, отличающийся комплексным применением линеаризации и псевдообращения вблизи номинального режима и позволяющий решать задачи стабилизации и коррекции выхода модели.

5. Разработано программное обеспечение, отличающееся наличием модулей, реализующих разработанные алгоритмы скалярной декомпозиции, вычисления параметрической валентности, численный метод идентификации информационных связей и позволяющее повысить эффективность этапа структурной идентификации.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Теоретическая значимость результатов работы заключается в развитии подходов математического моделирования на основе методов и алгоритмов, предложенных в работе.

Практическая значимость результатов работы заключается в реализации разработанных методов и алгоритмов в виде комплекса модулей программного обеспечения, позволяющих решать задачу редукции количества параметров окрестностной модели на этапе структурной идентификации.

**Методы исследования.** Для решения поставленных задач в ходе работы над диссертационным исследованием использовались методы теории математического моделирования, вычислительной математики, теории графов, математической статистики, математические пакеты MATLAB и STATISTICA.

**Тематика работы** соответствует следующим пунктам паспорта специальности 1.2.2:

1. Разработка алгоритма скалярной декомпозиции окрестностной модели, алгоритма вычисления параметрической валентности и матрицы плана экспериментов - соответствует пункту 5 «Разработка новых математических методов и алгоритмов валидации математических моделей

объектов на основе данных натурного эксперимента или на основе анализа математических моделей».

2. Разработка комплекса проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритм скалярной декомпозиции, алгоритм вычисления параметрической валентности и численный метод идентификации информационных связей - соответствует пункту 3 «Реализация эффективных численных методов и алгоритмов в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента».

**Положения, выносимые на защиту:**

1. Модернизированный метод структурной идентификации окрестностной модели, включающий использование смешанных окрестностных структур и вычисление параметрической валентности модели.

2. Алгоритм вычисления параметрической валентности полилинейных окрестностных моделей, алгоритм вычисления матрицы плана экспериментов для получения минимального количества данных, необходимых для однозначной параметрической идентификации модели.

3. Класс окрестностных моделей с несколькими взаимодействующими подсистемами (окрестностные мультиядерные модели) и алгоритм скалярной декомпозиции окрестностных мультиядерных моделей, позволяющий уменьшать количество идентифицируемых параметров модели на этапе структурной идентификации.

4. Численный метод идентификации информационных связей окрестностной модели и основанные на нем методы стабилизации номинального режима и коррекции выхода модели.

5. Комплекс проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритм скалярной декомпозиции, алгоритм вычисления параметрической валентности и численный метод идентификации информационных связей.

**Степень достоверности и апробация результатов работы.**

Достоверность полученных результатов для окрестностных моделей с произвольным количества подсистем подтверждается их совпадением с результатами, полученными ранее в частном случае двух подсистем другими авторами другим методом.

Теоретические и практические результаты работы докладывались и обсуждались на международных конференциях: 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA2020 (Липецк, 11-13 ноября 2020 г.); Международная научно-практическая конференция «Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование» (Липецк, 27-28 февраля 2023 г.); «Школа молодых ученых» по проблемам технических наук Липецк (Липецк, 12 октября 2023 г.); Международная научно-практическая конференция «Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование» (Липецк, 27-28 февраля 2024 г.); 4th International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education, TELE 2024 (Липецк, 20-21 июня 2024 г.); SUMMA2024 6th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (Липецк, 11-13 ноября 2024 г.); областных региональных конференциях, а также на научных семинарах кафедры высшей математики Липецкого государственного технического университета.

**Внедрение результатов работы.** Теоретические результаты диссертации используются в учебном процессе Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Липецкий государственный технический университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплинам «Математическое моделирование», «Численное и аналитическое моделирование в интегрированных математических пакетах», а также при подготовке выпускных квалификационных работ. Практические

результаты диссертационной работы рекомендованы к дальнейшему рассмотрению и использованию МУП «Зеленхоз» и АО Агропромышленное объединение «Аврора», что подтверждено соответствующими актами.

**Публикации.** Основные результаты работы опубликованы в 13 печатных трудах, в том числе 6 – самостоятельно. Из них 3 статьи в ведущих рецензируемых журналах, рекомендованных в Перечне ВАК, 3 статьи в изданиях, входящих в международные системы цитирования Scopus и Web of Science, 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ.

В работах, написанных в соавторстве и приведенных в автореферате, лично соискателем получены следующие результаты: [103] – разработка смешанных окрестностных структур и двух классов полилинейных моделей; [40] – разработка окрестностной модели микроклимата теплицы; [113] – программное обеспечение алгоритма последовательного проектирования; [112,114] – разработка асинхронных окрестностных моделей. [47, 74] – программное обеспечение окрестностных моделей.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы из 117 наименований и 2 приложений на 12 страницах. Объем основной части работы составляет 130 страниц, включая 51 рисунок и 2 таблицы.

**Во введении** обоснована актуальность темы исследования, сформулированы цели и задачи работы, научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, перечислены положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробации результатов, а также основное содержание работы

**В первой главе** содержится обзор теории и практических применений окрестностных моделей. Описаны окрестностные структуры и окрестностные системы как составляющие окрестностной модели. Рассмотрены основные этапы окрестностного моделирования, задачи структурной и

параметрической идентификацией и имеющиеся в литературе результаты, связанные со структурными преобразованиями окрестностных моделей.

Ставятся задачи разработки новых классов окрестностных моделей (полилинейных по связям или по всем переменным, ациклических, асинхронных); разработка алгоритма скалярной декомпозиции окрестностных моделей и численных методов идентификации информационных связей; разработка комплекса проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения.

**Во второй главе** определяются смешанные окрестностные структуры и матрицы смежности соответствующих смешанных (частично ориентированных) графов. Описываются варианты преобразования смешанных структур в ориентированные окрестностные структуры и соответствующие преобразования матриц смежности. Вводится понятие параметрической валентности окрестностной модели и понятие минимального плана экспериментов. Описывается алгоритм генерирования минимального плана экспериментов по орграфу модели и ее параметрической валентности. Рассматриваются два класса полилинейных окрестностных моделей: полилинейные по всем переменным или только по связям. Вычисляется параметрическая валентность полилинейных (по всем переменным или только по связям) окрестностных систем.

**В третьей главе** рассматриваются методы и алгоритмы преобразования окрестностных структур, позволяющие уменьшать количество переменных в уравнениях *формальной* окрестностной системы и, соответственно, уменьшать объем экспериментальных данных, необходимых для параметрической идентификации. Таким образом, уменьшение количества переменных происходит априори, до параметрической идентификации, а не в результате оценки статистической значимости полученных параметров (требующей большого количества данных), как этот обычно происходит в моделях типа черного ящика. Наиболее эффективны предлагаемые методы и алгоритмы в случае, когда моделируемый процесс

может быть разделен на несколько взаимодействующих между собой процессов или подсистем, реализованных на одной и той же окрестностной структуре. В главе описывается численный метод идентификации информационных связей, определяются два типа асинхронных окрестностных моделей и описывается структура комплекса программ, реализующих алгоритмы, изложенные в данной и предыдущей главах.

**В четвертой главе** методы и алгоритмы, описанные в предыдущих главах, применяются для разработки окрестностной модели регулирования микроклимата промышленной теплицы. Проводится анализ и сравнение расчетных значений суточных энергозатрат, полученных на основе имитационного моделирования, с фактическими данными. Решается задача минимизации расхода энергоресурсов на основе имитационной модели микроклимата теплицы. Проверяется адекватность предложенной модели и её эффективность в оптимизации расхода энергоресурсов.

**В заключении** перечислены основные результаты исследования, сформулированы рекомендации и возможные направления дальнейшей разработки данной тематики.

## 1. ОКРЕСТНОСТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В данной главе представлен обзор теории окрестностного моделирования. Описаны окрестностные структуры и окрестностные системы как составляющие окрестностной модели. Рассмотрены основные этапы окрестностного моделирования, задачи структурной и параметрической идентификаций и имеющиеся в литературе результаты, связанные со структурными преобразованиями окрестностных моделей. Поставлена задача исследования и описана степень разработанности темы исследования.

### 1.1. Окрестностные структуры и окрестностные системы

В литературе по окрестностным системам (см., например, [5-7, 48-52, 84-89, 104-106, 116, 117]) обычно не различают понятия окрестностной системы и окрестностной модели, считая их фактически синонимами. В связи с задачами структурной идентификации и структурных преобразований, которые рассматриваются в данной работе, далее будет удобно по мере необходимости различать эти понятия, а именно, мы будем считать, что окрестностная модель  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}, \mathcal{S})$  — это окрестностная структура  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}) = (\text{орграф}, \text{оснащение вершин})$  с заданной на ней системой уравнений  $\mathcal{S}$  (окрестностной системой), то есть окрестностная система рассматривается в узком смысле, как составная часть окрестностной модели.

#### 1.1.1. Окрестностные структуры

Окрестностная структура в задачах окрестностного моделирования описывает взаимосвязь между составными частями (узлами или блоками) сложного технологического процесса или объекта и обычно является математической формализацией технологической схемы процесса или

объекта. Окрестностные структуры были определены в работах [35-37] в качестве более удобного и более компактного описание на языке теории графов введенного в работах [8,10] понятия «структуры окрестностей».

Окрестностной структурой над упорядоченным конечным (или счетным) множеством  $V = \{v_1, v_2, \dots\}$  называется оснащенный орграф  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$ , а именно, орграф  $\mathcal{D} = G_{\mathcal{D}}(V; E)$ , с каждой вершиной  $v_i$  которого ассоциирована некоторая переменная  $V_i \in \mathcal{V}$  (переменная *оснащения* вершины  $v_i$ ) и пространство возможных значений  $D_i = D(V_i)$  этой переменной. Переменная оснащения  $V_i \in \mathcal{V}$  может быть скалярной, векторной и так далее, а также может быть кортежем (упорядоченным набором) каких-либо скалярных, векторных и так далее переменных величин. Орграф окрестностной структуры может содержать петли и двойные связи, что означает возможность соединения смежных вершин двумя дугами в противоположных направлениях. Окрестностная структура называется скалярной, если каждой вершине соответствует одна скалярная переменная. В общем случае окрестностные структуры являются многомерными векторными, то есть переменные оснащения являются многомерными векторными или кортежами многомерных векторных переменных. Матричные и так далее переменные считаются многомерными векторными.

Орграф  $\mathcal{D}$  окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  (как и произвольный орграф) может иметь вершины

$$V = U \sqcup X \sqcup Y$$

трех типов: входы  $U = \{U_1, \dots\}$ , узлы  $X = \{X_1, \dots\}$  и выходы  $Y = \{Y_1, \dots\}$ . Здесь  $\sqcup$  - символ объединения непересекающихся подмножеств. Входами называются вершины, имеющие только выходящие дуги, выходами называются вершины, имеющие только входящие дуги, узлами называются вершины, имеющие как выходящие, так и входящие дуги. Каждая петля считается одновременно и входящей и выходящей дугой. Узел окрестностной структуры, не имеющий петли, называется *простым*, узел, имеющий петлю – *рефлексивным*, см. рисунок 1.1. Окрестностная структура

называется рефлексивной, если все узлы имеют петли. Далее в работе на графе окрестностной структуры входы изображаются *квадратами*, узлы – *окружностями*, выходы – *овалами*.



Рисунок 1.1 – рефлексивный и простой узел

Переменные оснащения  $V_i$  входов, узлов и выходов далее будут обозначаться, соответственно,  $U_i, X_i, Y_i$ . Эти обозначения совпадают с обозначениями вершин, но из контекста всегда будет ясно, относятся они в конкретном случае к вершинам или к оснащению.

Вершины орграфа представляют "физические" блоки (или узлы) моделируемого производства или процесса с учетом выбранной степени детализации технологической схемы. Физическому блоку технологической схемы может соответствовать узел, вход или выход орграфа в окрестностной структуре. Наборы переменных в вершинах орграфа определяют состояние физических блоков, а дуги орграфа отображают технологические связи между этими блоками.

На рисунке 1.1 показан пример орграфа окрестностной структуры. Она включает три входа  $U_1, U_2, U_3$ , два выхода  $Y_1, Y_2$ , а также пять узлов  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5$ . Узлы  $X_2, X_3$  и  $X_4$  являются простыми, узлы  $X_1$  и  $X_5$  – рефлексивными.

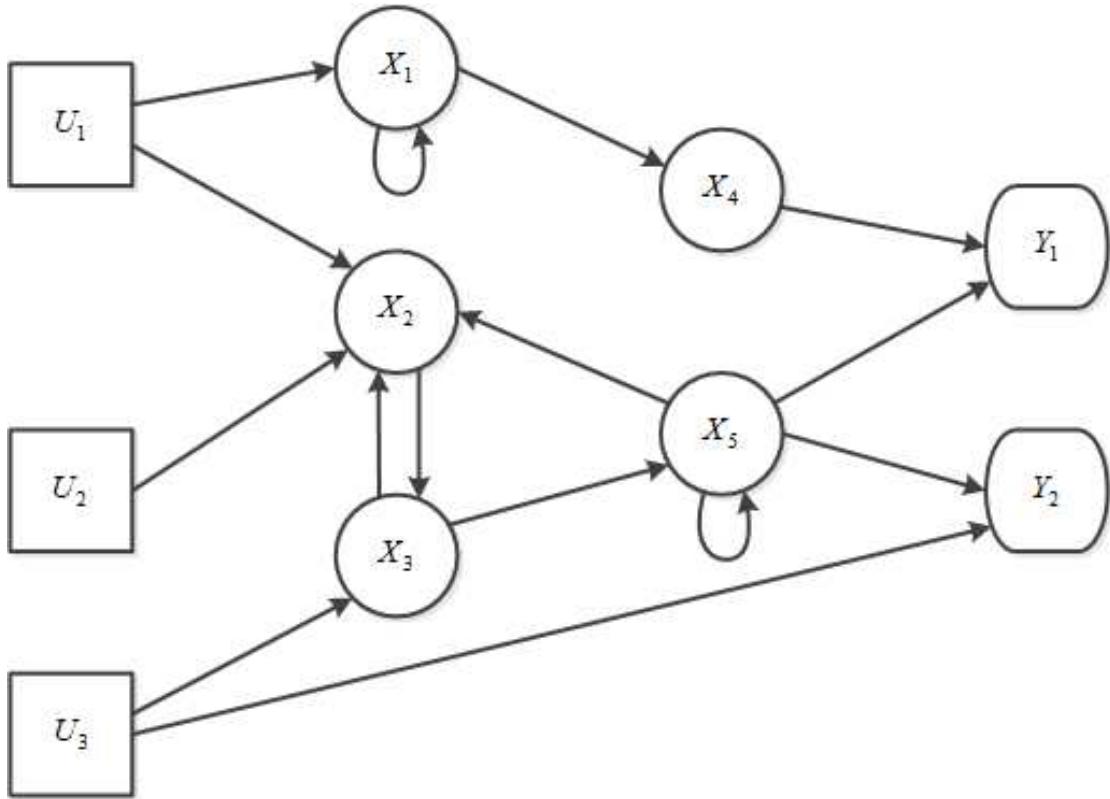


Рисунок 1.2 – орграф окрестностной структуры

### 1.1.2. Матрицы смежности окрестностных структур

Орграф  $\mathcal{D}$  окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  можно описать с помощью матрицы смежности  $A = A(\mathcal{D})$ , которая является квадратной матрицей размерности  $n \times n$ , где  $n$  – число вершин окрестностной структуры. Далее мы всегда будем предполагать, что порядок на множестве вершин согласован с порядком  $(U, X, Y)$ : входы  $U$ , узлы  $X$ , и выходы  $Y$  пронумерованы, соответственно, числами от 1 до  $n_U$ , от  $n_U + 1$  до  $n_U + n_V$  и от  $n_U + n_V + 1$  до  $n_U + n_V + n_Y$ . В таком случае матрица смежности окрестностной структуры имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} 0_{n_U \times n_U} & A_{n_U \times n_V} & A_{n_U \times n_Y} \\ 0_{n_V \times n_U} & A_{n_V \times n_V} & A_{n_V \times n_W} \\ 0_{n_Y \times n_U} & 0_{n_Y \times n_V} & 0_{n_Y \times n_Y} \end{bmatrix}.$$

Каждый элемент матрицы смежности  $A$  кодирует информацию о наличие или отсутствие дуги (связи) между вершинами. Если есть дуга из вершины  $i$  в  $j$

$(i \rightarrow j)$ , то элемент  $a_{ij} = 1$ , если вершина  $i$  имеет петлю  $(i \rightarrow i)$ , то диагональный элемент  $a_{ii} = 1$ , во всех остальных случаях элемент равен нулю. В некоторых случаях удобнее использовать транспонированную матрицу смежности, в которой единицы в  $i$ -той строке означают входящие в вершину  $i$  дуги, т.е.  $a_{ij} = 1$  если есть дуга из вершины  $j$  в  $i$ ,  $(j \rightarrow i)$ .

Матрицу смежности без потери информации можно сократить до матрицы:

$$A = \begin{bmatrix} A_{n_U \times n_V} & A_{n_U \times n_Y} \\ A_{n_V \times n_V} & A_{n_V \times n_W} \end{bmatrix}$$

(обозначение  $A$  не изменяется, поскольку из контекста всегда будет понятно, какая матрица, полная или сокращенная, имеется ввиду).

Поскольку окрестностная структура является не просто орграфом, а оснащенным орграфом, матрицу смежности  $A$  можно сделать более информативной, если все элементы  $a_{ij} = 1$  заменить на количества скалярных компонент всех переменных оснащения вершина  $V_i$ . Если переменная оснащения является кортежом (каждый элемент которого является скалярной, векторной, матричной и так далее величиной), вместо общего количества скалярных компонент всех переменных кортежа можно рассмотреть вектор, каждая компонента которого равна количеству скалярных переменных в соответствующей переменной кортежа. Например, если переменная оснащения – это пара  $V_i = (\nu, M)$ , где  $\nu$  – трехмерный вектор и  $M$  –  $2 \times 2$  матрица, то каждую единицу в  $i$ -той строке матрицы смежности заменяют на число 7 в первом случае и на вектор  $(3, 4)$  во втором. Как и в случае сокращенной матрицы смежности, из контекста будет понятно, какой вариант матрицы смежности  $A$  имеется ввиду, и потому новые обозначения не вводятся.

### 1.1.3. Окрестностные системы

Для каждой окрестностной структуры можно написать соответствующую этой структуре «формальную» окрестностную систему

$$\begin{cases} F_i(X_{i+}, U_{i+}) = 0, i = n_{U+1}, \dots, n_U + n_V \\ Y_i = F_i(X_{i+}, U_{i+}), i = n_{U+V+1}, \dots, n_U + n_V + n_Y \end{cases} \quad (1.1)$$

где  $X_{i+}$  – переменные оснащений всех узлов, входящих в узел  $X_i$  или в выход  $Y_i$ ,  $U_{i+}$  – переменные оснащений всех входов, смежных с узлом  $X_i$  или выходом  $Y_i$ . Каждое из уравнений системы может быть скалярным или векторным. Эту систему можно рассматривать как прототип реальной окрестностной системы с реальными (а не абстрактными) уравнениями. Система (1.1) записана в самом общем *неявном* виде, за исключением уравнений для выходов, которые всегда должны быть явными по смыслу понятия выхода. Эту систему можно конкретизировать, оставаясь на формальном уровне описания, в виде явной статической или явной динамической системы какого-либо типа – например, линейной, билинейной или полиномиальной.

Окрестностная система конкретизирует в виде уравнений описание взаимодействий между составными частями процесса, отраженное в окрестностной структуре. Окрестностная система может быть записана как система управления в пространстве состояний, при этом важные отличия окрестностных систем от систем общего вида, выделяющие их в отдельный класс со специальными свойствами, заключаются, в частности, в следующем:

- окрестностные системы, как правило, являются сильно разреженными;
- в окрестностных системах нельзя делать произвольные замены переменных, поскольку такие замены в общем случае не сохраняют (технологически заданный) орграф системы.

## 1.2. Основные классы окрестностных моделей

Излагаемое далее описание различных классов окрестностных моделей следует, в основном, работам [1-4, 44-48, 35-37, 73-77]

### 1.2.2. Статические и динамические окрестностные модели

В зависимости от решаемой задачи можно рассматривать два вида окрестностных моделей: динамические и статические. В динамическом случае, когда имеется зависимость всех переменных от времени, уравнения окрестностной системы обычно являются явными и общая формальная окрестностная система для узлов и выходов имеет вид:

$$\begin{cases} X_i^{t+1} = F_i(X_{i+}^t, U_{i+}^t), i = n_{U+1}, \dots, n_U + n_V \\ Y_i^{t+1} = F_i(X_{i+}^t, U_{i+}^t), i = n_{U+V+1}, \dots, n_U + n_V + n_Y \end{cases} \quad (1.2)$$

(индекс  $i$  изменяется так же, как в системе 1.1). Каждое из уравнений системы является скалярным или векторным в соответствии с типом переменной в левой части уравнения.

В статическом случае, соответствующем состоянию равновесия динамической системы или некоторым априорным условиям баланса, уравнения системы для узлов могут быть неявными, и общая формальная окрестностная система имеет вид:

$$\begin{cases} F_i(X_{i+}, U_{i+}) = 0, i = n_{U+1}, \dots, n_U + n_V \\ Y_i = F_i(X_{i+}, U_{i+}), i = n_{U+V+1}, \dots, n_U + n_V + n_Y \end{cases} \quad (1.3)$$

(неявная статическая версия). Уравнения явной статической версии имеют вид

$$\begin{cases} X_i = F_i(X_{i+}, U_{i+}), i = n_{U+1}, \dots, n_U + n_V \\ Y_i = F_i(X_{i+}, U_{i+}), i = n_{U+V+1}, \dots, n_U + n_V + n_Y \end{cases} \quad (1.4)$$

(явная статическая версия). Каждое из уравнений систем (1.3) – (1.4) является скалярным или векторным, при этом в явной версии тип (размерность) уравнения соответствует типу переменной оснащения  $V_i$ . Переменная  $X_i$

присутствует в неявном уравнении для узла только в случае, когда узел имеет петлю (в общем случае неявное уравнение для узла может не содержать переменную оснащения этого узла), но обычно в статических моделях с неявными уравнениями предполагается, что все узлы орграфа имеют петли. Статическая система (1.3) не содержит переменную времени в уравнениях и описывает не зависящие от времени номинальные (технологически заданные) режимы. Она позволяет решать задачу стабилизации режима в случае изменяющихся внешних условиях и в случае отклонения параметров от номинальных, фиксируемых измерительными приборами.

Для окрестностной структуры, изображенной на рисунке 1.2 динамическая и (неявная) статическая окрестностная системы имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_1^{t+1} = F_1(U_1^t, X_1^t) \\ X_2^{t+1} = F_2(U_1^t, U_2^t, X_1^t, X_5^t) \\ X_3^{t+1} = F_3(U_3^t, X_2^t) \\ X_4^{t+1} = F_4(X_1^t) \\ X_5^{t+1} = F_5(X_3^t, X_5^t) \\ Y_1 = F_5(X_4^t, X_5^t) \\ Y_2 = F_5(U_3^t, X_5^t) \end{array} \right.$$

и

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1(U_1, X_1) = 0 \\ F_2(U_1, U_2, X_1, X_5) = 0 \\ F_3(U_3, X_2) = 0 \\ F_4(X_1) = 0 \\ F_5(X_3, X_5) = 0 \\ Y_1 = F_5(X_4, X_5) \\ Y_2 = F_5(U_3, X_5) \end{array} \right.$$

### 1.2.2. Вертексные и реляционные окрестностные модели

Окрестностные модели можно так же разделить на *вертексные* и *реляционные* модели (см. [36], [37]). Вертексные и реляционные модели

представляют два основных способа формализации технологических схем в виде окрестностных моделей.

В *вертексных* окрестностных моделях уравнения окрестностной системы (см. формулы 1.2-1.4) описывают зависимость переменных оснащения  $V_i$  в данной вершине  $v_i$  от всех переменных  $V_{i+}$  в вершинах-источниках для  $v_i$ , определяемых входящими в вершину  $v_i$  дугами. Уравнения записываются для узлов и выходов, каждое из уравнений содержит только переменные, приходящие в данный узел или выход по входящим дугам (включая петли). Предполагается, что каждый узел и выход передает один и тот же полный набор переменных своего состояния по всем выходящим дугам.

В *реляционных* окрестностных моделях переменные оснащения окрестностной структуры и уравнения окрестностной системы соответствуют не вершинам, а дугам окрестностной структуры. Каждая дуга описывается собственным уравнением, что позволяет более точно, по сравнению с вертекстной версией, моделировать взаимодействие между конкретными парами узлов. Например, для динамической реляционной модели окрестностная система имеет вид

$$\begin{aligned} X_{i,j}^{t+1} &= F_{i,j}(X_{i+}^t, U_{i+}^t), i = n_{U+1}, \dots, n_U + n_V, \\ Y_i^{t+1} &= G_i(X_{i+}^t, U_{i+}^t), i = n_{U+V+1}, \dots, n_U + n_V + n_Y \end{aligned} \quad (1.5)$$

где индекс  $j$  пробегает номера вершин, являющихся выходами для узла  $v_i$ ,  $X_{i,j}$  – переменная оснащения дуги  $i \rightarrow j$ ,  $X_{i+}$  – переменные оснащений всех дуг, входящих в узел  $X_i$  или в выход  $Y_i$ ,  $U_{i+}$  – переменные оснащений всех дуг, идущих из узлов  $X_i$  или выход  $Y_i$ .

Реляционная модель учитывает взаимодействий между конкретными парами производственных узлов (блоков) и потому может быть максимально близкой к технологической схеме производства. Вертексные модели более удобны для дальнейшей математической обработки. В работах [36,37] было показано, что любую реляционную модель можно преобразовать в вертекскую за счет введения новых вершин. Это преобразование

соответствует формальному разделению имеющихся в модели сложных технологических блоков на более простые, передающие по всем выходящим связям одну и ту же переменную. В дальнейшем под окрестностной системой мы будем понимать *вертексные* окрестностные системы.

### 1.2.3. Балансовые окрестностные модели

В самых первых исследованиях по методам окрестностного моделирования, проведенных в работах [4,10,79-81], рассматривались неявные статические модели, при этом переменные управления, соответствующие входам в данном выше определении окрестностной структуры, относились к узлам, то есть присутствовали в узлах вместе с переменными состояния. Все вершины в этой версии назывались узлами. Для составления неявных уравнений вводилось понятие окрестности узла по состояниям и по управлению. Фактически это означало использование двух орграфов, один из которых описывает связи узлов по состояниям и второй - по управлению. Математический вид этих моделей представлен уравнениями (1.5) для «симметричной линейной окрестностной модели» и (1.6) для «смешанной линейной модели»:

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] = \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] \quad (1.6)$$

$$\sum_{\alpha \in O_x[a]} w_x[a, \alpha] X[\alpha] + \sum_{\beta \in O_v[a]} w_v[a, \beta] V[\beta] + \sum_{\gamma \in O_y[a]} w_y[a, \gamma] Y[\beta \gamma] = 0 \quad (1.7)$$

где  $X[\alpha] \in R^n$ ,  $V[\beta] \in R^m$ ,  $Y[\gamma] \in R^q$  – состояние, вход и выход в узле системы;  $w_x[a, \alpha] \in R^{c \times n}$ ,  $w_v[a, \beta] \in R^{c \times m}$ ,  $w_y[a, \gamma] \in R^{c \times q}$  – матрицы-параметры;  $O_x[a]$ ,  $O_v[a]$ ,  $O_y[a]$  – окрестность узла  $a$  по состоянию, входному и выходному воздействию соответственно;  $a, \alpha, \beta, \gamma \in A$ ,  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$  – конечное множество значений дискретного аргумента системы,  $|A| = N$ . В дальнейшем оказалось более удобным вынести переменные управления в отдельные вершины (входы). Это позволило описывать связи между вершинами одним орграфом, избавиться от довольно громоздких

обозначений и приблизить вид уравнений окрестностной модели к системам управления (в пространстве состояний), сохраняя в обозначениях  $X_{i+}, U_{i+}$  специфику разреженности вхождения переменных в уравнения.

### **1.3. Идентификация окрестностных моделей**

Различным аспектам задачи идентификации математических моделей (произвольных, а не только окрестностных) посвящено большое количество публикаций, как классических [17-22, 34, 73, 110], так и современных (см., например, [35,36, 111]). Наиболее часто используются термины «параметрическая идентификация» и «структурная идентификация». Задача параметрической идентификации имеет достаточно четкое определение как задача нахождения неизвестных параметров уравнений, входящих в эти уравнения линейно. Задача структурной идентификации не имеет четкого определения и нередко формулируется тавтологически как «нахождение структуры модели». В работах Н.Н.Карабутова [25-32] структурной идентификацией называется разработанный автором метод определения нелинейных слагаемых полиномиальной модели (с точностью до коэффициентов), отличный от обычной оценки по уровню значимости в процессе параметрической идентификации, но, как и в случае оценки по уровню значимости, требующий большого количества экспериментальных данных.

#### **1.3.1. Общая схема идентификации окрестностных моделей**

В работах [35-37] предложена следующая схема построения (идентификации) окрестностных моделей. Процесс идентификации состоит из двух этапов: структурная и параметрическая идентификации. Структурная идентификация, предшествующая параметрической идентификации, может быть разделена, в свою очередь, на два этапа: *метаструктурная*

идентификация и *инфраструктурная идентификация*. На первом, метаструктурном этапе, происходит математическая формализация технологической схемы моделируемого объекта или процесса, включающая построение окрестностной структуры (орграфа), указание оснащений этой структуры (переменных модели) и определение типа взаимодействий между узлами структуры. Оснащенный орграф задает абстрактную (не конкретизированную) систему уравнений или «метасистему», являющуюся прототипом для окончательной окрестностной модели. На втором, инфраструктурном этапе, выбирается тип уравнений модели и, по возможности, минимизируется количество неизвестных параметров (неопределенных коэффициентов), подлежащих дальнейшей параметрической идентификации. Система уравнений, полученная на этапе инфраструктурной идентификации, называется инфрасистемой или инфраструктурной реализацией метасистемы. В процессе параметрической идентификации определяются неизвестные параметры инфрасистемы и завершается построение окрестностной модели. Таким образом, весь процесс моделирования можно визуализировать в виде последовательности действий, представленных на рисунке 1.3 (в двойной рамке результат очередного этапа), где каждый новый этап уточняет результат предыдущего.



Рисунок 1.3 – Схема этапов окрестного моделирования

### 1.3.2. Архетипы окрестностных моделей

Метаструктурная идентификация может иметь разную степень детализации, от минимальной, соответствующей *архетипу* модели, до максимальной, учитывающей всю имеющуюся информацию о переменных модели и связях между ними. В процессе метаструктурной идентификации как правило, происходит постепенное усложнение и детализация некоторого первоначального орграфа, при этом увеличивается количество его узлов и связей. Критерием максимальности или критерием завершенности метаструктурной идентификации можно считать отсутствие возможности или необходимости разделения переменных оснащения в метасистеме на составные части.

*Окрестностные архетипы*, определенные в [36] представляют собой орграфы самого начального уровня, содержащие не более одной вершины в каждом из множеств  $U, X$  и  $Y$ . Самой простой структурой среди них является *окрестностная монада*, представляющая собой узел с петлей. Этот архетип, изображенный на рисунке 1.4, содержит только одну вершину и демонстрирует самую элементарную форму связи в системе.

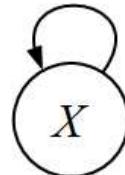
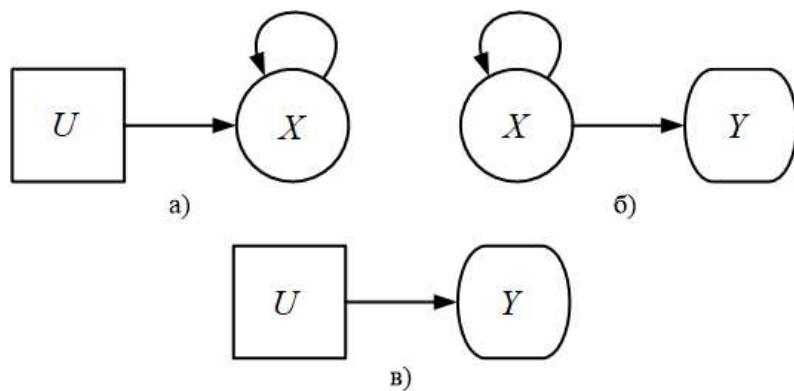


Рисунок 1.4 – окрестностная монада

Более сложной структурой обладают три архетипа с двумя вершинами, называемые *окрестностными диадами*: диада со входом, диада с выходом и сквозная (или простая) диада. Диада со входом демонстрирует связь между входом  $U$  и узлом  $X$ . Диада с выходом иллюстрирует связь между узлом  $X$  и выходом  $Y$ . Сквозная диада показывает связь между входом  $U$  и выходом  $Y$ . Эти три структуры-архетипа представлены на рисунке 1.5 и представляют собой более сложные формы связи вершин по сравнению с окрестностной монадой.

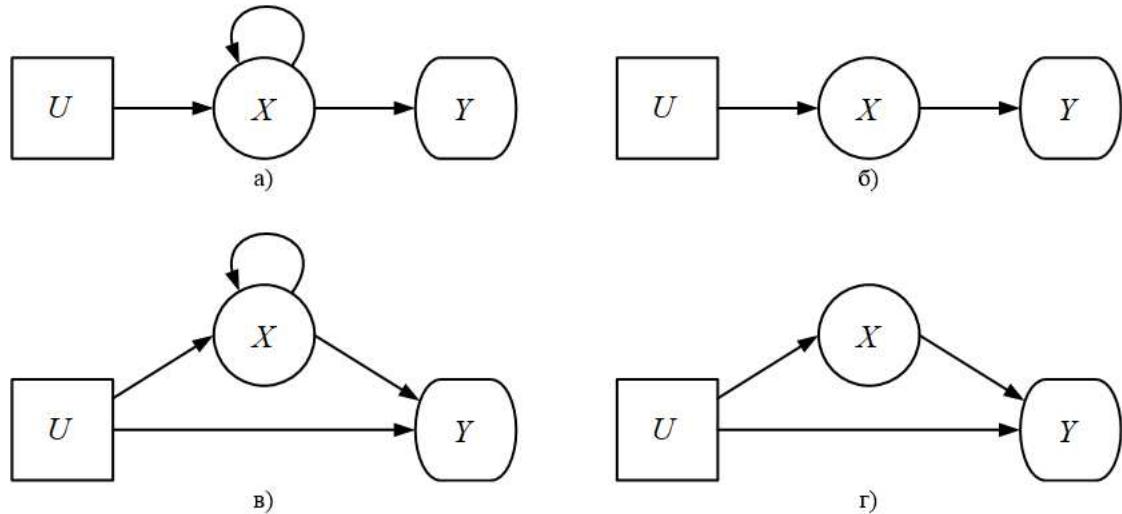


а) диада со входом, б) диада с выходом, в) сквозная диада

Рисунок 1.5 – окрестностные диады

Архетипы, состоящие из трех вершин, называются *окрестностными триадами*, они подразделяются на два класса: основные и составные.

Основные триады включают главную триаду, сквозную триаду, полную главную триаду и полную сквозную триаду, представленные на рисунке 1.6. Составные триады формируются из комбинаций диад и представлены триадой со сквозным входом, триадой со сквозным выходом и сепарабельной триадой, изображенными на рисунке 1.7.

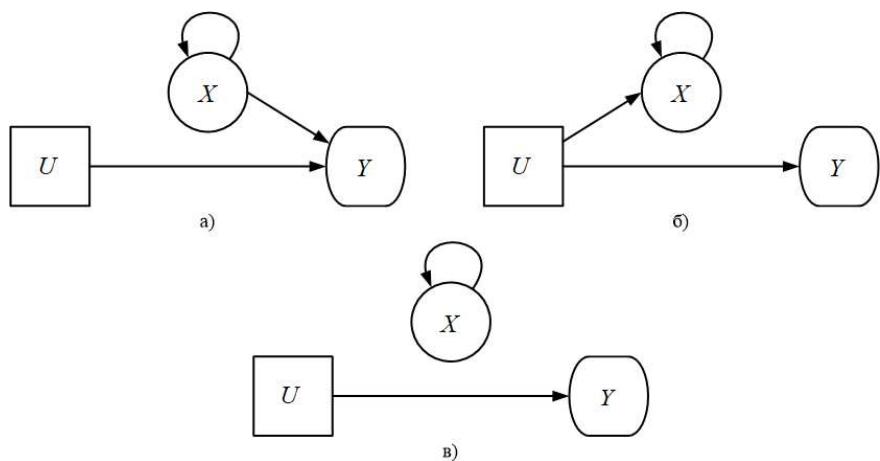


а) главная триада; б) сквозная триада; в) полная главная триада

г) полная сквозная триада

Рисунок 1.6 – основные триады

Первые две составные триады получены путем соединения диады с выходом/входом и простой диады. Третья составная триада представляет собой несвязное объединение монады и простой диады.



а) триада со сквозным выходом; б) триада со сквозным выходом; в)

сепарабельная триада

Рисунок 1.7 – основные триады

Любая окрестностная структура может быть классифицирована в соответствии с одним из вышеперечисленных архетипов. Для каждого архетипа определена, соответствующая дискретная метасистема управления, представленная в таблице 1.1.

Таблица 1.1

## Классификация архетипов и связанных с ними метасистем

$X^{t+1} = F(X^t)$	монада
$X^{t+1} = F(X^t, U^t)$	диада со входом
$X^{t+1} = F(X^t), Y^t = G(X^t)$	диада с выходом
$Y^{t+1} = G(U^t)$	сквозная диада
$X^{t+1} = F(X^t, U^t), Y^t = G(X^t)$	главная триада
$X^{t+1} = F(U^t), Y^t = G(X^t)$	сквозная триада
$X^{t+1} = F(X^t, U^t), Y^t = G(X^t, U^t)$	полная главная триада
$X^{t+1} = F(U^t), Y^t = G(X^t, U^t)$	полная сквозная триада
$X^{t+1} = F(X^t), Y^t = G(X^t, U^t)$	триада со сквозным входом
$X^{t+1} = F(X^t, U^t), Y^t = G(U^t)$	триада со сквозным выходом
$X^{t+1} = F(X^t), Y^t = G(U^t)$	сепарабельная триада

**1.4. Обзор методов преобразования окрестностных моделей**

В работах по окрестностному моделированию имеются следующие результаты, связанные с алгоритмами преобразования окрестностных структур заданных (ранее идентифицированных) окрестностных моделей.

**1.4.1. Декластеризация реляционных моделей**

В работах [36], [37] описан алгоритм преобразования реляционных моделей в вертексные. Реляционные модели возникают в процессе формализации технологических схем в случаях, когда достаточно сложные

составляющие блоки или узлы технологической схемы передают по разным связям разные переменные (физически – разные ресурсы или разную информацию). В математической модели удобнее иметь дело с более простыми вертексными системами. Алгоритм декластеризации, описанный в [36], позволяет преобразовать каждый из узлов реляционной модели в набор узлов вертекской модели, при этом каждый узел новой вертекской модели соответствует переменной, передаваемой исходным узлом реляционной модели по одной из его связей. Аналогичным образом в алгоритме декластеризуются входы реляционной модели. Подробнее см. [36].

#### **1.4.1. Расщепление двойных окрестностных моделей**

В работах [54-59] представлен алгоритм расщепления (декомпозиции) окрестностной структуры двойной окрестностной модели, в которой на одной и той же окрестностной структуре заданы две окрестностные системы, переменные которых частично совпадают. Алгоритм расщепления дополняется последующим склеиванием (агрегированием) двух полученных моделей. Алгоритм расщепления-склеивания позволяет уменьшить количество необходимых коэффициентов двойной модели (то есть включающей две подсистемы), что упрощает процесс параметрической идентификации. В частности, в работах [54], [59] рассмотрено применение алгоритма расщепления и склеивания для упрощения модели процесса кондиционирования и фильтрации воздуха в цехе обжига клинкера цементного производства.

Опишем подробнее алгоритм расщепления – склеивания, следуя работе [55]. Две окрестностные системы  $S_1$  и  $S_2$  определенные на одной окрестностной структуре (при этом допускается, что каждая система  $S_1$  и  $S_2$  определена только над некоторой частью общей окрестностной структуры) называются *параллельными*. Эти системы взаимодействуют друг с другом, формируя единую *двойную* систему  $S = \{S_1, S_2\}$ . В двойной окрестностной

модели переменные оснащения разделяются на локальные и глобальные: локальные переменные принадлежат одной из подсистем  $S_i$ , в то время как глобальные переменные являются общими для обеих подсистем  $S_1$  и  $S_2$ . Вершины  $V$  окрестностной структуры (вход  $U$ , узел  $X$  или выход  $Y$ ) в двойной модели классифицируются следующим образом:

- *Локальная* вершина или  $S_i$ -локальная содержит только локальные переменные одной из подсистем;
- *Сепарабельная* вершина или  $S_1S_2$ -вершина содержит локальные переменные обеих подсистем  $S_1$  и  $S_2$ ;
- *Несепарабельная* вершина, или  $S_{12}$ -вершиной содержит только глобальные переменные;
- *Полусепарабельная* вершина содержит как локальные, так и глобальные переменные и могут быть дополнительно классифицированы на три типа:  $S_1S_{12}$ ,  $S_2S_{12}$  и  $S_1S_2S_{12}$ , в зависимости от наличия локальных переменных только одного типа или двух типов.

На рисунке 1.8 приведена классификация вершин двойной системы  $S = \{S_1, S_2\}$ .

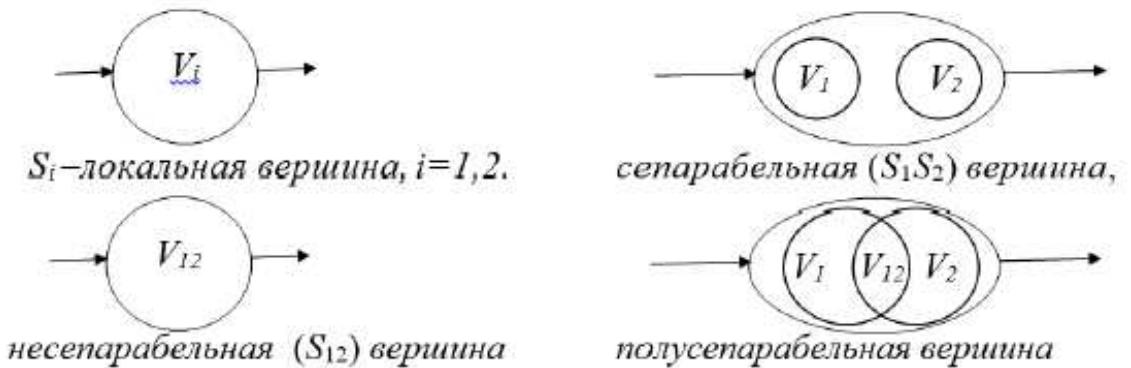


Рисунок 1.8 – классификация вершин двойной системы

Алгоритм расщепления и склеивания двойной окрестностной модели включает следующие этапы:

1. Расщепление: каждая сепарабельная вершина разделяется на две локальные вершины, а полусепарабельная вершина делится на одну

несепарабельную и одну или две локальные вершины, в зависимости от её типа полусепарабельности ( $S_1S_{12}$ ,  $S_2S_{12}$  и  $S_1S_2S_{12}$ ). При этом все инцидентные ребра дублируются;

2. Подготовка к склеиванию: создаются две копии окрестностной структуры. Из первой копии удаляются все  $S_2$ -локальные вершины и связанные с ними инцидентные ребра, из второй  $S_1$ -локальные вершины и их ребра;

3. Склейивание: две полученные окрестностные структуры объединяются по всем идентичным глобальным вершинам и инцидентным этим вершинам дугам, образуя, таким образом, единую окрестностную структуры преобразованной двойной модели.

Применение алгоритма расщепления-склеивания рассмотрим, следуя работе [55], на примере окрестностной структуры (рисунок 1.9), состоящей из семи вершин: два входа, четыре узла и один выход. Нумерация каждого типа элементов начинается с единицы, обозначается верхним индексом при переменной, а нижний индекс указывает на принадлежность к одной из двух параллельных подсистем.

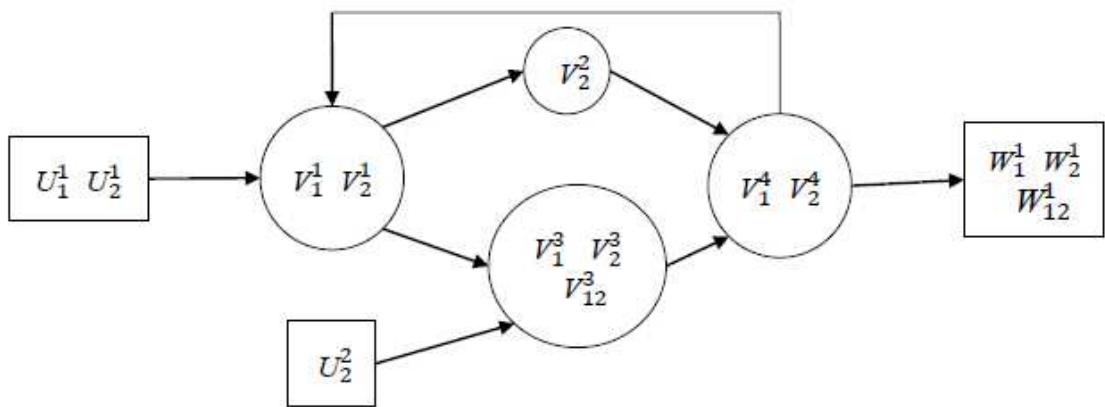


Рисунок 1.9 – Окрестностная структура, состоящая из семи узлов

Рассмотрим две копии (рисунок 1.10) окрестностной структуры (рисунок 1.9), в каждой из которой оставляются только вершины, содержащие переменные этой подсистемы и глобальные переменные. Далее разделим в первой (рисунок 1.9а) и второй (рисунок 1.9б) окрестностных

структурах все вершины на несепарабельные и локальные вершины. Реализация этапа расщепления показана на рисунке 1.11.

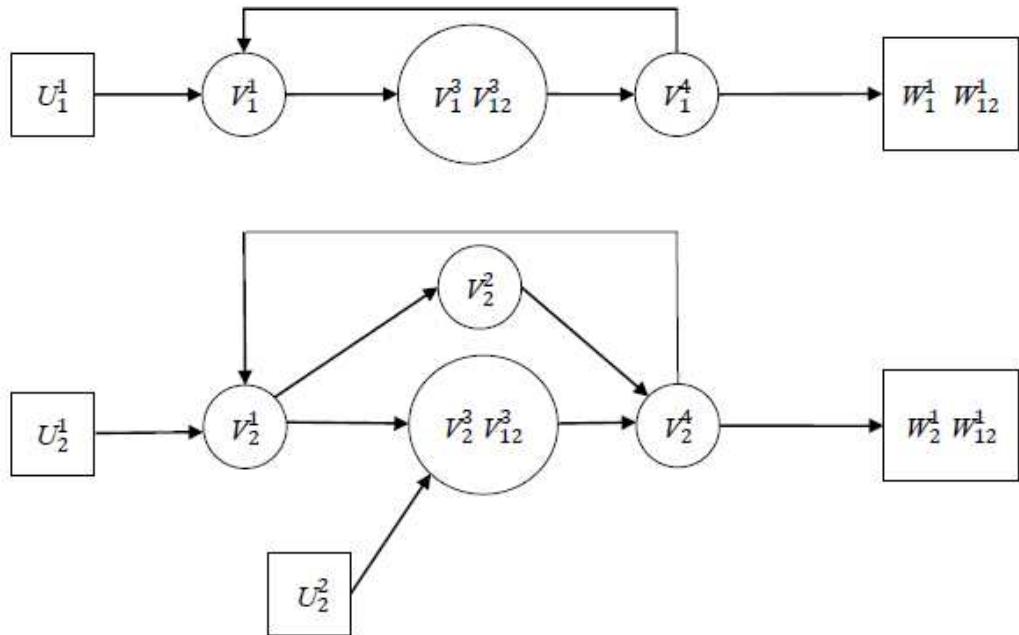


Рисунок 1.10 – две копии окрестностной структуры

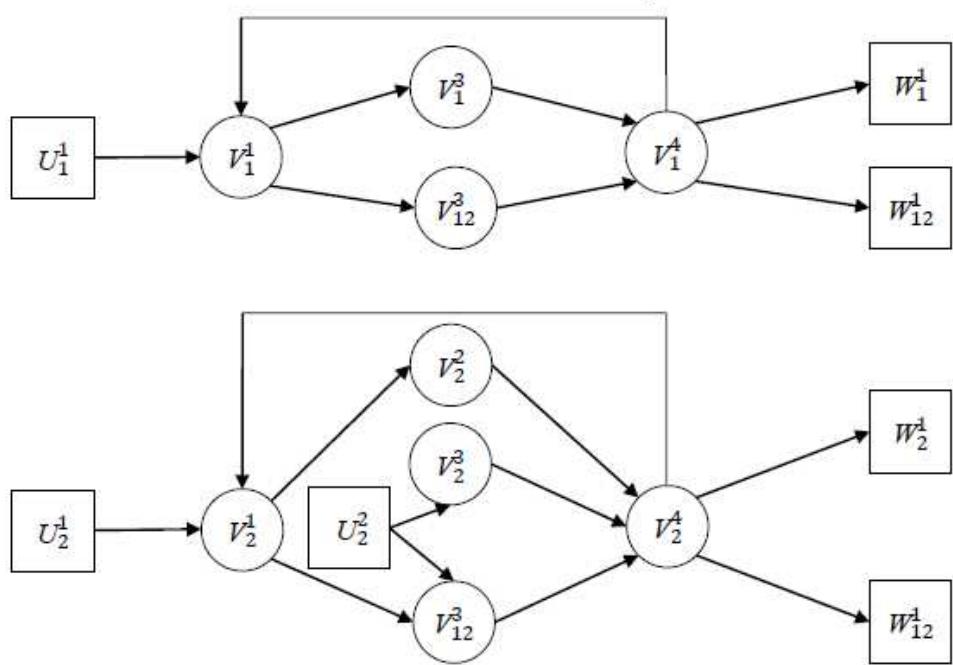


Рисунок 1.11 – расщепление двух окрестностных структур

На этапе склеивания две полученные окрестностные структуры соединяются по идентичным глобальным вершинам и инцидентным этим вершинам дугам. В результате получается окрестностная структура,

изображенную на рисунке 1.12. Окрестностная система, советующая этой окрестностной структуре, содержит меньшее количество идентифицируемых параметров.

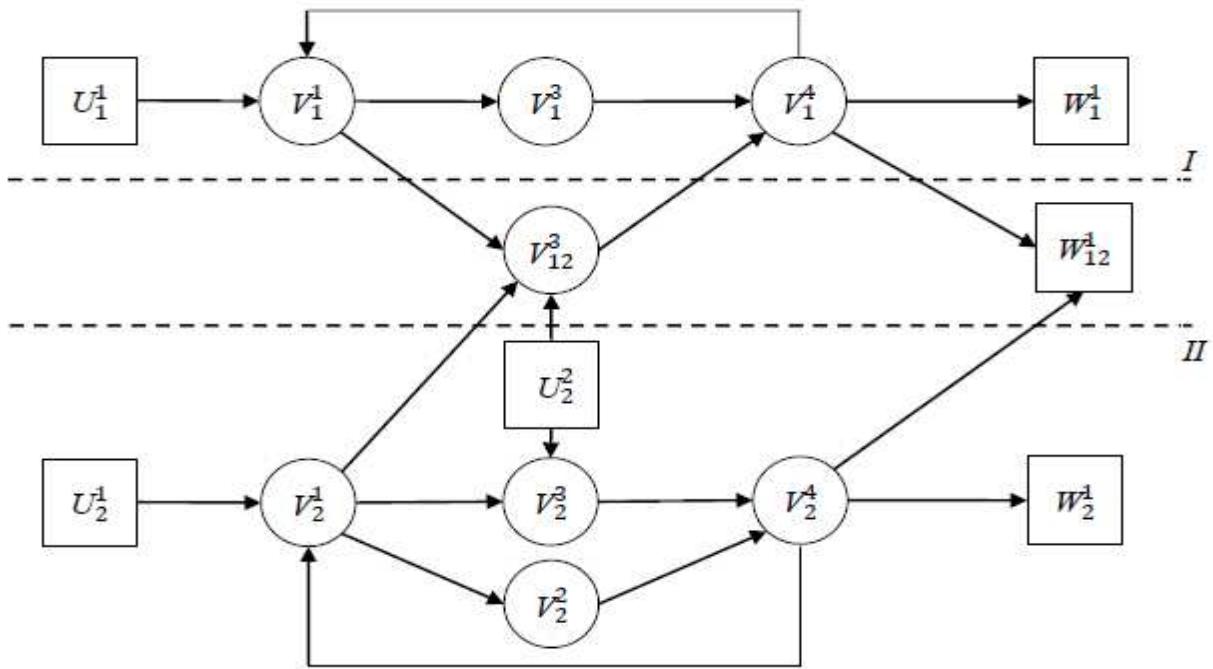


Рисунок 1.12 – окрестностная структура после агрегирования

### 1.5. Постановка задач исследования

В предыдущих разделах данной главы представлены общие сведения об окрестностных структурах и системах. Окрестностные модели определены как пары, состоящие из окрестностной структуры и окрестностной системы. Указаны отличия окрестностных систем от систем управления общего вида. Описаны основные этапы построения окрестностной модели, а именно структурная идентификация и параметрическая идентификация.

Целью данного диссертационного исследования является разработка методов и алгоритмов структурной идентификации и структурных преобразований окрестностных моделей и создание на основе этих методов и алгоритмов комплекса программ для решения задачи структурного преобразования окрестностной модели с целью уменьшения количества

необходимых для параметрической идентификации экспериментальных данных.

Задачи исследования. В соответствии с целью данного исследования были поставлены и решены следующие задачи:

1. Обзор и анализ понятий окрестностной модели, структурной и параметрической идентификации окрестностных моделей, информационных связей, обзор имеющихся в литературе методов структурной идентификации и структурных преобразований окрестностных моделей;
2. Модернизация понятий окрестностной структуры и структурной идентификации окрестностных моделей с введением класса смешанных окрестностных структур и понятия параметрической валентности окрестностной модели;
3. Разработка класса окрестностных моделей, отличающихся наличием нескольких взаимодействующих подсистем на одной окрестностной структуре (окрестностные мультимодели);
4. Разработка алгоритма скалярной декомпозиции окрестностной модели, алгоритма вычисления параметрической валентности и численного метода идентификации информационных связей окрестностной модели;
5. Разработка комплекса проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной модели, алгоритм вычисления параметрической валентности и численный метод идентификации информационных связей в окрестностных моделях.

## 2. СТРУКТУРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ

В данной главе определяются смешанные окрестностные структуры и матрицы смежности соответствующих смешанных (частично ориентированных) графов. Описываются варианты преобразования смешанных структур в ориентированные окрестностные структуры и соответствующие преобразования матриц смежности. Вводится понятие параметрической валентности окрестностной модели и понятие минимального плана экспериментов. Описывается алгоритм генерирования минимального плана экспериментов по орграфу модели и ее параметрической валентности. Рассматриваются два класса полилинейных окрестностных моделей: полилинейные по всем переменным или только по связям. Вычисляется параметрическая валентность полилинейных (по всем переменным или только по связям) окрестностных систем.

### **2.1. Смешанные окрестностные структуры**

Смешанные окрестностные структуры [103] возникают, например, в задачах моделирования логистических, энергетических и других процессов, связанных с возможностью выбора направлений перемещения объектов или потоков по связям технологической схемы.

#### **2.1.1. Определение и классификация вершин**

В некоторых задачах структурной идентификации направления действия отдельных связей или всех связей окрестностной структуры не заданы технологически и могут быть выбраны произвольно, как правило, с целью оптимизации каких-либо свойств модели, например, минимизации количества идентифицируемых коэффициентов или минимизации количества

узлов/входов/выходов      окрестностной      структуры.      Адекватной математической формализацией технологической схемы в таких случаях является частично ориентированная или смешанная окрестностная структура, в которой вместо орграфа рассматривается частично ориентированный граф. Такие графы называют также смешанными («mixed») графиками, см. [23,38].

*Смешанной окрестностной структурой*  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$  называется смешанный граф  $\mathcal{M} = G_{\mathcal{M}}(V; E)$ , с каждой вершиной которого ассоциирована некоторая переменная оснащения  $V_i$  и пространство возможных значений  $D_i$  этой переменной. В частности, забывание ориентаций некоторых дуг ориентированной окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  превращает ее в смешанную окрестностную структуру  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$ . Смешанная окрестностная структура называется *неориентированной* и обозначается  $(\mathcal{N}, \mathcal{V})$ , если все связи между смежными вершинами смешанного графа, за исключением двойных, являются ребрами.

Обычные (ориентированные) окрестностные структуры могут иметь вершины только трех типов - входы  $U$ , узлы  $X$ , выходы  $Y$ . Смешанные окрестностные структуры могут иметь вершины

$$V = U \sqcup X \sqcup Y \sqcup S \sqcup UX \sqcup XX \sqcup YX$$

семи типов: входы  $U$ , узлы  $X$ , выходы  $Y$ ,  $S$ -вершины,  $UX$ -вершины,  $XX$ -вершины и  $YX$ -вершины.  $S$ -вершина инцидентна только ребрам (или одному ребру),  $UX$ -вершины имеют только выходящие дуги и инцидентные ребра,  $XX$ -вершины имеют входящие дуги, выходящие дуги и инцидентные ребра,  $YX$ -вершины имеет только входящие дуги и инцидентные ребра. В результате выбора ориентаций ребер смешанной окрестностной структуры - вершина может стать входом, узлом или выходом,  $UX$ -вершина может стать входом или узлом,  $YX$ -вершина может стать выходом или узлом,  $XX$ -вершина всегда становится узлом.

На рисунке 2.1 показан пример смешанной окрестностной структуры, в которой вершина  $V_1$  является входом  $U$ ; вершина  $V_7$  – узлом  $X$ ; вершина  $V_{12}$  –

выходом  $X$ ; вершины  $V_2, V_3, V_{13}$  –  $S$ -вершинами; вершины  $V_5, V_6$  –  $UX$ -вершинами; вершины  $V_4, V_{10}$  –  $XX$ -вершинами; вершины  $V_8, V_9, V_{11}$  –  $YX$ -вершинами.

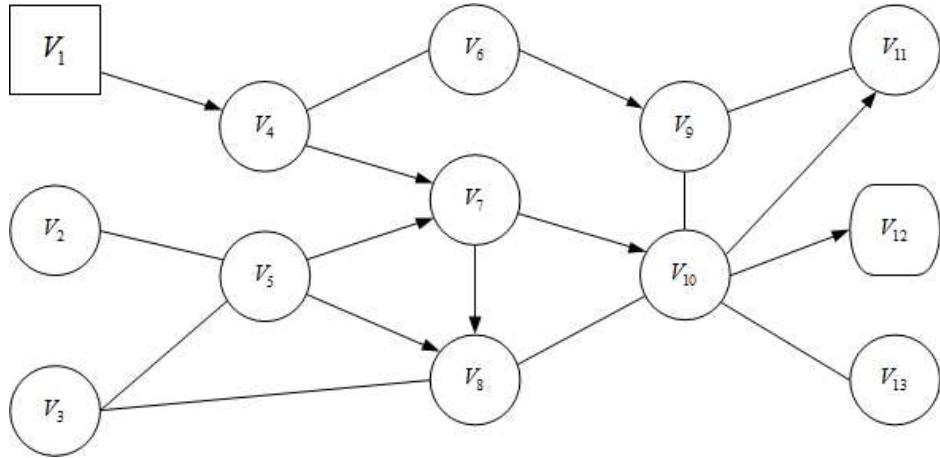


Рисунок 2.1 – смешанная окрестностная структура

### 2.1.2. Матрицы смежности смешанных окрестностных структур

Смешанным графом  $G_M$  называется частично ориентированный граф, то есть смежные вершины смешанного графа могут быть соединены как ребрами, так и дугами. Как и в случае орграфов, мы предполагаем, что вершины смешанного графа могут иметь петли. Смежные вершины смешанного графа могут иметь двойные связи, но в этом случае эти связи должны быть двумя противоположно направленными дугами.

Смешанный граф  $G_M$  над множеством  $V$  можно считать состоящим из двух графов над  $V$ : ориентированного графа  $G_D$  и неориентированного графа  $G_N$ , при этом две вершины из  $V$  могут быть смежными только в одном из этих графов. Все двойные связи (противоположно направленные дуги) и петли относятся к ориентированному графу  $G_N$ .

Предполагается, что все вершины  $V$  упорядочены (то есть пронумерованы). Смежность вершин смешанного графа  $G_M$  описывается двумя матрицами: матрицей смежности  $A_N$  графа  $G_N$  и матрицей смежности  $A_D$  графа  $G_D$ . Матрица  $A_N$  симметрична. Дуге из вершины  $j$  в вершину  $i$

соответствует элемент  $a_{ij} = 1$ , петлям соответствуют элементы  $a_{ii} = 1$ , ребру между вершинами  $i$  и  $j$  соответствуют элементы  $b_{ij} = b_{ji} = 1$ . Таким образом, единицы в  $i$ -той строке матрицы  $A_D$  кодируют все *входящие* в  $i$ -ю вершину дуги, включая возможную петлю. Единицы в  $j$ -том столбце матрицы  $A_N$  кодируют все *выходящие* из  $j$ -той вершины дуги. Из определения матрицы смежности  $A_N$  и  $A_D$  следует, что произведение Адамара  $A_N \circ A_D$  (поэлементное произведение) является нулевой матрицей.

### 2.1.3. Ориентации смешанных окрестностных структур

Смешанную окрестностную структуру  $\mathcal{M}(V)$  можно превратить в обычную (ориентированную) окрестностную структуру  $\mathcal{D}(V)$ , для этого нужно ориентировать все ребра смешанного графа  $G_M$ . Ориентация связей в смешанной окрестностной структуре является частью этапа структурной идентификации, поскольку формальную окрестностную систему уравнений можно записать только для ориентированной окрестностной структуры. В зависимости от того, как мы выберем ориентации ребер, полученная структура  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  может иметь разные наборы входов, узлов и выходов, а соответствующая полиномиальная (и, в частности, полилинейная) окрестностная система – разные количества коэффициентов, для которых потребуется параметрическая идентификация.

Замена ребер дугами может быть описана с помощью матриц смежности  $A_N$  и  $A_D$  следующим образом. Обозначим через  $L$  случайную антисимметричную матрицу, все недиагональные элементы которой равны  $\pm 1$ . Новая матрица смежности  $A_S$  определяется как:

$$A_S = \frac{1}{2}(A_N + L \circ A_N), \quad (2.1)$$

то есть матрица  $A_S$  получена из  $A_N$  заменой в каждой паре симметричных ненулевых элементов  $b_{ij} = b_{ji} = 1$  одного из этих элементов нулем. Тогда

$$\overline{A_D} = A_D + A_S$$

будет матрицей смежности орграфа полученной ориентированной окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$ .

Ориентация рёбер в смешанном графе приводит к изменению структурной роли вершин в соответствии с направлением дуг, что позволяет формировать орграфы с различными свойствами и характеристиками.

Еще одним полезным для приложений способом перехода от  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$  к  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  является замена каждого ребра в  $\mathcal{M}$  на две противоположно направленные дуги. В этом случае ориентированная структура и, соответственно, формальная окрестностная система будут определены однозначно. Этот способ не сводится к предыдущему, поскольку ребро заменяется двумя дугами, а не одной дугой. Обозначим через  $(\widehat{\mathcal{D}}, \mathcal{V})$  ориентированную структуру, полученной из смешанной структуры  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$  заменой всех ребер на двойные дуги. Матрица смежности орграфа структуры  $(\widehat{\mathcal{D}}, \mathcal{V})$  равна

$$\widehat{A}_{\mathcal{D}} = A_{\mathcal{D}} + A_{\mathcal{N}}.$$

Если структура  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$  является неориентированной, то есть в смешанном графе нет дуг кроме, возможно, двойных дуг и петель, то все вершины в  $(\widehat{\mathcal{D}}, \mathcal{V})$  будут узлами.

#### **2.1.4. Пример перехода от смешанной окрестностной структуры к ориентированной**

Рассмотрим смешанную окрестностную структуру  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$ , состоящую из восьми вершин, изображенной на рисунке 2.2. В этой окрестностной структуре тип вершин классифицируется следующим образом:  $V_1, V_2, V_5$  –  $UX$ -вершины;  $V_6, V_7, V_8$  –  $YX$ -вершины;  $V_3$  –  $XX$ -вершина;  $V_4$  –  $S$ -вершина. Эта структура описывается двумя матрицами смежности: матрицей  $A_{\mathcal{D}}$  (см. (2.2)) ориентированного графа и матрицей  $A_{\mathcal{N}}$  (см. (2.3)) неориентированного графа.

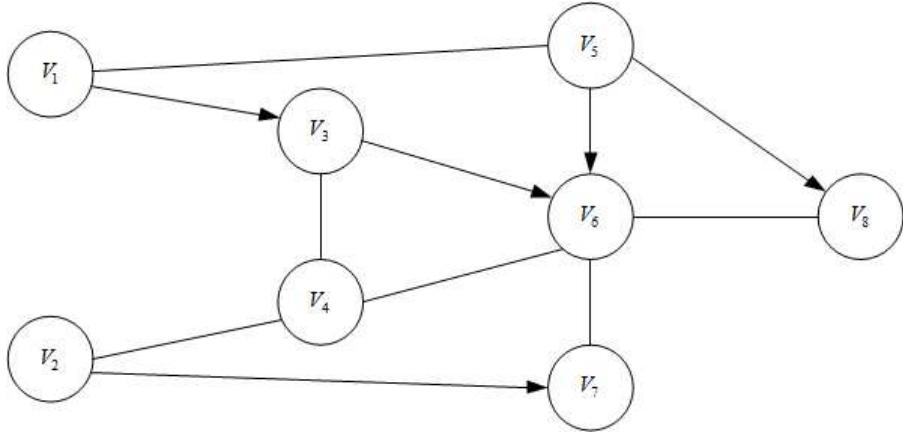


Рисунок 2.2 – смешанный граф окрестностной структуры

$$A_D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$A_N = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Заменяя каким-либо образом ребра на дуги, преобразуем смешанную окрестностную структуру в ориентированную окрестностную структуру (рисунок 2.3). В результате выбора ориентаций в полученной ориентированной окрестностной структуре вершины  $V_1$ ,  $V_4$  стали входами,  $V_7$ ,  $V_8$  – выходами,  $V_2$ ,  $V_5$ ,  $V_6$ ,  $V_3$  – узлами.

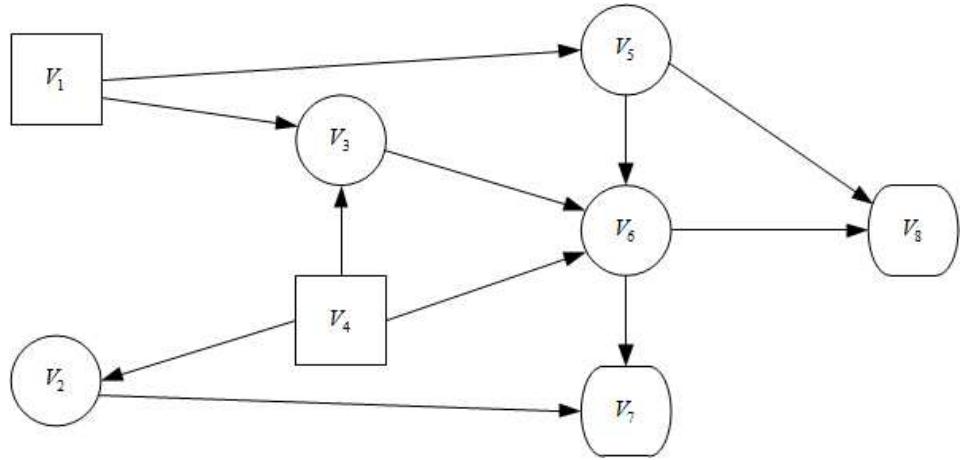


Рисунок 2.3 – Ориентированная окрестностная структура

От смешанной окрестностной структуры (рисунок 2.3) перейдем к однозначно заданной ориентированной окрестностной структуре, заменяя каждое ребро на две противоположно направленные дуги. Для рассмотренной выше смешанной структуры в результате получается ориентированная окрестностная структура, изображенная на рисунке 2.4.

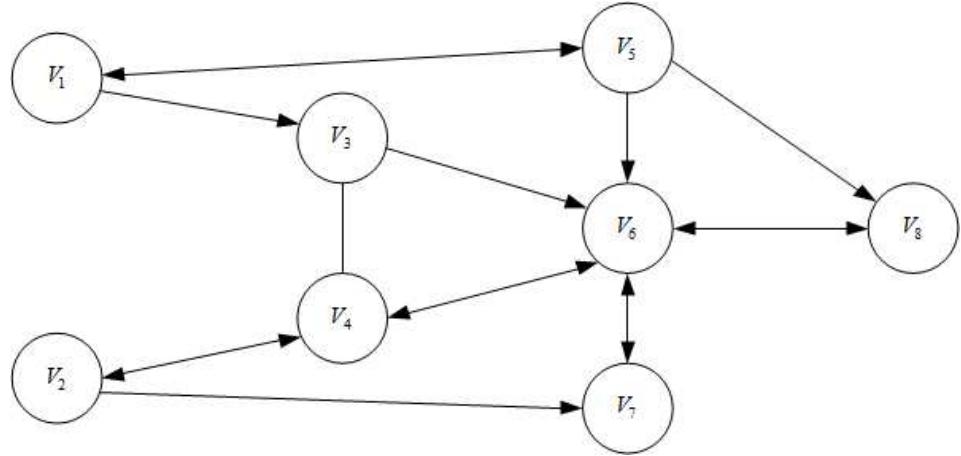


Рисунок 2.4 – Ориентированная окрестностная структура

## 2.2. Ациклические окрестностные модели

В задачах перехода от смешанных к ориентированным окрестностным структурам часто возникает необходимость получить ациклическую структуру, то есть структуру с ациклическим орграфом. Орграф  $G_D$  без петель называется *ациклическим*, если в нем отсутствуют ориентированные

циклы. В англоязычной литературе ациклические графы называются DAG (Directed Acyclic Graph). Окрестностная модель  $(\mathcal{D}; \mathcal{V}; S)$  называется ациклической, если орграф  $\mathcal{D}$  является ациклическим. В иерархических окрестностных моделях (см. [108,109]) орграф  $\mathcal{D}$  является деревом и потому иерархические модели являются является частным случаем ациклических окрестностных моделей.

### **2.2.1. Алгоритм ациклической ориентации неориентированной окрестностной структуры**

Задача ациклической ориентации произвольной смешанной окрестностной структуры в общем случае не имеет решения, но можно выделить некоторые классы смешанных структур, для которых задача разрешима. Опишем алгоритм ациклической ориентации неориентированной окрестностной структуры.

Пусть имеется связанная неориентированная окрестностная структура  $(\mathcal{N}, \mathcal{V})$ . Требуется ориентировать ребра графа  $\mathcal{N}$  таким образом, чтобы полученный орграф ориентированной окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  был ациклическим. Алгоритм перехода от неориентированной окрестностной структуре к ациклической состоит из следующих шагов:

1. Задаем два непересекающихся подмножества вершин: входы  $U_i$  и выходы  $Y_j$  (случай пустых множеств не исключается, внутри каждого из подмножеств вершины должны быть несмежными). Это приводит к формированию смешанного графа  $\mathcal{M}$ , который описывает смешанную окрестностную структуру  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$ .

2. Вершины смешанного графа  $\mathcal{M}$  перенумеруем таким образом, чтобы все входы  $U_i$  располагались вначале (в любом порядке), а все выходы  $Y_j$  в конце списка (так же в любом порядке). Это упорядочивание создает основу для последующей ориентации ребер.

3. Все ребра ориентируются от вершин с меньшим номером к вершинам с большим номером. Полученный орграф  $\mathcal{D}$  автоматически будет ациклическим, при этом в общем случае могут возникать дополнительные входы или выходы структуры.

Рассмотрим пример перехода на неориентированной окрестностной структуры  $(\mathcal{N}, \mathcal{V})$  (рисунок 2.5), состоящей из 13 вершин.

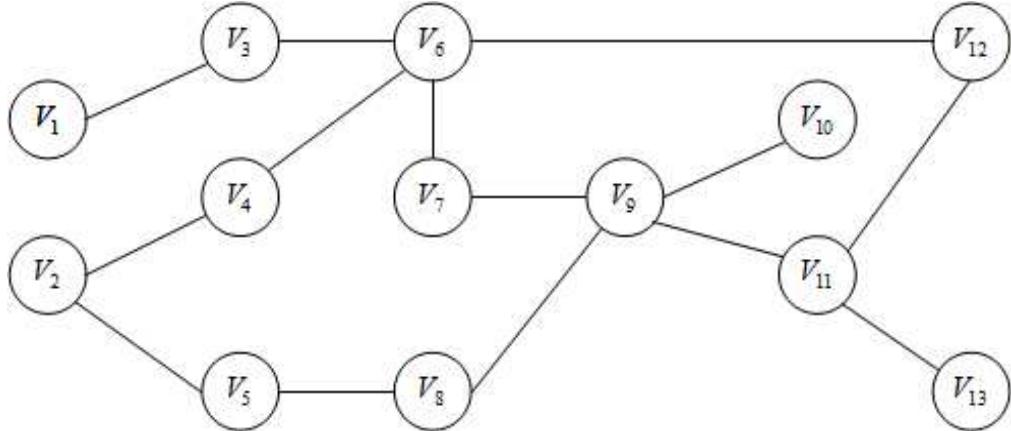


Рисунок 2.5 – неориентированная окрестностная структура  $(\mathcal{N}, \mathcal{V})$

Определим  $V_1$  и  $V_5$  как входы,  $V_9$ ,  $V_{11}$  и  $V_{12}$  как выходы. Перенумеруем вершины, так что входы находились в начале, а выходы в конце. В результате получается смешанная окрестная структура  $\mathcal{M}(V)$  (рисунок 2.6).

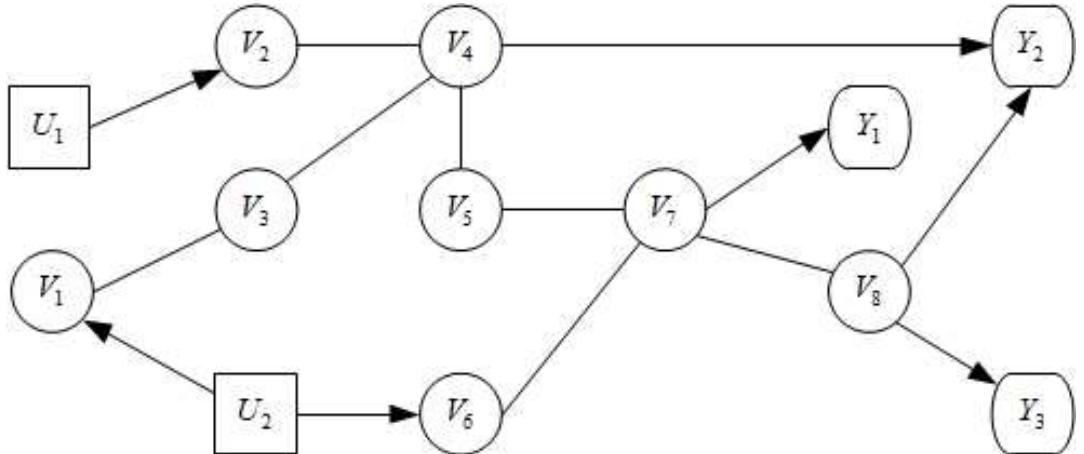


Рисунок 2.6 – граф смешанный окрестностной структуры  $(\mathcal{M}, \mathcal{V})$

Далее, ориентируем ребра от вершин с меньшим номером к вершинам с большим номером. Получаем искомую ациклическую окрестную структуру  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  (рисунок 2.7).

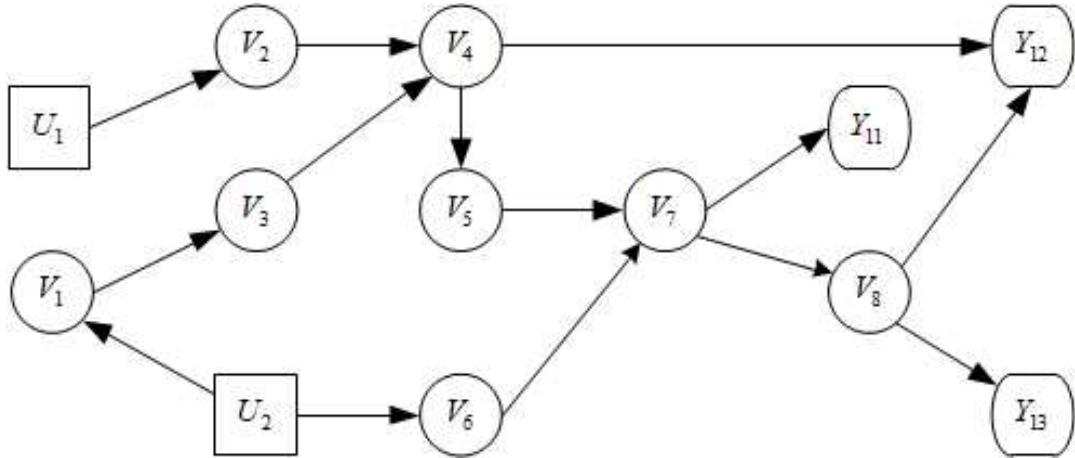


Рисунок 2.7 – орграф ациклической окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$

### 2.2.2. Градуированные окрестностные модели

Еще одним классом смешанных окрестностных структур, допускающих ациклическую ориентацию, являются градуированные неориентированные окрестностные структуры.

Неориентированный граф  $G_N = (V, E)$  без петель назовем *градуированным*, если:

- все вершины разделены на непересекающиеся слои

$$V = V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_k \cup V_{k+1};$$

• вершины внутри каждого слоя, кроме слоев  $V_0$  и  $V_{k+1}$ , могут иметь соединяющие их ребра;

• каждая вершина слоя  $V_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  смежна по крайней мере с одной вершиной из  $V_{i-1}$  и по крайней мере с одной вершиной из  $V_{i+1} \cup V_{k+1}$ ;

• Каждая вершина слоя  $V_0$  смежна по крайней мере с одной вершиной слоя  $V_1$  и каждая вершина слоя  $V_{k+1}$  смежна по крайней мере с одной вершиной из  $V_0 \cup V_1 \cup \dots \cup V_k$ .

Градуированный граф  $G_N$  можно частично ориентировать так, что в полученном смешанном графе  $G_M$  все ребра между слоями становятся дугами, ведущими из слоя в следующий слой. Ребра внутри слоев при этом остаются неориентированными. Смешанный граф  $G_M$  можно превратить в

ациклический градуированный орграф  $G_{\mathcal{D}}$ , если упорядочить вершины в каждом из слоев (кроме нулевого и последнего) и ориентировать ребра в соответствии с заданным порядком. Переход от градуированного графа к смешанному зависит от выбора порядков внутри слоев и потому может приводить к разным ациклическим градуированным графам.

Окрестностная модель  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}, S)$  называется ациклической градуированной, если орграф окрестностной структуры является ациклическим градуированным  $G_{\mathcal{D}}$ .

Примеры ациклических градуированных окрестностных моделей:

- нейронные сети прямого распространения MLP (см., например, [75,115]);
- иерархические окрестностные модели, см. [108,109];
- статические реализации динамических окрестностных моделей, см. [36].

## **2.3. Параметрическая валентность и минимальный план**

### **2.3.1. Параметрическая идентификация и параметрическая валентность окрестностной модели**

Этап структурной идентификации окрестностной модели заканчивается выбором окрестностной системы, уравнения которой линейно зависят от неопределенных параметров. На следующем этапе параметрической идентификации последовательная подстановка кортежей экспериментальных данных в какое-либо уравнение линейной по идентифицируемым параметрам (коэффициентам) окрестностной системы приводит к системе линейных уравнений  $AZ = B$  относительно неизвестных параметров  $Z$  исходного уравнения. В других уравнениях окрестностной системы эти параметры не участвуют. Таким образом, задача идентификации параметров окрестностной системы распадается на  $N$  независимых задач решения систем линейных

уравнений  $A_i Z_i = B_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , где  $N$  – количество уравнений идентифицируемой системы. Значение параметров для каждого уравнения окрестностной системы находится как псевдорешение  $Z_i = A_i^+ B_i$ .

Итак, в схеме «черного ящика», применяемой при построении окрестностных моделей, неопределенные параметры находятся как коэффициенты уравнения множественной регрессии. Другие способы вычисления параметров, например, на основе каких-либо физических, экономических и так далее законов могут, конечно, применяться, но такая возможность находится за пределами схемы окрестностного моделирования.

Для однозначной идентификации параметров какого-либо уравнения для данного узла (или выхода) количество кортежей экспериментальных данных для переменных, входящих в этот узел (или выход), должно быть больше либо равно количеству параметров уравнения, что соответствует переопределенной или определенной системе линейных уравнений  $AZ = B$ . На практике встречается ситуация, когда данных мало и потому все или некоторые из систем  $A_i Z_i = B_i$  – недоопределенные. Соответственно, решений бесконечно много и однозначная идентификация невозможна. В качестве значений искомых параметров в этом случае часто берут нормальное (минимальное по норме) решение  $Z_i = A_i^+ B_i$  недоопределенной системы, что выглядит наилучшим выбором в плохой ситуации. Следует помнить, что при таком подходе невозможны оценки статистической значимости найденных коэффициентов, и потому желательно иметь какие-либо дополнительные аргументы в пользу выбора нормального решения.

Если получение экспериментальных данных является затратным процессом, то актуальной становится задача планирования экспериментов для получения минимального количества данных необходимого для однозначной идентификации модели  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}, S)$ . Этот минимальный план, как следует из сказанного выше, зависит от количества параметров в уравнениях окрестностной системы.

Введем понятие параметрической валентности модели. Обозначим через  $p_i^j$  количество неопределенных параметров в  $j$ -том уравнении для  $i$ -той вершины (узла или выхода). Если модель скалярная, то верхний индекс не нужен.

*Параметрической валентностью* окрестностной модели  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}, S)$  называется вектор

$$N_P = (p_1, \dots, p_n)$$

где  $p_i$  — это максимальное количество неопределенных параметров по всем уравнениям, относящимся к  $i$ -той вершине, то есть  $p_i = \max_s p_i^s$ . Для всех входов  $v_i$  полагаем  $p_i = 0$  (поскольку для входов нет уравнений).

Определение матрицы минимального плана  $N_D$  и алгоритм генерирования матрицы минимального плана  $N_D$  по заданному орграфу  $\mathcal{D}$  окрестностной структуры  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  и вектору параметрической валентности  $N_P = (p_1, \dots, p_n)$  будут приведены в следующем пункте.

### 2.3.2. Минимальный план экспериментов

Далее предполагается, что рассматриваемая окрестностная модель является либо динамической, либо явной статической без петель в вершинах (то есть все вершины — не рефлексивные). Напомним, что в статическом случае сформулированное условие означает, что переменная оснащения узла присутствует только в левой части уравнения (1.4) для этой переменной. Общий случай статических моделей можно свести к указанному частному.

*Полный кортеж* экспериментальных данных для окрестностной модели — это «снимок» состояний всех  $n$  вершин окрестностной структуры в некоторый момент времени (состояние вершины — это значения всех переменных оснащения этой вершины). *Частичный кортеж* может содержать состояния только некоторых из всего множества вершин.

Предположим, что определена окрестностная структура  $(\mathcal{D}, \mathcal{V})$  модели и задан (или вычислен по заданному типу окрестностной системы) вектор параметрической валентности  $N_P = (p_1, \dots, p_n)$ . В динамическом случае дополнительно предполагается, что задан кортеж начальных данных, то есть начальное состояние переменных модели. Это связано с тем, что в динамическом случае каждое уравнение в линейной системе  $AZ = B$  для коэффициентов уравнения множественной регрессии содержит данные, соответствующие двум моментам времени – предыдущему для правой части и последующему для левой.

Для однозначной параметрической идентификации модели имеет место следующая очевидная формула для количества  $M$  кортежей данных:

$$M = p_{max} = \max_i \{p_i\}$$

где  $i$  пробегает номера всех узлов и выходов (входы не имеют уравнений). Соответственно, для общего количества  $|M|$  измерений состояний вершин получаем

$$|M| = np_{max}.$$

Для моделей с полным орграфом окрестностной структуры все кортежи должны быть полными. Но окрестностные модели, как правило, являются сильно разреженными, что позволяет использовать (как будет ясно из дальнейшего) не только полные, но и частичные кортежи. Поэтому равенство для  $|M|$  следует заменить оценкой сверху

$$|M| \leq np_{max}.$$

Оценку снизу для  $|M|$  можно получить следующим образом. Для однозначной идентификации уравнений вершины с номером  $i$  требуется  $p_i$  наборов входящих в эту вершину данных и потому состояние каждой из входящих вершин должно быть измерено не менее чем  $p_i$  раз. Поскольку каждая из вершин может быть «донором данных» для нескольких вершин (в том числе для себя самой), то для количества  $M_i$  необходимых измерений состояний вершины с номером  $i$  имеет место оценка снизу

$$d_i = \max\{p_i, p_j\} \leq |M_i|$$

где  $j$  пробегает номера всех узлов и выходов, для которых вершина с номером  $i$  является «донором». Число  $p_i$  присутствует в формуле по той причине, что вершина должна обеспечить данными также и свои собственные уравнения. Для всех выходов  $d_i = p_i$  поскольку выходы не являются «донорами» (не имеют потомков). Таким образом, имеем двустороннюю оценку для количества измерений состояний вершин окрестностной структуры

$$d_1 + d_2 + \cdots + d_n \leq |M| \leq np_{max}$$

Общее количество экспериментов  $p_{max}$  уменьшить, очевидно, невозможно, но можно попытаться минимизировать количество  $|M|$  измерений состояний вершин. Утверждается, что можно построить «минимальный» план экспериментов, реализующий нижнюю оценку для  $|M|$ . Этот план является матрицей  $N_D$  порядка  $p_{max} \times n$  из нулей и единиц. Строки матрицы  $N_D$  соответствуют  $p_{max}$  экспериментам (кортежам), а единичные элементы в каждой строке соответствуют вершинам, в которых следует провести измерение в данном эксперименте.

Заполним матрицу  $N_D$  единицами и нулями по следующему правилу: в столбце с номером  $i$  (который соответствует вершине с номером  $i$ ) первые  $d_i$  элементов – единицы, остальные – нули. Заметим, что

$$\max_i\{d_i\} = \max_i\{p_i\} = p_{max}$$

и потому в матрице  $N_D$  не будет нулевых строк, то есть в каждом из экспериментов измеряется состояние по крайней мере одной из вершин. Первые одна или более строк соответствуют полным кортежам (измеряются состояния всех вершин, остальные – частичным).

Можно написать формулу для количества измерений состояний переменных оснащения на основе количеств измерений состояний вершин. Для этого обозначим через  $k_i$  количество скалярных переменных в оснащении вершины с номером  $i$ , заменим все единицы в матрице плана на

соответствующие  $k_i$  и просуммируем все элементы матрицы, получим  $\sum_i k_i d_i$ .

## 2.4 Полилинейные окрестностные модели

В прикладных задачах в качестве уравнений окрестностной системы  $S$  часто используются полиномиальные уравнения, переменными в которых являются скалярные переменные или компоненты векторных переменных оснащения окрестностной структуры. Обычно в таких случаях применяются неоднородные полилинейные модели, отражающие (типичную для многих задач) линейную зависимость изучаемого процесса от каждой из составляющих переменных при фиксированных остальных переменных. В неоднородных полилинейных уравнениях одночлены могут иметь разные степени.

### 2.4.1. Два класса полилинейных окрестностных моделей

Если переменные оснащения являются многомерными векторными, то полилинейные окрестностные модели  $(\mathcal{D}, \mathcal{V}, S)$  могут быть полилинейными по всем компонентам переменных оснащения или только по компонентам, приходящим в вершину по разным дугам. В первом (общем) случае назовем окрестностную модель *полилинейной по всем переменным*, во втором случае - *полилинейной по связям* [44]. Выбор между полилинейными моделями по всем переменным и моделям, полилинейными по связям зависит от специфики задачи. Типичным примером моделей, полилинейных по связям, являются билинейные модели, в которых перемножать можно только состояния на управления (см., например, [3,14,79]).

В общих полилинейных моделях одночлены могут содержать произведения любых разных компонент всех входящих в вершину переменных оснащения. В частности, это могут быть переменные, входящих

в узел по одной и той же дуге. В моделях, полилинейных только по связям, одночлены могут содержать только произведения компонент переменных оснащения, входящих в узел по разным дугам. Физически это соответствует тому, что билинейность (трилинейность и так далее) в окрестностной модели является результатом совместного влияния только *разных* узлов (или входов) структуры. Для скалярных окрестностных структур полилинейность по связям, очевидно, совпадает с полилинейностью по всем переменным.

#### 2.4.2 Примеры полилинейных окрестностных моделей

В данном пункте рассмотрим примеры полилинейных окрестностных моделей [42, 43] со скалярной и векторной окрестностной структурой (то есть орграфом со скалярным или векторным оснащением переменными).

Пусть имеется окрестностная структура со скалярными переменными, заданная ориентированным графом рисунок 2.8.

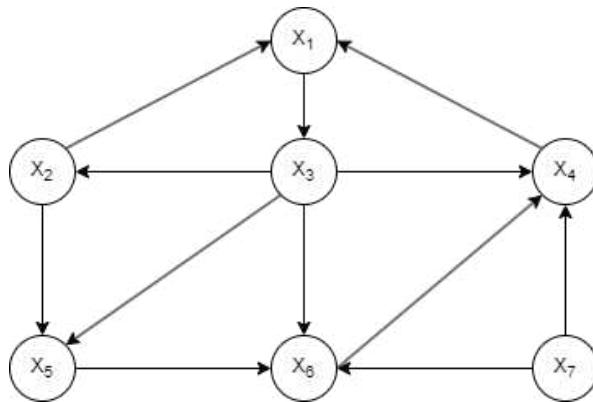


Рисунок 2.8 – окрестностная структура со скалярными переменными

Для данной окрестностной структуры со скалярными переменными, рассмотрим два типа полилинейных систем: билинейную и трилинейную. Эти системы представляют собой частные случаи полилинейной модели. Так как структура скалярная, то полилинейность по связям совпадает с полилинейностью по всем переменным. Билинейная система записывается следующим образом:

$$\begin{cases} x_1 = \alpha_{12}x_2 + \alpha_{14}x_4 + \alpha_{124}x_2x_4 \\ x_2 = \alpha_{23}x_3 \\ x_3 = \alpha_{31}x_1 \\ x_4 = \alpha_{43}x_3 + \alpha_{46}x_6 + \alpha_{47}x_7 + \alpha_{436}x_3x_6 + \alpha_{437}x_3x_7 + \\ + \alpha_{467}x_6x_7 + \alpha_{4367}x_3x_6x_7 \\ x_5 = \alpha_{52}x_2 + \alpha_{53}x_3 + \alpha_{523}x_2x_3 \\ x_6 = \alpha_{63}x_3 + \alpha_{63}x_5 + \alpha_{67}x_7 + \alpha_{635}x_3x_5 + \alpha_{637}x_3x_7 + \\ + \alpha_{657}x_5x_7 \end{cases}, \quad (2.11)$$

Вектор параметрической валентности  $N_p = (2, 1, 1, 7, 3, 6)$ .

Трилинейная система записывается следующим образом:

$$\begin{cases} x_1 = \alpha_{12}x_2 + \alpha_{14}x_4 + \alpha_{124}x_2x_4 \\ x_2 = \alpha_{23}x_3 \\ x_3 = \alpha_{31}x_1 \\ x_4 = \alpha_{43}x_3 + \alpha_{46}x_6 + \alpha_{47}x_7 + \alpha_{436}x_3x_6 + \alpha_{437}x_3x_7 + \\ + \alpha_{467}x_6x_7 + \alpha_{4367}x_3x_6x_7 + \alpha_{4367}x_3x_6x_7 \\ x_5 = \alpha_{52}x_2 + \alpha_{53}x_3 + \alpha_{523}x_2x_3 \\ x_6 = \alpha_{63}x_3 + \alpha_{63}x_5 + \alpha_{67}x_7 + \alpha_{635}x_3x_5 + \alpha_{637}x_3x_7 + \\ + \alpha_{657}x_5x_7 + \alpha_{7357}x_3x_5x_7 \end{cases} \quad (2.12)$$

Вектор параметрической валентности  $N_p = (3, 1, 1, 8, 3, 7)$ .

Билинейная модель включает в себя линейные члены и произведения пар переменных, тогда как трилинейная модель дополнительно включает произведения трех переменных.

Далее рассмотрим окрестностную структуру с одним входом, одним узлом, одним выходом и с векторными переменными, заданную оснащенным орграфом на рис. 2.9:

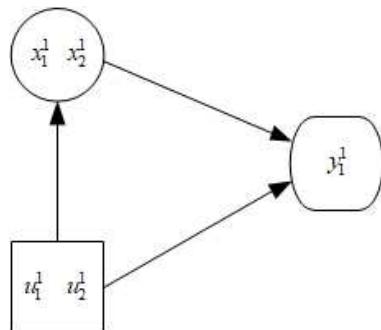


Рисунок 2.9 – окрестностная структура с векторными переменными

Этой окрестностной структуре соответствуют билинейная по всем переменным система

$$\begin{cases} x_1^1 = \alpha_1 u_1^1 + \alpha_2 u_2^1 + \alpha_3 u_1^1 u_2^1 \\ x_2^1 = \beta_1 u_1^1 + \beta_2 u_2^1 + \beta_3 u_1^1 u_2^1 \\ y_1^1 = \gamma_1 u_1^1 + \gamma_2 u_2^1 + \gamma_3 x_1^1 + \gamma_4 x_2^1 + \gamma_5 u_1^1 u_2^1 + \gamma_6 x_1^1 x_2^1 + \gamma_7 u_1^1 x_1^1 + \\ + \gamma_8 u_1^1 x_2^1 + \gamma_9 u_2^1 x_1^1 + \gamma_{10} u_2^1 x_2^1 \end{cases}, \quad (2.13)$$

и трилинейная по всем переменным система

$$\begin{cases} x_1^1 = \alpha_1 u_1^1 + \alpha_2 u_2^1 + \alpha_3 u_1^1 u_2^1 \\ x_2^1 = \beta_1 u_1^1 + \beta_2 u_2^1 + \beta_3 u_1^1 u_2^1 \\ y_1^1 = \gamma_1 u_1^1 + \gamma_2 u_2^1 + \gamma_3 x_1^1 + \gamma_4 x_2^1 + \gamma_5 u_1^1 u_2^1 + \gamma_6 x_1^1 x_2^1 + \gamma_7 u_1^1 x_1^1 + \\ + \gamma_8 u_1^1 x_2^1 + \gamma_9 u_2^1 x_1^1 + \gamma_{10} u_2^1 x_2^1 + \gamma_{11} u_1^1 u_2^1 x_1^1 + \gamma_{12} u_1^1 u_2^1 x_2^1 \\ + \gamma_{13} u_1^1 x_1^1 x_2^1 + \gamma_{14} u_2^1 x_1^1 x_2^1 \end{cases}. \quad (2.14)$$

Первое число нижнего индекса – это номер вершины, для которого составляется уравнение, а следующие числа – это номера входящих вершин.

Векторы параметрической валентности –  $N_P = (3, 3, 10)$ . для билинейной системы и  $N_P = (3, 3, 14)$ . для трилинейной.

Билинейная по связям окрестностная система, соответствующая окрестностной структуре на рисунке 2.9, имеет вид:

$$\begin{cases} x_1^1 = \alpha_1 u_1^1 + \alpha_2 u_2^1 \\ x_2^1 = \beta_1 u_1^1 + \beta_2 u_2^1 \\ y_1^1 = \gamma_1 u_1^1 + \gamma_2 u_2^1 + \gamma_3 x_1^1 + \gamma_4 x_2^1 + \gamma_5 u_1^1 x_1^1 + \\ + \gamma_6 u_1^1 x_2^1 + \gamma_7 u_2^1 x_1^1 + \gamma_8 u_2^1 x_2^1 \end{cases} \quad (2.15)$$

Трилинейная модель будет совпадать с билинейной моделью (2.15), так как отсутствуют трилинейные слагаемые по всем связям. Вектор параметрической валентности -  $N_P = (2, 2, 8)$ .

## 2.5 Параметрическая валентность полилинейных моделей

В предыдущем пункте векторы параметрической валентности для конкретных полилинейных моделей были посчитаны «вручную». В этом параграфе будут получены общие формулы для валентностей любых полилинейных моделей.

Предполагается, что все уравнения окрестностной системы являются полилинейными уравнениями наиболее общего вида с заданной

максимальной степенью одночленов  $m = m_i$  (для  $i$  той вершины) и в потому все уравнения в каждой из вершин имеют одно и то же количество неопределенных параметров, то есть  $p_i^s = p_i$  для всех  $s$ .

Сначала рассмотрим отдельно линейный случай, как наиболее часто используемый. Количество параметров (коэффициентов) в каждом из уравнений линейной скалярной окрестностной модели равно количеству дуг, входящих в соответствующий узел или выход. Таким образом, если  $A$  – (транспонированная) матрица смежности орграфа модели (с  $n$  вершинами), то

$$N_P = (\sum_{j=1}^n a_{1j}, \dots, \sum_{j=1}^n a_{nj})$$

если уравнения являются однородными и

$$N_P = (1 + \sum_{j=1}^n a_{1j}, \dots, 1 + \sum_{j=1}^n a_{nj})$$

если уравнения содержат константы.

Общий случай. Пусть:

- $n$  – число вершин окрестностной структуры;
- $a_{ij}$  – элементы (транспонированной) матрицы смежности;
- $k_i$  – количество скалярных переменных в оснащении вершины  $i$ ;
- $S_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} k_j$  – взвешенное (с учетом размерностей оснащений) количество дуг, входящих в вершину  $i$  или (эквивалентно) количество входящих переменных;
- $C_n^s$  – число сочетаний из  $n$  элементов по  $s$  элементов.

В случае моделей, полилинейных по всем переменным, каждой паре входящих в вершину переменных соответствует билинейное слагаемое в уравнении, каждой тройке входящих переменных соответствует трилинейное слагаемое и так далее. Если в вершину входят ровно  $k$  переменных (включая переменные, входящие по петлям), то максимальная возможная степень полилинейного одночлена равна  $k$ . Для окрестностной модели, полилинейной по всем переменным с заданной максимальной степенью

одночленов  $m = m_i$  в  $i$  той вершине, получаем следующую формулу для вектора параметрической валентности

$$N_P = (p_1, \dots, p_n), p_i = (C_{S_i}^1 + C_{S_i}^2 + \dots + C_{S_i}^{r_i})$$

где  $r_i = \min(m_i, S_i)$ . Если (неоднородные) полилинейные уравнения содержат неопределенные константы, то  $p_i = 1 + (C_{S_i}^1 + C_{S_i}^2 + \dots + C_{S_i}^{r_i})$ .

В векторной полилинейной по связям модели взаимодействуют только компоненты переменных, приходящих в вершину по разным дугам. Для окрестностной модели, полилинейной по связям с заданной максимальной степенью одночленов  $m = m_i$  в  $i$  той вершине получаем следующую формулу для вектора параметрической валентности:

$$N_P = (p_1, \dots, p_n),$$

$$\begin{aligned} p_i = & (\sum_{j_1} a_{ij_1} n_{j_1} + \sum_{j_1 < j_2} a_{ij_1} a_{ij_2} n_{j_1} n_{j_2} + \dots + \\ & + \sum_{j_1 < j_2 < \dots < j_r} a_{ij_1} a_{ij_2} \dots a_{ij_r} n_{j_1} n_{j_2} \dots n_{j_r}) \end{aligned}$$

где  $r = \min(m_i, k_i)$ .

## 2.6 Выводы по главе 2

В главе 2 получены следующие результаты:

1. Определены смешанные окрестностные структуры, позволяющие расширить возможности окрестностного моделирования на этапе формализации технологической схемы моделируемого процесса (объекта) в случае, когда направление всех или некоторых связей не определено однозначно и допускает выбор.

2. Определены ациклические окрестностные модели как обобщение иерархических окрестностных моделей, описан алгоритм ациклической ориентации неориентированных окрестностных структур.

3. Введены понятия параметрической валентности и минимального плана экспериментов, предназначенные для оценки необходимого

количества экспериментальных данных для параметрической идентификации и рассматриваемые как часть структурной идентификации.

4. Описан алгоритм построения минимального плана экспериментов по заданной окрестностной структуре и параметрической валентности окрестностной системы.

5. Определено разделения полилинейных окрестностных моделей на два класса: полилинейные по всем переменным и полилинейные только по связям. Для каждого из классов описан алгоритм вычисления параметрической валентности.

### **3. СТРУКТУРНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОКРЕСТНОСТНЫХ МОДЕЛЕЙ**

Главной темой данной главы являются методы и алгоритмы преобразования окрестностных структур, позволяющие уменьшать количество переменных в уравнениях *формальной* окрестностной системы и, соответственно, уменьшать объем экспериментальных данных, необходимых для параметрической идентификации. Таким образом, уменьшение количества переменных происходит априори, до параметрической идентификации, а не в результате оценки статистической значимости полученных параметров (требующей большого количества данных), как это обычно происходит в моделях типа черного ящика. Наиболее эффективны предлагаемые методы и алгоритмы в случае, когда моделируемый процесс может быть разделен на несколько взаимодействующих между собой процессов или подсистем, реализованных на одной и той же окрестностной структуре. В главе описывается численный метод идентификации информационных связей, определяются два типа асинхронных окрестностных моделей и описывается структура комплекса программ, реализующих алгоритмы, изложенные в данной и предыдущей главах.

#### **3.1 Скалярная декластеризация и скалярная декомпозиция окрестностных моделей**

На этапе параметрической идентификации окрестностных моделей количество параметров (или коэффициентов) модели связано с выбранными типами уравнений и, в еще большей степени, с количествами переменных в вершинах орграфа. Использование исходной «естественной» окрестностной структуры, близкой к технологической схеме, почти всегда приводит к моделям с очень большим количеством коэффициентов, что, в свою очередь,

требует большого количества экспериментальных данных для идентификации и для оценки статистической значимости идентифицируемых коэффициентов в уравнениях с целью исключения несущественных предикторов. Целесообразно пытаться уменьшить количество параметров модели уже на стадии структурной идентификации и тем самым уменьшить необходимый объёма экспериментальных данных для параметрической идентификации.

В работах [54-59] был предложен алгоритм структурного преобразования окрестностной модели с двумя подсистемами, основанный на расщепления окрестностной структуры двойной системы с последующим склеиванием двух структур и позволяющий уменьшить количество коэффициентов модели. Этот алгоритм был подробно описан в разделе 1.4.1 главы 1. Попытка обобщения этого алгоритма на случай любого числа подсистем приводит к значительным трудностям. В данной работе предлагается альтернативный алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры [41, 45, 46], в котором самого начала рассматриваются окрестностные модели с произвольным количеством подсистем.

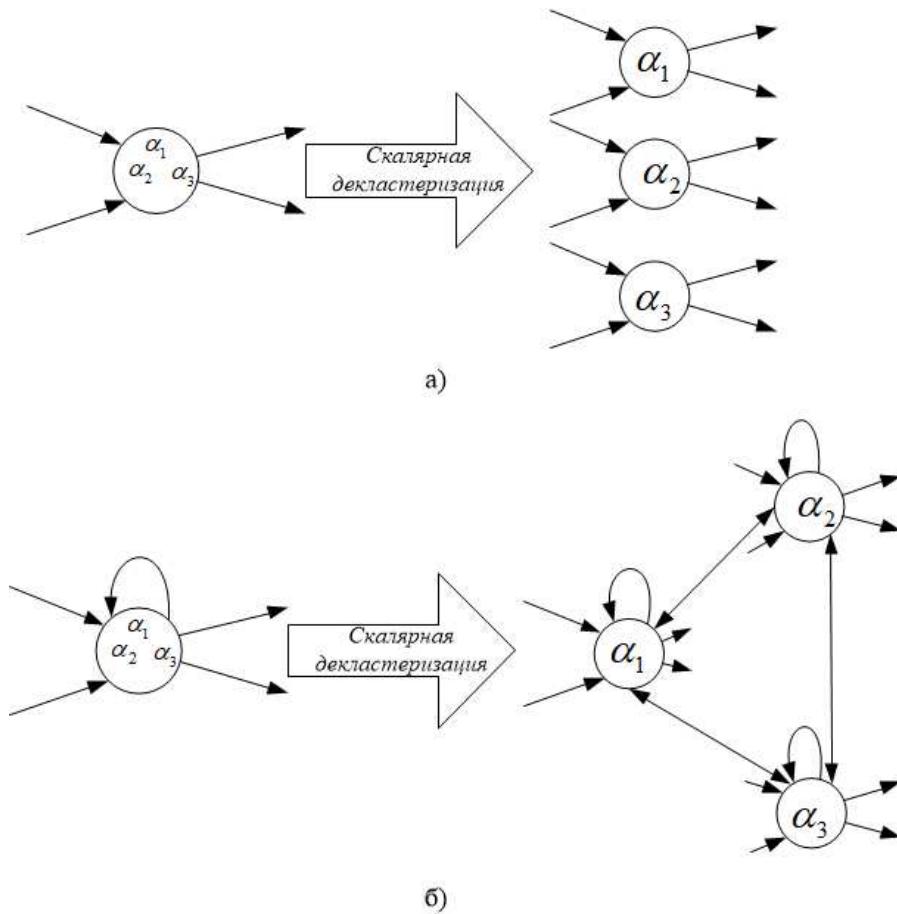
Алгоритм основан на структурном преобразовании исходной окрестностной структуры и учете дополнительной информации, кодируемой в виде матрицы возможных связей между переменными модели. Он описывается геометрически, как преобразование орграфа, и алгебраически, как преобразование матрицы смежности орграфа. Предлагаемый алгоритм может применяться к моделям с любым количеством подсистем, при этом он не является обобщением алгоритма расщепления–склеивания на случай более чем двух подсистем и уже для случая двух подсистем принципиально отличается от алгоритма из [55].

### 3.1.1 Алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры

Вершинам орграфа окрестностной структуры соответствуют наборы переменных. В общем случае каждая из этих переменных может быть скалярной, векторной, матричной и т.п., но в предлагаемом алгоритме все переменные рассматриваются, независимо от их внутренней структуры, как «обобщенно-скалярные» или «неделимые». Например, одной из переменных состояния узла, может быть, векторная переменная и при этом она считается обобщенно-скалярной. Этот случай следует отличать от ситуации, когда переменная является «кортежом», то есть собранием некоторого количества разнородных обобщенно-скалярных переменных. Можно считать, что оснащение каждой вершины является кортежем, внутри которого могут быть скаляры, векторы, матрицы и так далее. Далее термин «скалярная переменная» всегда понимается как «обобщено-скалярная». Заметим, что «неделимость» векторной (или матричной) переменной не запрещает независимое использование отдельных компонент – эти компоненты в формулах, где они участвуют, можно получать из вектора (матрицы) с помощью умножения на вектор (матрицу) с единицей на соответствующем месте и нулями на остальных.

Алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры содержит два этапа: скалярная декластеризация и редукция связей (дуг) в скалярной декластеризации.

1. *Скалярная декластеризация орграфа.* Каждая вершина исходного орграфа заменяется несколькими новыми вершинами, количество которых равно числу скалярных переменных, связанных с данной вершиной. При этом все дуги, входящие и выходящие из данной вершины, дублируются для каждой новой вершины. Для каждой вершины, являющейся узлом с петлей, все новые вершины снабжаются петлями и соединяются дугами до образования полного орграфа на этих вершинах – см. пример на рисунке 1.



а) декластеризация вершины без петли; б) декластеризация вершины с петлей

Рисунок 3.1 – Скалярная декластеризация

В результате мы получаем орграф скалярной декластеризации окрестностной структуры, в котором с каждой новой вершиной связана только одна (обобщенно) скалярная переменная. Орграф скалярной декластеризации сложнее исходного орграфа, но при этом соответствующая формальная окрестностная система совпадает с исходной формальной системой.

2. *Редукция связей в декластеризованном орграфе.* На этом этапе предполагается использование дополнительной информации, не содержащейся в исходной окрестностной структуре. А именно, предполагается, что для каждой упорядоченной пары переменных известно, влияет ли первая переменная на вторую. В соответствии с этим каждая из дуг орграфа скалярной декластеризации либо сохраняется, либо удаляется.

Полученная в итоге окрестностная структура называется *скалярной декомпозицией* исходной окрестностной структуры. После редукции количество коэффициентов линейной окрестностной системы может или уменьшиться, или остаться прежним.

### **3.1.2 Алгоритм скалярной декомпозиции для матрицы смежности окрестностной структуры**

Алгоритм скалярной декомпозиции можно описать алгебраически, как преобразование матрицы смежности окрестностной структуры. Алгоритм состоит из двух этапов: скалярная декластеризация матрицы смежности и редукция декластеризованной матрицы смежности.

*1. Скалярная декластеризация матрицы смежности.* Скалярная декластеризация выполняется путем преобразования матрицы смежности  $A_{\mathcal{N}}$  окрестностной структуры. Каждый элемент матрицы  $a_{ij}$  заменяется блоком из единиц или нулей, в зависимости от значения  $a_{ij}$  (при этом синхронно увеличивается число строк и столбцов матрицы, можно сказать, что элемент матрицы заменяется «крестом», центром которого является блок). Если  $a_{ij} = 1$ , то блок состоит из единиц, если  $a_{ij} = 0$ , то блок состоит из нулей. Размерность блока равна  $n \times m$ , где  $n$  – число переменных в  $i$  – ой вершине,  $m$  – число переменных в  $j$  – ой вершине. В результате получается матрица смежности  $A_D$  декластеризованной модели. Размерность матрицы  $A_D$  равна числу всех скалярных переменных в модели.

*2. Редукция матрицы смежности декластеризованной модели.* На этом этапе дополнительная информация о зависимости переменных кодируется в виде *матрицы возможных связей* – матрицы  $V$  порядка  $N \times N$ , в которой  $v_{ij} = 1$  если можно предполагать, что  $i$  - тая скалярная переменная влияет на  $j$  – ту переменную, в случае независимости переменных этот элемент равен

нулю. Редукция матрицы смежности декластеризованной модели состоит в переходе от матрицы  $A_D$  к матрице скалярной декомпозиции  $A_{SD}$ :

$$A_{SD} = V \circ A_D$$

где « $\circ$ » – произведение Адамара (поэлементное произведение матриц). В предельном случае, когда все формальные зависимости, определяемые исходной окрестностной структурой, являются реальными (то есть ни одну нельзя удалить) матрица  $A_{SD}$  совпадает с  $A_D$ .

### 3.1.3 Алгоритм скалярной декомпозиции для окрестностных мультимелей

Окрестностная модель называется **мультимоделью** если она состоит из окрестностной структуры и набора двух или более подсистем  $S_1, \dots, S_k (k \geq 2)$ , заданных на этой окрестностной структуре и взаимодействующих между собой. Каждая из скалярных переменных окрестностной мультимодели может принадлежать одной или нескольким подсистемам. Предполагается, что наборы подсистем и все скалярные переменные упорядочены. Далее в обозначение каждой скалярной переменной набор нижних индексов соответствует номерам подсистем, в которых участвует эта переменная.

При применении алгоритма скалярной декомпозиции к окрестностной мультимодели [46] матрицу возможных связей  $V$  для переменных окрестностной мультимодели можно построить на основе информации о принадлежности переменных к подсистемам. Эта информация кодируется в виде матрицы  $S$  порядка  $k \times N$ , строки  $S_i$  которой соответствуют подсистемам, а столбцы  $V_j$  – переменным  $v_j$ , при этом  $s_{ij} = 1$  если переменная  $v_j$  принадлежит подсистеме  $S_i$  и  $s_{ij} = 0$  если  $v_j$  не принадлежит  $S_i$ .

$$S_{k \times N} = \begin{cases} s_{ij} = 1, & \text{если } v_j \in S_i \\ s_{ij} = 0, & \text{если } v_j \notin S_i \end{cases}.$$

Матрица виртуальных связей  $V$  определяется следующим образом: элемент  $v_{ij} = 1$ , если  $V_i V_j > 0$ , если  $V_i V_j = 0$  то  $v_{ij} = 0$ .

$$V_{N \times N} = \begin{cases} v_{ij} = 1, & \text{если } V_i V_j > 0 \\ v_{ij} = 0, & \text{если } V_i V_j = 0 \end{cases}.$$

Матрица виртуальных связей симметрична относительно главной диагонали и элементы главной диагонали равны единицам ( $v_{ii} = 1$ ).

### 3.1.4 Применение алгоритма скалярной декомпозиции

Рассмотрим, как алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры может быть применен для анализа и упрощения системы вентиляции и фильтрации в производственном помещении цементного завода, описанного в работе [55].

Окрестностная структура системы вентиляции и фильтрации изображена на рисунке 3.2. Она содержит четыре входа *External1(E1)*, *External2(E2)*, *Regulator1(R1)*, *Regulator2(R2)* и три узла *Conditioning (C)*, *Plant (P)*, *Filtration(F)*. Все три узла имеют петли, которые для упрощения рисунков не изображены.

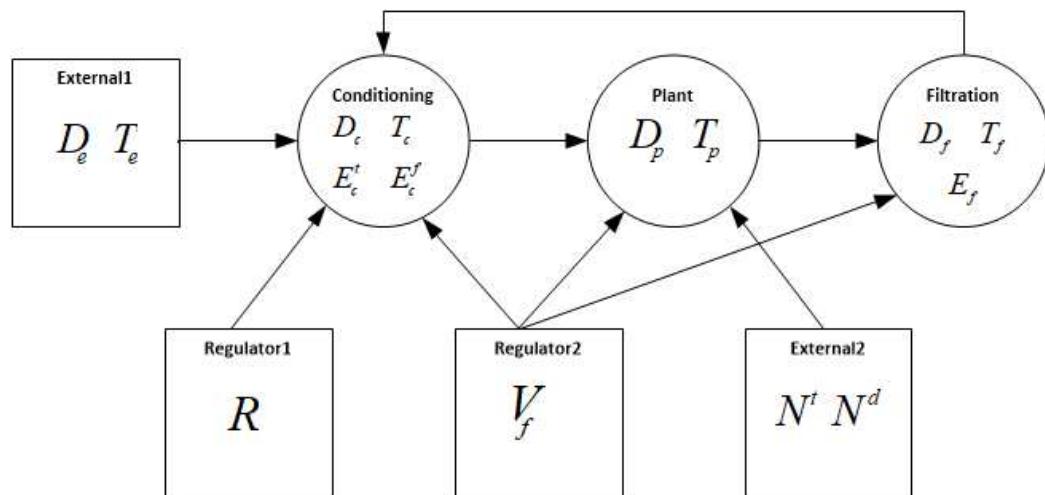


Рисунок 3.2 – окрестностная структура модели вентиляции и фильтрации цементного производства

Вход *External1* содержит следующие переменные:  $D_e$  – концентрация пыли в приточном воздухе,  $T_e$  – температура приточного воздуха. Это внешний (нерегулируемый) вход.

Вход *External2* содержит переменные:  $N^t$  – интенсивность тепловыделения,  $N^d$  – интенсивность пылеобразования. В более общей модели, включающей печи обжига, это управляемые входы (интенсивность работы печей), но в модели, описывающей только кондиционирование и фильтрацию, эти входы нужно считать внешними (неуправляемыми).

Вход *Regulator1* содержит переменную  $R$  – коэффициент рециркуляции, то есть это управляемый вход, отвечающий за долю очищенного воздуха, возвращаемого для обогрева.

Вход *Regulator2* содержит управляемую переменную  $V_f$  – объём приточного воздуха в единицу времени.

Узел *Conditioning* выполняет функцию обработки воздуха для поддержания желаемой температуры и чистоты и содержит следующие переменные:  $D_c$  – максимально допустимая концентрация пыли после фильтрации,  $T_c$  – температура воздуха после терморегуляции,  $E_c^d$  – расход энергии в единицу времени на фильтрацию,  $E_c^t$  – расход энергии в единицу времени на кондиционирование воздуха.

Узел *Plant* отвечает за контроль нагрева воздуха и уровня пылеобразования в производственном цехе и содержит следующие переменные:  $T_p$  – установившаяся температура в цехе,  $D_p$  – установившиеся концентрация пыли в цехе.

Узел *Filtration* выполняет процесс вытяжки и фильтрации воздуха перед его удалением и рециркуляцией и содержит следующие переменные:  $D_f$  – концентрация пыли после фильтрации,  $T_f$  – температура воздуха после фильтрации,  $E_f$  – расход энергии в единицу времени на вытяжку и фильтрацию.

Формальные (или абстрактные) уравнения окрестностной системы, то есть уравнения, отражающие только возможные зависимости между переменными, определяемые дугами окрестностной структуры (рисунок 3.2), записываются следующим образом (для упрощения обозначений система записана в статической версии, в динамической версии все переменные нужно дополнить индексами, указывающими на зависимость от дискретного времени):

$$\left\{ \begin{array}{l} D_c = F_{cd}(D_e, T_e, D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, E_f, V_f, D_f, T_f, R) \\ T_c = F_{ct}(D_e, T_e, D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, E_f, V_f, D_f, T_f, R) \\ E_c^f = F_{cff}(D_e, T_e, D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, E_f, V_f, D_f, T_f, R) \\ E_c^t = F_{ct}(D_e, T_e, D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, E_f, V_f, D_f, T_f, R) \\ D_p = F_{pd}(D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, D_p, T_p, V_f, N^d, N^t) \\ T_p = F_{pt}(D_c, T_c, E_c^f, E_c^t, D_p, T_p, V_f, N^d, N^t) \\ D_f = F_{fd}(D_p, T_p, V_f, E_f, D_f, T_f) \\ T_f = F_{ft}(D_p, T_p, V_f, E_f, D_f, T_f) \\ E_f = F_{ff}(D_p, T_p, V_f, E_f, D_f, T_f) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

В линейной реализации системы (3.1) содержится 79 коэффициентов, которые необходимо идентифицировать. Используя метод скалярной декомпозиции, можно сократить это количество.

Первый шаг алгоритма скалярной декомпозиции (скалярная декластеризация): каждая вершина исходного орграфа расщепляется на несколько новых вершин (по количеству переменных в вершине) и соответствующие дуги дублируются для каждой новой вершины. Орграф скалярной декластеризации окрестностной структуры схематически, с использованием блоков и блочных дуг (для упрощения), изображен на рисунке 3.3. Числа на блочных дугах указывают количество обычных дуг, кодируемых блочной дугой. Кроме того, предполагается, что узлы в каждом из блоков имеют дуги внутри блоков, (для упрощения рисунка они не изображены) и образуют вместе с этими дугами полный орграф.

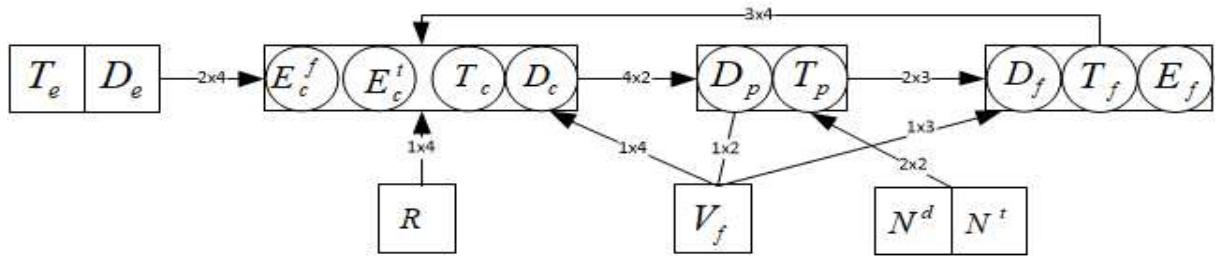


Рисунок 3.3 – орграф скалярной декластеризации окрестностной структуры

Далее для орграфа скалярной декластеризации применяем редукцию связей, удаляя дуги между теми вершинами, в которых переменные не зависят друг от друга физически, поскольку относятся к разным подсистемам. В результате получаем орграф скалярной декомпозиции окрестностной структуры, изображенный на рисунке 3.4.

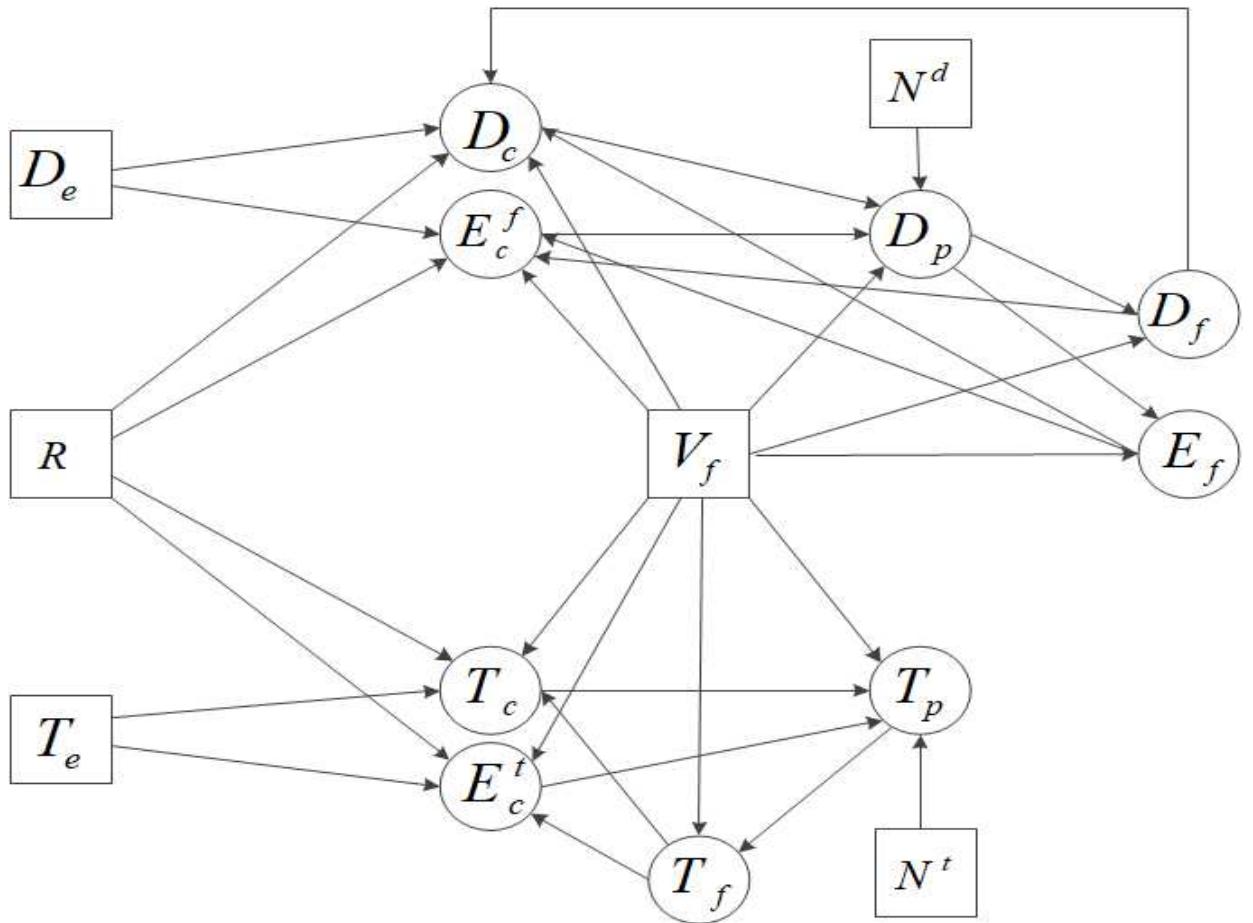


Рисунок 3.4 – орграф скалярной декомпозиции

На основе преобразованной окрестностной структуры (рисунок 3.4) запишем новую формальную окрестностную систему:

$$\left\{ \begin{array}{l} D_c = F_{cd}(D_e, T_c, E_c^f, E_f, D_f, R) \\ T_c = F_{ct}(T_e, E_c^t, V_f, T_f, R) \\ E_c^f = F_{cff}(D_e, D_c, E_f, V_f, D_f, R) \\ E_c^t = F_{ct}(T_e, T_c, V_f, T_f, R) \\ D_p = F_{pd}(D_c, E_c^f, T_p, V_f, N^d) \\ T_p = F_{pt}(T_c, E_c^t, D_p, V_f, N^t) \\ D_f = F_{fd}(D_p, V_f, E_f) \\ T_f = F_{ft}(T_p, V_f, ) \\ E_f = F_{ff}(D_p, V_f, D_f) \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Количество коэффициентов, которые необходимо идентифицировать в линейной реализации системе (3.2) равняется 40. Таким образом при применении алгоритма скалярной декомпозиции число коэффициентов, нуждающихся в параметрической идентификации, значительно уменьшилось по сравнению с системой (3.1), что потребует меньшего объёма экспериментальных данных. Полученный результат совпадает с результатом из [55].

### 3.1.5 Применение алгоритма скалярной декомпозиции к окрестностной мультимодели.

Рассмотрим применение алгоритма скалярной декомпозиции к окрестностной мультимодели на которой задано три подсистемы. Окрестностная структура мультимодели изображена на рисунке 3.5 и описывается матрицей смежности (3.3). Она содержит два входа:  $U^1, U^2$ ; два узла:  $X^1, X^2$  и один выход  $Y^1$ . Переменные:  $u_{1,2}^1, x_{1,2}^2, y_1^1$  относятся к первой подсистеме, переменные:  $u_{1,2}^1, u_{2,3}^2, x_2^1, x_{2,3}^1, x_{1,2}^2, y_2^1$  относятся ко второй подсистеме , а переменные:  $u_3^1, u_{2,3}^2, x_{2,3}^1, y_3^1$  относятся к третьей подсистеме.

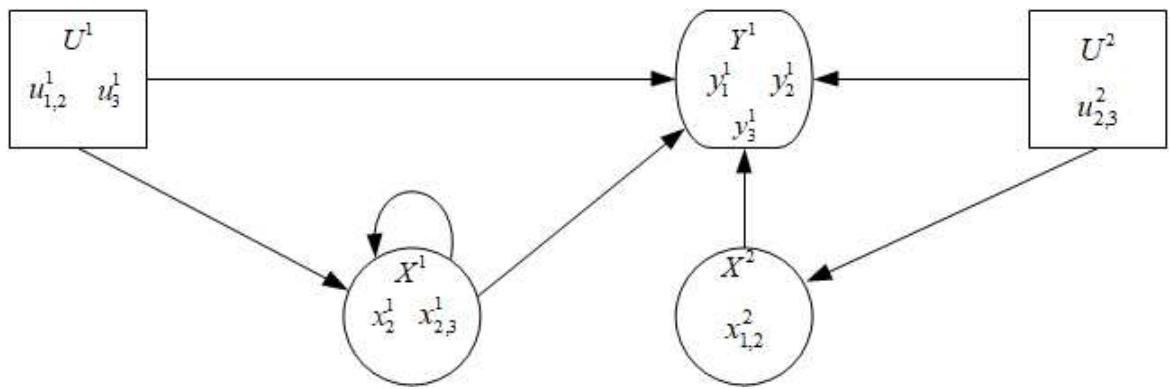


Рисунок 3.5 – орграф окрестностной структуры мультимодели

$$A_N = \begin{array}{c|ccccc} & U^1 & U^2 & X^1 & X^2 & Y^1 \\ \hline U^1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ U^2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ X^1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ X^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ Y^1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (3.3)$$

Применяя скалярную декластиризацию к матрице смежности  $A_N$ , получим декластиризованную матрицу  $A_D$ :

На этапе редукции матрицы декластиризации, основываясь на принадлежности переменных к подсистемам строим матрицу возможных связей  $V$ :

$$V = \begin{array}{|ccccccccc|} \hline & u_{1,2}^1 & u_3^1 & u_{2,3}^2 & x_2^1 & x_{2,3}^1 & x_{1,2}^2 & y_1^1 & y_2^1 & y_3^1 \\ \hline u_{1,2}^1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ u_3^1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ u_{2,3}^2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ x_2^1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ x_{2,3}^1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ x_{1,2}^2 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ y_1^1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ y_2^1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ y_3^1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (3.5)$$

Перемножая поэлементно матрицу декластеризации (3.4) и матрицу возможных связей (3.5), получаем матрицу скалярной декомпозиции  $A_{SD}$ :

На основе матрицы скалярной декомпозиции (3.6) строим окрестностную систему, которая содержит меньшее количество коэффициентов по сравнению с системой, построенной на основе исходной матрицы смежности (3.4) или декластеризованной матрицы (3.4). Это значительно упрощает процесс идентификации системы.

### 3.1.6 Применение алгоритма скалярной декомпозиции к анализу технологической схемы стадии диффузии производства сахара

Рассмотрим применение алгоритма скалярной декомпозиции к задаче моделировании стадии диффузии производства сахара. Разработанная в [24] окрестностная структура, описывающая окрестностную модель технологической схемы стадии диффузии, представлена на рисунке 3.6.

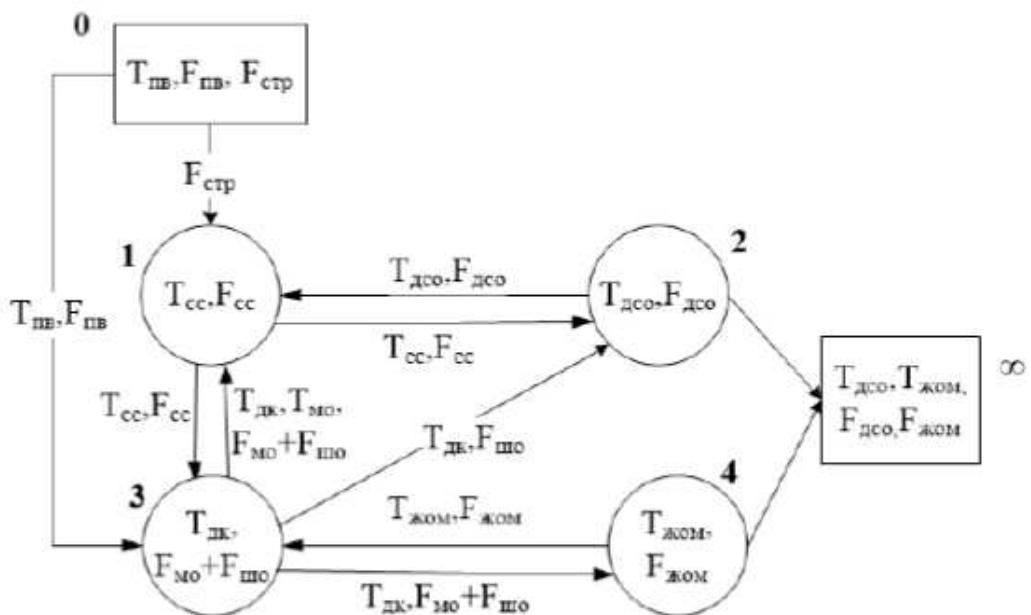


Рисунок 3.6 – Окрестностная структура процесса диффузии

Оснащенный орграф, описывающий технологическую схему стадии диффузии, включает следующие узлы и переменные, представляющие основные этапы процесса:

- узел 0 – вход, сырье и питательная вода, поступающее в диффузионную станцию;

- узел 1 – ошпариватель, получение сокостружечной смеси в ошпаривателе;
- узел 2 – технологический поток диффузионного сока, выходящий из ошпаривателя;
- узел 3 – процесс экстракции сахара в диффузионной колонне;
- узел 4 – удаления сырого жома из верхней части диффузионной колонны;
- узел  $\infty$  – выход системы.

Вершины окрестной структуры содержат следующие переменные:

- $F_{\text{стр}}$  – расход стружки;
- $T_{\text{стр}}$  – температура стружки;
- $F_{\text{сс}}$  – расход сокостружечной смеси;
- $T_{\text{сс}}$  – температура сокостружечной смеси;
- $F_{\text{жом}}$  – расход жома;
- $T_{\text{жом}}$  – температура жома;
- $F_{\text{пв}}$  – расход питательной воды;
- $T_{\text{пв}}$  – температура питательной воды;
- $F_{\text{шо}}$  – расход диффузионного сока, поступающего в шахту ошпаривателя;
- $T_{\text{дк}}$  – температура диффузионного сока в нижней части диффузионной колонны;
- $F_{\text{мо}}$  – расход диффузионного сока, поступающего в мешалку ошпаривателя;
- $T_{\text{мо}}$  – температура диффузионного сока после подогрева;
- $F_{\text{дсо}}$  – расход диффузионного сока из ошпаривателя;
- $T_{\text{дсо}}$  – температура диффузионного сока из ошпаривателя.

Формальные уравнения окрестностной системы, описывающие взаимосвязь температурных параметров процесса диффузии, записываются следующим образом:

$$\begin{cases} T_{cc} = f(T_{dk}, T_{mo}, T_{dco}, F_{cc}, F_{str}, F_{mo}, F_{sho}, F_{dco}) \\ T_{dk} = g(T_{cc}, T_{pv}, T_{jom}, F_{sho}, F_{mo}, F_{cc}, F_{jom}, F_{pv}) \\ T_{dco} = h(T_{dk}, T_{cc}, F_{dco}, F_{cc}, F_{sho}) \\ T_{jom} = v(T_{dk}, F_{jom}, F_{sho}, F_{mo}) \end{cases} \quad (3.7)$$

Линейная реализации формальной системы (3.7) содержится 25 коэффициентов, которые необходимо идентифицировать.

В результате применения алгоритма скалярной декомпозиции для окрестностной структуры процесса диффузии система (3.7) была редуцирована к формальной системе:

$$\begin{cases} T_{cc} = f(T_{dk}, T_{mo}, T_{dco}, F_{str}, F_{mo}, F_{sho}) \\ T_{dk} = g(T_{cc}, T_{pv}, F_{cc}, F_{pv}, F_{jom}) \\ T_{dco} = h(T_{dk}, F_{cc}, F_{sho}) \\ T_{jom} = v(T_{dk}, F_{jom}, F_{sho} + F_{mo}) \end{cases} \quad (3.8)$$

Количество переменных в правых частях снизилось во всех уравнениях кроме последнего. Линейная реализация данной упрощённой системы содержится 18 коэффициентов.

Уравнения линейной регрессии, полученные в работе [24] на стадии параметрической идентификации (с использованием данных производства) после оценки статистической значимости коэффициентов и удаления соответствующих незначимых предикторов содержат в правых частях такие же переменные, как в формальной системе 3.8. Это подтверждает корректность применения алгоритма скалярной декомпозиции для технологической схемы стадии диффузии производства сахара.

### **3.2 Идентификация информационных связей в окрестностных моделях**

Информационные связи в окрестностных моделях — это дуги окрестностной модели, по которым передается информация о состоянии узла

или входа (а не материальные потоки). Далее в этом параграфе рассматривается задача дополнения уже построенной окрестностной модели новыми информационными дугами, необходимыми для решения задач стабилизации модели вблизи номинального режима и коррекции выходов модели.

### 3.2.1 Стабилизация номинального режима по состояниям

Задача стабилизации номинального заданного режима окрестностной модели  $\mathcal{N} = (\mathcal{D}, \mathcal{V}, S)$  представляет собой процесс управления, направленный на поддержание системы в определённом состоянии  $(\bar{U}_0, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$  или возвращение к нему после возмущений. Предполагаем, что оснащения узлов окрестностной структуры являются скалярными. Исходную систему уравнений для состояний  $\bar{X} = \{X(i), i \in I(X)\}$  и выходов  $\bar{Y} = \{Y(i), i \in I(Y)\}$  запишем в виде:

$$\begin{cases} X^{t+1}(i) = F_i(X_+^t(i), U_+^t(i)), i \in I(X) \\ Y^t(i) = G_i(X_+^t(i)), i \in I(Y) \end{cases} \quad (3.9)$$

Линеаризация вблизи номинального режима  $(\bar{U}_0, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$  приводит нас к следующей системы:

$$\begin{cases} \bar{X}_0 + \Delta \bar{X}^{t+1} = \bar{F}(\bar{X}_0, \bar{U}_0) + \bar{F}'_X(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \Delta \bar{X}^t + \bar{F}'_U(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \Delta \bar{U}^t \\ \bar{Y}_0 + \Delta \bar{Y}^t = \bar{G}(\bar{X}_0) + \bar{G}'_X(\bar{X}_0, \bar{U}_0) \Delta \bar{X}^t \end{cases}. \quad (3.10)$$

Поскольку  $\bar{X}_0 = \bar{F}(\bar{X}_0, \bar{U}_0)$  и  $\bar{Y}_0 = \bar{G}(\bar{X}_0)$ , то линеаризованная система (3.10) может быть записана в виде:

$$\begin{cases} \Delta \bar{X}^{t+1} = A \Delta \bar{X}^t + B \Delta \bar{U}^t \\ \Delta \bar{Y}^t = C \Delta \bar{X}^t \end{cases} \quad (3.11)$$

где  $A = \bar{F}'_X(\bar{X}_0, \bar{U}_0)$ ,  $B = \bar{F}'_U(\bar{X}_0, \bar{U}_0)$  и  $C = \bar{G}'_X(\bar{X}_0)$ , при этом номинальный режим линеаризованной системы, соответствующий исходному режиму  $(\bar{U}_0, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$  - это кортеж  $(\bar{0}, \bar{0}, \bar{0})$ .

Целью задачи стабилизации номинального режима заключается в нахождение такого вектора изменения управлений  $\Delta \bar{U}^t$ , чтобы система возвратилась (приближенно) к номинальному режиму  $(\bar{U}_0, \bar{X}_0, \bar{Y}_0)$ .

Задача стабилизации номинального режима направлена на обеспечение устойчивости системы и её способности возвращаться к заданному режиму работы после возникновения возмущений.

Известно [39 с.320], что в случае одного управляющего входа  $\bar{U} = u$  при выполнении условия невырожденности пары  $A, B$

$$\text{rank}(B, AB, \dots, A^{n-1}B) = n$$

(здесь  $B$  – столбец и  $n = n_X$  - количество узлов окрестностной структуры) можно найти стабилизирующую обратную связь  $\Delta u = K\Delta \bar{X}$ , где  $K$  – строка, такую, что при постоянном возмущении  $\bar{W}$  линеаризованная система стабилизируется за  $n$  тактов в кортеже:

$$(\text{вход, состояние, выход}) = (K\Delta \bar{X}, \Delta \bar{X}, C\Delta \bar{X}),$$

где  $\Delta \bar{X} = (E - A - BK)^{-1}W$ .

При малом возмущении  $\bar{W}$  этот кортеж будет близок к номинальному режиму  $(\bar{0}, \bar{0}, \bar{0})$ . Поскольку количество узлов окрестностной модели, как правило, достаточно велико, то преимущества, связанные с использованием только одного управляющего входа, теряются из-за большого количества тактов, необходимых для стабилизации.

В дальнейшем предположим, что количество управлений  $n_U$  (входов в окрестностной структуре модели) не меньше количества узлов  $n_X$  окрестностной структуры и что ранг матрицы  $B$  равен числу строк (то есть числу узлов  $n_X$ ). Это условие позволяет компенсировать отклонение

$$(\text{вход, состояние, выход}) = (\bar{0}, W = \Delta \bar{X}^t, 0)$$

системы от кортежа  $(\bar{0}, \bar{0}, \bar{0})$  (то есть от номинального режима) по состояниям за один такт, при этом система переходит в кортеж

$$(\text{вход, состояние, выход}) = (\Delta \bar{U}^t, \bar{0}, C\Delta \bar{X}^t).$$

Компенсирующей управляющий вектор  $\Delta\bar{U}^t$  находится как решение уравнения:

$$\Delta\bar{X}^{t+1} = 0 = A\Delta\bar{X}^t + B\Delta\bar{U}^t,$$

что приводит нас к выражению

$$\Delta\bar{U}^t = -(B^+A)\Delta\bar{X}^t \quad (3.12)$$

где  $B^+$  - псевдообратная матрица. В случае, когда  $n_X = n_U$  ( $B$  - квадратная матрица) формула (3.12) дает единственное значение управляющего вектора. При  $n_X < n_U$  получаем вектор управления с минимально возможной нормой. При  $n_X > n_U$  (недостаточное количество управляющих входов) формула (3.10) дает вектор управления, минимизирующий отклонение состояния системы от номинального.

### 3.2.2 Коррекция выхода

Коррекция выхода системы — это процесс, направленный на изменение выходных параметров системы на заданный вектор изменения  $\Delta\bar{Y}$ , при этом предполагается, что отклонений по состояниям (возмущений) нет в линеаризованной системе. Эта задача особенно актуальна в случаях, когда требуется коррекция желаемых значений выхода.

Для достижения коррекции выхода системы предполагаем, что количество выходов  $n_Y$  меньше или равно количеству состояний  $n_X$  ( $n_Y \leq n_X$ ), и что ранг матрицы  $C$  равен числу ее строк  $n_Y$  (количеству выходов). Это означает, что каждый выход системы может быть однозначно скорректирован путём изменения состояний системы.

Поскольку  $\Delta\bar{Y} = C\Delta\bar{X}^t$ , то вычисление необходимого изменения состояний  $\bar{X}^t$ , которое минимальное по норме, вычисляется по формуле:

$$\Delta\bar{X}^t = C^+\Delta\bar{Y}$$

для всех  $t, t + 1, \dots$ . Для определения изменения управляющего вектора  $\Delta \bar{U}$  необходимого для достижения заданного изменения состояний, используем уравнение:

$$C^+ \Delta \bar{Y} = AC^+ \Delta \bar{Y} + B \Delta \bar{U}. \quad (3.13)$$

Из уравнения (3.13) получаем, что

$$B \Delta \bar{U} = (C^+ - AC^+) \Delta \bar{Y},$$

и, следовательно,

$$\Delta \bar{U} = B^+ (E - A) C^+ \Delta \bar{Y},$$

где  $E$  – единичная матрица соответствующего размера. Таким образом, кортеж (вход, состояние, выход) для процесса коррекции выхода будет иметь вид:

$$(B^+ (E - A) C^+ \Delta \bar{Y}, C^+ \Delta \bar{Y}, \Delta \bar{Y}).$$

Этот подход позволяет не только точно скорректировать выходные параметры системы, но и делает это с минимальными изменениями в управляющем векторе и состояниях системы, что является важным с точки зрения эффективности и экономии ресурсов.

### 3.2.3 Каркас матрицы

При работе с матрицами смежности линейных окрестностных моделей удобно использовать понятие *каркаса* матрицы. *Каркас* (frame) матрицы отражает структуру связей произвольной матрицы  $A = \{a_{ij}\}$ , указывая на наличие или отсутствие связи между элементами (вершинами в графе), но не учитывает конкретные значения этих связей. Он формируется путем замены всех ненулевых элементов исходной матрицы на 1, а нулевых – на 0. Каркас матрицы  $A$ , обозначается как  $Fr(A) = \{fr(a_{ij})\}$ , где функция  $fr(x)$  определяется следующим образом:

$$fr(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \neq 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

Например, для системы:

$$\begin{cases} \bar{X}^{t+1} = A\bar{X}^t + B\bar{U}^t \\ \bar{Y}^t = C\bar{X}^t + D\bar{U}^t \end{cases}$$

транспонированная матрица смежности,  $s_{ij} = 1$  если есть дуга  $j \rightarrow i$ , представляется в виде:

$$\begin{bmatrix} 0_{n_u \times n_u} & 0_{n_u \times n_x} & 0_{n_u \times n_y} \\ S_{n_v \times n_u} & S_{n_v \times n_x} & 0_{n_v \times n_y} \\ S_{n_w \times n_u} & S_{n_w \times n_x} & 0_{n_w \times n_y} \end{bmatrix}.$$

Тогда, каркасная матрица смежности соответствующего орграфа, построенная на основе каркасов матриц системы  $A, B, C$  и  $D$ , записывается как:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ Fr(B) & Fr(A) & 0 \\ Fr(D) & Fr(C) & 0 \end{bmatrix}.$$

Это представление подчеркивает структурные связи между переменными системы без учета конкретных величин этих связей, что упрощает анализ структуры системы.

### 3.2.3 Матрицы смежности для информационных связей

Для анализа информационных связей в системах управления можно использовать матрицы смежности, которые отображают структуру взаимодействий между различными компонентами системы. Эти матрицы особенно полезны при проектировании механизмов в задачах стабилизации и коррекции выхода в системах управления.

Матрица смежности окрестностной структуры, дополненной информационными связями от узлов к управлениюм (входам), соответствующими формуле для стабилизирующего управления в случае стабилизации по состояниям будет иметь вид:

$$\begin{bmatrix} 0 & Fr(B^+A) & 0 \\ Fr(B) & Fr(A) & 0 \\ Fr(D) & Fr(C) & 0 \end{bmatrix}.$$

В этой матрице, элементы  $Fr(B^+A)$ ,  $Fr(A)$ ,  $Fr(B)$ ,  $Fr(D)$  и  $Fr(C)$  указывают на наличие информационных связей между соответствующими компонентами системы, способствующих стабилизации по состояниям.

Матрица смежности окрестностной структуры, дополненной информационными связями от выходов к управлению (входам), соответствующими формуле для коррекции выходов, будет иметь вид

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & Fr(B^+(E - A)C^+) \\ Fr(B) & Fr(A) & 0 \\ Fr(D) & Fr(C) & 0 \end{bmatrix}.$$

Здесь элементы  $Fr(B^+(E - A)C^+)$ ,  $Fr(A)$ ,  $Fr(B)$ ,  $Fr(D)$  и  $Fr(C)$  демонстрируют структуру информационных связей, которые используются для коррекции выходных параметров системы.

Обе матрицы представляют собой инструмент для визуализации и анализа информационных связей в системах управления, облегчая понимание того, как взаимодействия между разными компонентами влияют на поведение системы в целом. Эти матрицы помогают определить ключевые связи, которые необходимо учитывать при проектировании систем управления для достижения желаемых характеристик стабилизации номинального режима и коррекции выхода.

### 3.4 Асинхронные окрестностные модели

Асинхронные окрестностные модели [112, 114] представляют собой важный инструмент для исследования динамических моделей, в которых взаимодействие между элементами (узлами) не происходит одновременно. В таких моделях, асинхронность означает, что обновление состояний узлов происходит не одновременно для всех элементов системы, а поочерёдно или в соответствии с некоторым другим порядком. Это может быть результатом естественных условий или специфик работы технологических моделей, где компоненты могут обновляться в различное время.

В асинхронных окрестностных моделях выделяют два основных типа асинхронизации: асинхронизация основанная на узлах, и асинхронизация основанная на процессах. Асинхронизация по узлам подразумевает, что каждый узел или элемент системы может обновлять своё состояние независимо от остальных, следя своему индивидуальному расписанию или реагируя на определённые события. Асинхронизация по процессам отражает ситуации, когда разные процессы или механизмы влияния на систему активируются в различные моменты времени.

### 3.4.1 Асинхронизация окрестностной модели по узлам

Для добавления асинхронизации по узлам в окрестностную структуру к каждому узлу добавляется скалярный управляющий вход с дугой, ведущей в данный узел (рисунок 3.5). Переменная управления  $u$  может принимать только два значения – 0 и 1. В уравнении для состояния узла новая переменная  $u$  умножается на правую часть. В этом случае ноль означает выключение узла, то есть в данном такте значение переменной узла не пересчитывается (узел неактивен), единица означает что узел активен, то есть значение его переменной пересчитывается. Аналитически, на примере динамической системы (без управления для упрощения записи) получаем переход от исходной системы:

$$\begin{cases} X_1^{t+1} = X + f_1(X_1^t, \dots, X_n^t) \\ \dots \dots \dots \\ X_n^{t+1} = X_n^t + f_n(X_1^t, \dots, X_n^t) \end{cases}$$

к асинхронной системе с управлениями  $u_1, \dots, u_n \in \{0; 1\}$ :

$$\begin{cases} X_1^{t+1} = X_1^t + u_1^t f_1(X_1^t, \dots, X_n^t) \\ \dots \dots \dots \\ X_n^{t+1} = X_n^t + u_n^t f_n(X_1^t, \dots, X_n^t) \end{cases}$$

В векторных обозначениях это переход от системы

$$X^{t+1} = X^t + F(X^t)$$

к системе

$$X^{t+1} = X^t + F(X^t) \circ U$$

где  $U = [u_1, \dots, u_n]^T$  и « $\circ$ » – произведение Адамара (поэлементное).

### 3.4.2. Асинхронизация окрестностной мульти модели по процессам.

Рассматривается окрестностная мульти модель (несколько процессов на одной окрестностной структуре), в которой в каждом узле результаты действия процессов складываются. Аналитически, на примере динамической системы (без управления для упрощения записи) это означает, что система имеет вид:

$$\begin{cases} X_1^{t+1} = X_1^t + f_{11}(X_1^t, \dots, X_n^t) + \dots + f_{1m}(X_1^t, \dots, X_n^t) \\ \quad \quad \quad \cdots \cdots \cdots \\ X_n^{t+1} = X_n^t + f_{n1}(X_1^t, \dots, X_n^t) + \dots + f_{nm}(X_1^t, \dots, X_n^t) \end{cases}$$

или, в векторных обозначениях, имеет вид:

$$X^{t+1} = X^t + F_1(X^t) + \dots + F_m(X^t)$$

где  $F_1(X^t), \dots, F_m(X^t)$  соответствуют  $m$  процессам в мульти модели.

Для добавления асинхронизации по процессам в окрестностную структуру мульти модели добавляем  $m$  скалярных входов  $u_1, \dots, u_m \in \{0; 1\}$ , каждый из которых соединен дугой с каждым из узлов (рисунок 3.6). Управление  $u_i$  включает или выключает действие соответствующего процесса на данном такте времени. Это означает, что в уравнении для пересчета состояния узла управление  $u_i$  умножается на слагаемое, соответствующее процессу с тем же номером. Получаем асинхронную систему вида:

$$\begin{cases} X_1^{t+1} = X_1^t + u_1 f_{11}(X_1^t, \dots, X_n^t) + \dots + u_m f_{1m}(X_1^t, \dots, X_n^t) \\ \quad \quad \quad \cdots \cdots \cdots \\ X_n^{t+1} = X_n^t + u_1 f_{n1}(X_1^t, \dots, X_n^t) + \dots + u_m f_{nm}(X_1^t, \dots, X_n^t) \end{cases}$$

или, в векторных обозначениях,

$$X^{t+1} = X^t + u_1 F_1(X^t) + \dots + u_m F_m(X^t).$$

Асинхронизация действует не на один узел, как в случае асинхронизации по узлам, а на систему в целом. Если каждый процесс соответствует одному узлу, то есть  $m = n$  и  $f_{ij} = 0$  для  $i \neq j$ , то мы получаем асинхронизацию по узлам. Таким образом, асинхронизацию по узлам можно рассматривать как частный случай асинхронизации по процессам.

### 3.4.3 Асинхронизация окрестностных линейных моделей

Рассмотрим линейную дискретную систему, заданную следующим образом:

$$X^{t+1} = X^t + AX^t$$

для упрощения обозначений рассматриваем систему без управления, то есть, когда  $f_{ij}(X_1^t, \dots, X_n^t) = a_{ij}$ ,  $A = \{a_{ij}\}$ . В этом случае, асинхронизацию для  $m = n$  можно описать с помощью произведения Адамара, что позволяет реализовать два типа асинхронизации.

Асинхронизация по узлам записывается в векторном виде как:

$$X^{t+1} = X^t + (AX^t) \circ U$$

где « $\circ$ » – произведение Адамара, а  $U$  – матрица, отражающая активацию отдельных узлов модели.

Асинхронизация окрестностной мультимодели по процессам записывается в векторном виде как:

$$X^{t+1} = X^t + A(X^t \circ U)$$

где « $\circ$ » – произведение Адамара, а  $U$  – матрица, отражающая активацию соответствующих процессов мультимодели. Оба подхода позволяют интегрировать асинхронность в линейные модели обеспечивая гибкость модели.

### 3.5 Структура комплекса программ

Структура разработанного комплекса программ, реализующего алгоритм скалярной декомпозиции и остальные описанные в работе алгоритмы, состоит из блоков, представленных на рисунке 3.7. Каждый блок соответствует основным этапам окрестностного моделирования. В качестве языка программирования выбран «MATLAB», что позволяет эффективно работать с матрицами и массивами.



Рисунок 3.7 – структура комплекса программ

#### 3.5.1 Структурная идентификация (программа)

Структурная идентификация окрестностной структуры [47]. Этот блок отвечает за ввод и обработку информации о вершинах и переменных окрестностной структуры. Он включает в себя ввод данных через

диалоговые окна: количество вершин окрестностной структуры (рисунок 3.8), информация о всех вершинах (рисунок 3.9), инцидентность вершин (рисунок 3.10), информация о переменных в вершине (рисунок 3.11).

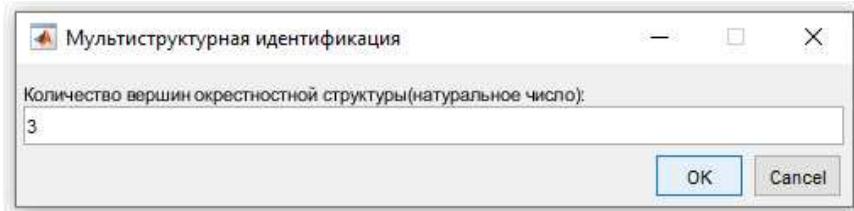


Рисунок 3.8 – диалоговое окно “количество вершин”



Рисунок 3.9 – диалоговое окно “информация о вершинах”

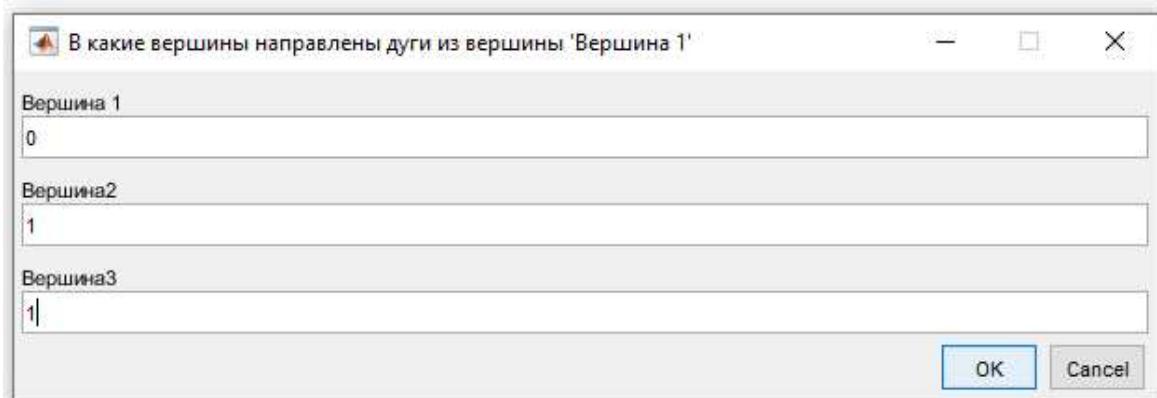


Рисунок 3.10 – диалоговое окно “инцидентность вершин”

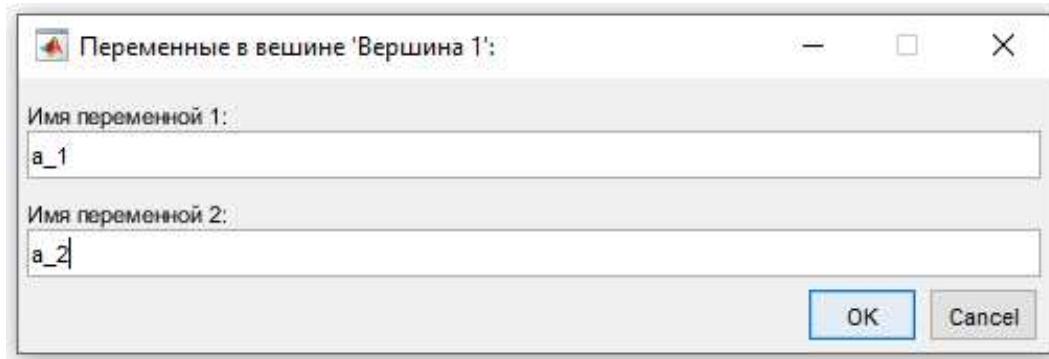


Рисунок 3.11 – диалоговое окно “информация о вершинах”

В результате выполнения блока программы «Структурная идентификация» получаем окно (рисунок 3.12) с матрицей смежности.

<b>Матрица смежности окрестносной структуры</b>								
	E	A	M	F	V	H	L	W
E	0	0	1	1	1	0	0	0
A	0	0	0	1	1	1	1	1
M	0	0	1	1	1	1	1	1
F	0	0	1	0	1	0	0	0
V	0	0	1	1	0	0	0	0
H	0	0	1	0	0	0	0	0
L	0	0	1	0	0	0	0	0
W	0	0	1	0	0	0	0	0

Рисунок 3.12 – окно результат выполнения программы

### 3.5.2 Параметрическая валентность и план экспериментов (программа).

В блоках программ «Параметрическая валентность» и «План экспериментов» входными данными являются матрица смежности и вектор, указывающий количество параметров в вершинах.

При запуске программы появляется окно «Параметрическая валентность окрестностной модели» (рисунок 3.13), в котором пользователю

предлагается выбрать класс окрестностной модели для вычисления параметрической валентности и матрицы плана экспериментов, а также ввести тип полилинейности модели. Если введенный тип полилинейности превышает максимально допустимый для данной модели, появляется окно с сообщением об ошибке (рисунок 3.14).

После нажатия на кнопку «Вычислить» программа приступает к вычислению параметрической валентности и построению матрицы плана экспериментов в соответствии с выбранным классом окрестностной модели и указанным типом полилинейности. Результаты этих вычислений выводятся в окне «Результаты вычислений» (рисунок 3.15). При нажатии на кнопку «матрица плана экспериментов» появляется соответствующая матрица плана экспериментов (рисунок 3.16).

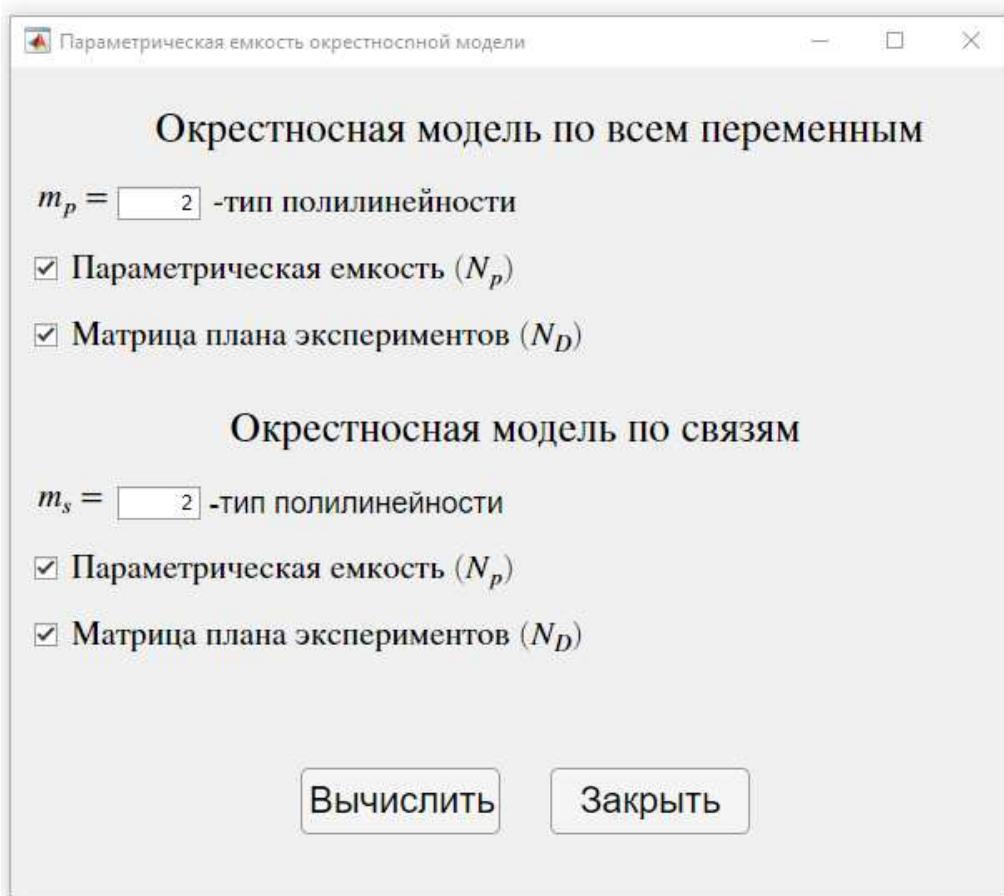


Рисунок 3.13 – окно «Параметрическая валентность окрестностной модели»

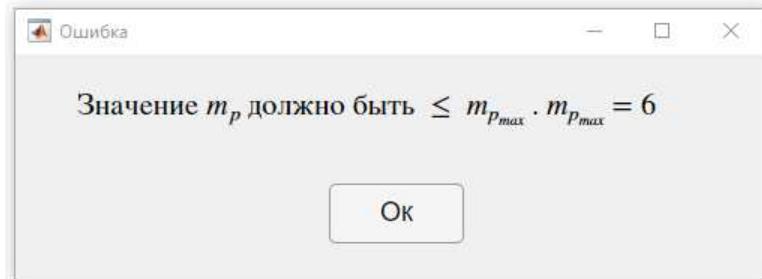


Рисунок 3.14 – окно «Ошибка»

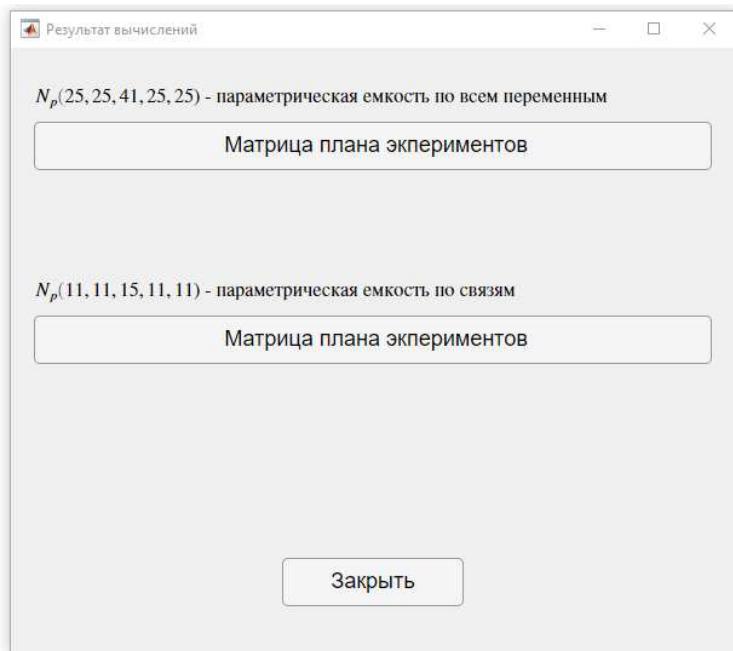


Рисунок 3.15 – окно «Результат вычисление»

Матрица плана эксперимента							
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1	0
4	1	1	1	1	1	0	0
5	1	1	1	1	1	0	0
6	1	1	1	1	1	0	0
7	1	1	1	1	1	0	0
8	1	1	1	1	1	0	0
9	1	1	1	1	1	0	0
10	1	1	1	1	1	0	0
11	1	1	1	1	1	0	0
12	0	1	0	1	0	0	0
13	0	1	0	1	0	0	0
14	0	1	0	1	0	0	0
15	0	1	0	1	0	0	0

Закрыть

Рисунок 3.16 – Матрица плана эксперимента

### 3.5.3 Алгоритм скалярной декомпозиции (программа).

В блоке программы «Алгоритм скалярной декомпозиции» через диалоговое определяется количество (рисунок 3.17), название (рисунок 3.18) подсистем окрестностной мультиформы информации и определяются какие переменные принадлежат подсистеме (рисунок 3.19). На основе введенных данных строится матрица виртуальных связей.

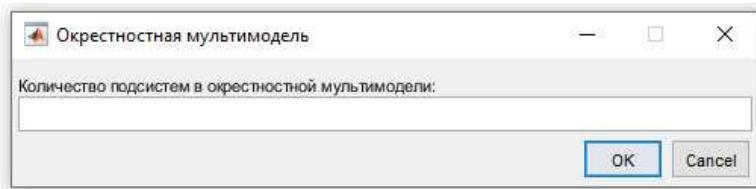


Рисунок 3.17 – диалоговое окно “количество подсистем”



Рисунок 3.18 – диалоговое окно “название подсистем”

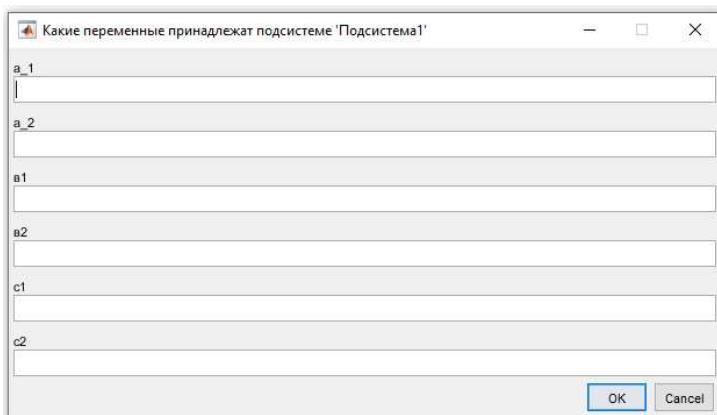


Рисунок 3.19 – диалоговое окно “принадлежность переменных к подсистеме”

Этот блок реализует алгоритм скалярной декомпозиции, описанный алгебраически в пункте 3.1.2. В блоке программе выполняется декомпозиция исходной матрицы смежности и получение матрицы декомпозиции.

Вывод результатов работы программы (рисунок 3.20). Он включает в себя отображение ориентированного графа исходной окрестностной структуры, матрицы смежности, количество коэффициентов линейной реализации окрестностной модели, графа декомпозиции, матрицы декомпозиции и количество коэффициентов линейной реализации окрестностной модели после алгоритма.

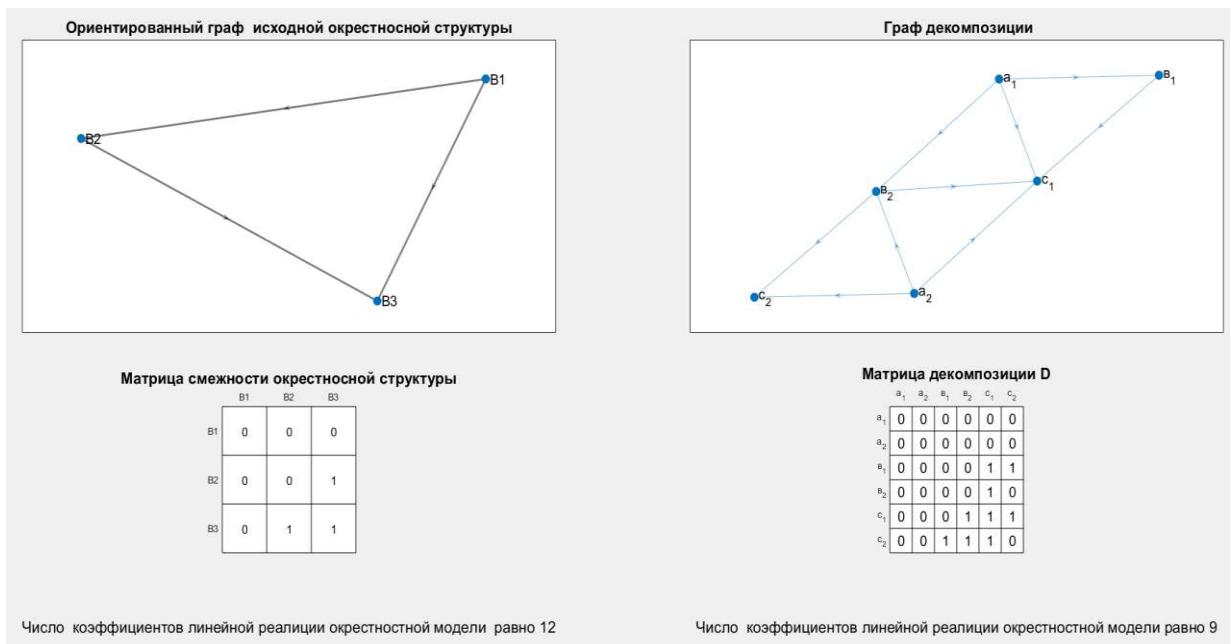


Рисунок 3.20 – результаты работы программы

### 3.6 Выводы по главе 3

В главе 3 получены следующие результаты.

1. Разработан алгоритм скалярной декомпозиции позволяющий уменьшить количество параметров модели на этапе структурной идентификации, без использования экспериментальных данных.

2. Введен класс окрестностных моделей, который включает несколько взаимодействующих подсистем (окрестностные мульти модели). Предложен алгоритм скалярной декомпозиции мульти моделей, позволяющий сократить число параметров, подлежащих идентификации, и тем самым уменьшить объем необходимых экспериментальных данных.

3. Для динамических окрестностных систем определяется два типа преобразования асинхронизации: перехода к модели, в которой в каждый момент времени активны только некоторые из узлов или, в случае мультимоделей, активны только некоторые из подсистем.

4. Разработан численный метод идентификации информационных связей окрестностной модели, основанный на предположении о наличии достаточного числа входных данных. Этот метод позволяет эффективно решать задачи стабилизации номинального режима и корректировки выходного сигнала модели.

5. Разработан комплекс проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритмы вычисления параметрической емкости, скалярной декомпозиции и численный метод идентификации информационных связей.

## **4. ОКРЕСТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ МИКРОКЛИМАТОМ ТЕПЛИЦЫ.**

В данной главе методы и алгоритмы, описанные в предыдущих главах, применяются для разработки окрестностной модели регулирования микроклимата промышленной теплицы. Проводится анализ и сравнение расчетных значений суточных энергозатрат, полученных на основе имитационного моделирования, с фактическими данными. Решается задача минимизации расхода энергоресурсов на основе имитационной модели микроклимата теплицы. Проверяется адекватность предложенной модели и её эффективность в оптимизации расхода энергоресурсов.

### **4.1. Структурная идентификация технологической схемы теплицы**

Тепличные комплексы имеют огромное значение в связи с особой важностью вопросов, связанных с импортозамещением продукции растениеводства для обеспечения продуктовой безопасности России. Одним из ключевых аспектов в работе промышленных теплиц является поддержание микроклимата, оптимального для роста и развития растений [33,53]. Микроклимат включает в себя такие параметры, как температура, влажность и освещённость. Управление этими параметрами должно учитывать изменяющиеся погодные условия и потому поддержание заданного микроклимата теплицы требует постоянной корректировки работы систем отопления, полива, вентиляции и других. Для решения задачи управления технологическим процессом поддержания оптимального микроклимата в промышленной теплице эффективным средством является окрестностное моделирование. Окрестностная модель позволяет учитывать взаимосвязи между различными параметрами микроклимата, такими как температура, влажность, освещение, и решать задачи стабилизации

агрономически рекомендованного микроклимата в условиях воздействия внешней среды и задачи экономии энергетических и водных ресурсов.

Построение окрестностной модели микроклимата промышленной теплицы осуществляется на основе следующих упрощений:

1. Однородность тепличной среды: предполагается, что физические характеристики тепличного пространства (температура, влажность и т.д.) однородны по всему объему теплицы.

2. Размер теплицы: предполагается, что размеры теплицы постоянны и не меняются в процессе функционирования.

3. Отсутствие взаимодействий между растениями: взаимодействие между растениями внутри теплицы (например, конкуренция за ресурсы, такие как свет, вода и питательные вещества), не учитывается. Также не учитывается возможное влияние расположения растений друг относительно друга на их локальный микроклимат.

4. Модель не учитывает изменения состава атмосферы, такие как уровень  $\text{CO}_2$  или других газов, которые могут влиять на микроклимат в теплице.

Проведем структурную идентификацию окрестностной модели микроклимата теплицы [40]. Построим орграф окрестностной структуры и определим набор переменных в вершинах.

Исходный орграф окрестностной структуры модели микроклимата теплицы представлен на рисунке 4.1. Окрестностная структура содержит два входа: *внешние факторы*(E), *агрономический регламент*(A), и шесть узлов: *микроклимат*(M), *система вентиляции*(V), *система полива* (W), *система отопления*(H), *система досвечивания*(L) и *фрамуги*(F). Вершины окрестной структуры содержат следующие переменные, описанные в таблице 4.1.

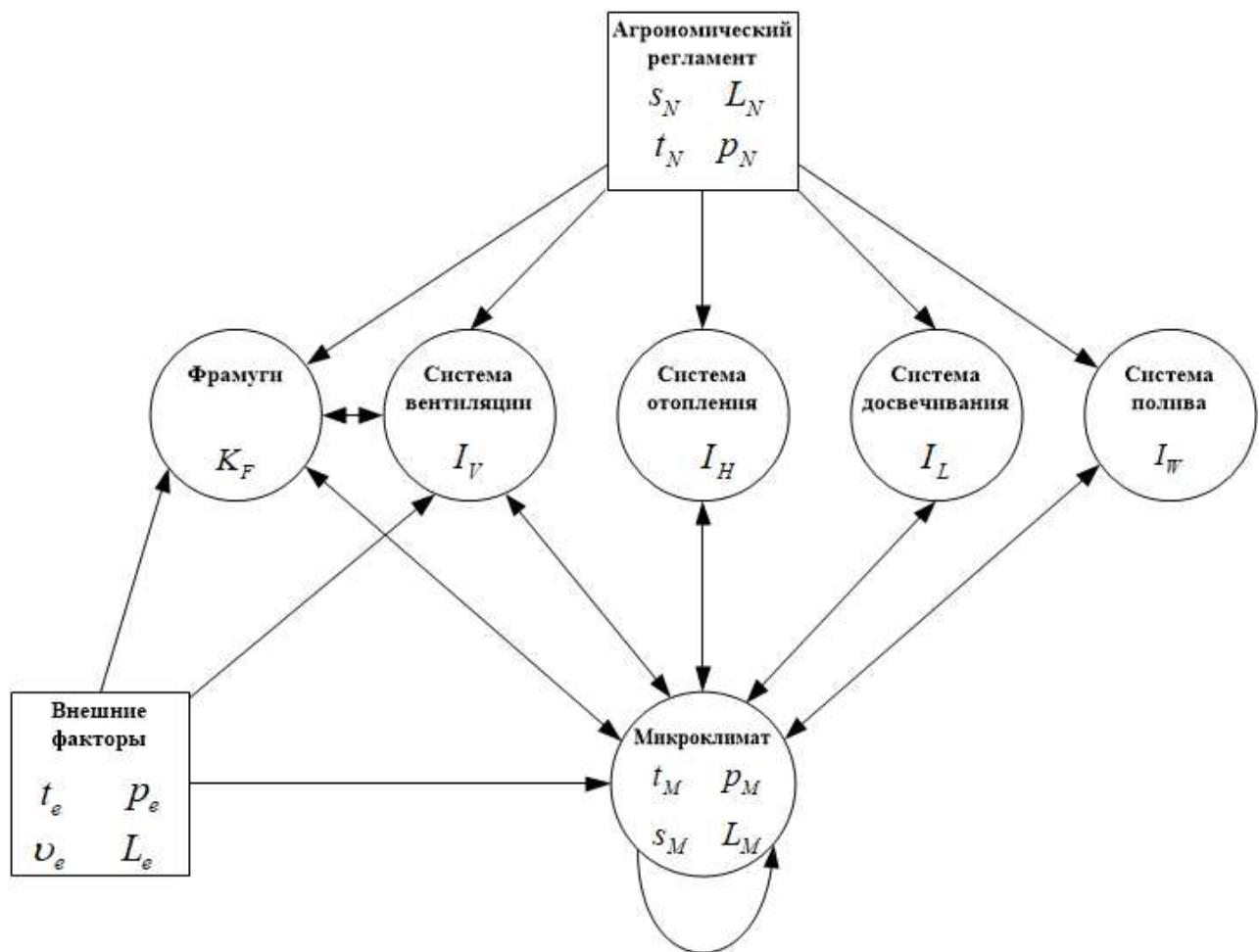


Рисунок 4.1 – окрестностная структура микроклимата теплицы

Таблица 4.1

## Переменные вершин окрестностной структуры

Вершины	Переменные	Измерения
E	$t_e$ – температура внешнего воздуха, $p_e$ – влажность внешнего воздуха, $v_e$ – скорость ветра, $L_e$ – освещение за счет прямого излучения солнца,	$^{\circ}\text{C}$ $[0,100]$ $\text{м/с}$ Люкс
A	$t_N$ – нормативное значение температуры в теплице $p_N$ – нормативное значение влажности в теплице $L_N$ – нормативное значение освещённости в теплице $S_N$ – нормативное значение влажности почвы в теплице	$^{\circ}\text{C}$ $[0;100]$ Люкс $[0,100]$

M	$p_M$ – влажность воздуха в теплице $t_M$ – температура внутри теплицы $s_M$ – влажность почвы в теплице $L_M$ – освещённость, получаемая растениями	[0,100] °C [0,100] Люкс
V	$I_V$ – интенсивность системы вентиляции	кВт
F	$K_T$ – открытие фрамуг	[0,1]
W	$I_W$ – интенсивность системы полива	$m^3 / ч$
H	$I_H$ – интенсивность системы отопления	кВт
L	$I_L$ – интенсивность системы досвечивания	Люкс

Матрица смежности  $A_N$  для окрестностной структуры модели микроклимата теплицы имеет вид:

$$A_N = \begin{array}{|ccccccccc|} \hline & E & A & M & F & V & H & L & W \\ \hline E & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ A & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ M & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ F & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ V & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ L & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Формальные уравнения окрестностной системы, отражающие возможные зависимости между переменными, определяемые дугами окрестностной структуры, можно записать следующим образом (для упрощения обозначений система представлена в статической версии; в динамической версии все переменные необходимо дополнить индексами, указывающими на зависимость от дискретного времени):

$$\begin{cases} t_M = F_{Mt}(t_E, v_E, p_E, L_E, p_M, s_M, L_M, I_V, I_W, I_H, I_L, K_F) \\ p_M = F_{Mp}(t_E, v_E, p_E, L_E, t_M, s_M, L_M, I_V, I_W, I_H, I_L, K_F) \\ s_M = F_{Ms}(t_E, v_E, p_E, L_E, p_M, t_M, L_M, I_V, I_W, I_H, I_L, K_F) \\ L_M = F_{Mt}(t_E, v_E, p_E, L_E, p_M, s_M, t_M, I_V, I_W, I_H, I_L, K_F) \\ I_V = F_{MV}(t_E, v_E, p_E, L_E, p_N, s_N, t_N, L_N, p_M, s_M, t_M, L_M, K_F) \\ I_W = F_{MW}(p_N, s_N, t_N, L_N, p_M, s_M, t_M, L_M) \\ I_H = F_{MH}(p_N, s_N, t_N, L_N, p_M, s_M, t_M, L_M) \\ I_L = F_{ML}(p_N, s_N, t_N, L_N, p_M, s_M, t_M, L_M) \\ K_F = F_{MV}(t_E, v_E, p_E, L_E, p_N, s_N, t_N, L_N, p_M, s_M, t_M, L_M, I_V) \end{cases} \quad (4.1)$$

В линейной реализации системы (4.1) содержится 98 коэффициентов, вычисленных по формуле (\*), для которых требуется параметрическая идентификация. Для уменьшения числа коэффициентов можно применить алгоритм скалярной декомпозиции.

Окрестностную модель можно считать окрестностной мультиформой так как на окрестностной структуре (рисунок 4.1) определяются пять подсистем: вентиляция(V), полива(W), отопления(H), освещения(L) и фрамуг(F). Матрица принадлежности переменных к подсистемам имеет следующий вид:

	$t_e$	$p_e$	$v_e$	$L_e$	$s_N$	$L_N$	$t_N$	$p_N$	$t_M$	$p_M$	$s_M$	$L_M$	$K_F$	$I_V$	$I_H$	$I_L$	$I_W$
V	0	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
F	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
H	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
L	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
W	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1

## 4.2. Скалярная декомпозиция окрестностной модели теплицы

Применим программу алгоритма скалярной декомпозиции для окрестностной мультиформы. В соответствие с пунктом 4.1 заполним через диалоговые окна информацию о окрестностной модели и принадлежность переменных к подсистемам.

В результате выполнения программы получим матрицу виртуальных связей (рисунок 4.2), отображающую связи между переменными окрестностной модели микроклимата теплицы.

	$t_e$	$p_e$	$v_e$	$L_e$	$s_N$	$L_N$	$t_N$	$p_N$	$t_M$	$p_M$	$s_M$	$L_M$	$K_F$	$I_V$	$I_H$	$I_L$	$I_W$
$t_e$	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$p_e$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$v_e$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$L_e$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$s_N$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$L_N$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$t_N$	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0
$p_N$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$t_M$	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
$p_M$	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0
$s_M$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1
$L_M$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$K_F$	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
$I_V$	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
$I_H$	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$I_L$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$I_W$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1

Рисунок 4.2 – матрица виртуальных связей переменных микроклимата теплицы

На этапе декластеризации получим матрицу декластеризованной окрестностной структуры (рисунок 4.3). Далее, на этапе редукции, производится поэлементное умножение декластеризованной матрицы смежности на матрицу виртуальных связей. В результате получается матрица скалярной декомпозиции, которая представлена на рисунке 4.4.

### Матрица виртуальных связей

	$t_e$	$p_e$	$v_e$	$L_e$	$s_N$	$L_N$	$t_N$	$p_N$	$t_M$	$p_M$	$s_M$	$L_M$	$K_F$	$I_V$	$I_H$	$I_L$	$I_W$
$t_e$	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$p_e$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$v_e$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$L_e$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$s_N$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
$L_N$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$t_N$	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$p_N$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$t_M$	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1
$p_M$	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0
$s_M$	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1	0
$L_M$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$K_F$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$I_V$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$I_H$	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$I_L$	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
$I_W$	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0

Рисунок 4.3 – декластеризованная матрица смежности микроклимата теплицы

### Матрица декомпозиции

	$t_e$	$p_e$	$v_e$	$L_e$	$s_N$	$L_N$	$t_N$	$p_N$	$t_M$	$p_M$	$s_M$	$L_M$	$K_F$	$I_V$	$I_H$	$I_L$	$I_W$
$t_e$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_e$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0
$v_e$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0
$L_e$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$s_N$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$L_N$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$t_N$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$p_N$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
$t_M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0
$p_M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1
$s_M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	1
$L_M$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
$K_F$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
$I_V$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
$I_H$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$I_L$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$I_W$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0

Рисунок 4.4 – матрица смежности декомпозиции микроклимата теплицы

Формальная окрестностная система после применения алгоритма скалярной декомпозиции будет иметь вид:

$$\begin{cases} t_M = F_{Mt}(t_E, v_E, p_E, p_M, s_M, I_V, I_W, I_H, K_F) \\ p_M = F_{Mp}(t_E, v_E, p_E, t_M, s_M, I_V, I_W, I_H, K_F) \\ s_M = F_{Ms}(p_M, t_M, I_W) \\ L_M = F_{Mt}(L_E, I_L) \\ I_V = F_{MV}(v_E, p_E, p_N, p_M, t_M, K_F) \\ I_W = F_{MW}(s_N, t_M, p_M, s_M) \\ I_H = F_{MH}(t_N, p_M, t_M) \\ I_L = F_{ML}(L_N, L_M) \\ K_F = F_{MV}(v_E, p_E, p_N, p_M, t_M, I_V) \end{cases} \quad (4.2)$$

В линейной реализации системы (4.2) содержится всего лишь 44 коэффициентов, для которых потребуется параметрическая идентификация, что значительно меньше, чем линейной реализации системы (4.1), которая содержит 98 коэффициентов. Это существенно уменьшает объем параметрической идентификации и упрощает дальнейшую работу с моделью.

### 4.3 Уравнения модели микроклимата теплицы

Далее в данном пункте в записи уравнений микроклимата теплицы для подсистем отопления, полива, фрамуги и вентиляции будут использованы дополнительные физические соображения и функция активации (4.3), график которой изображен на рисунке 4.5.

$$r(x) = ReLu(x) = \max(0, x) \quad (4.3)$$

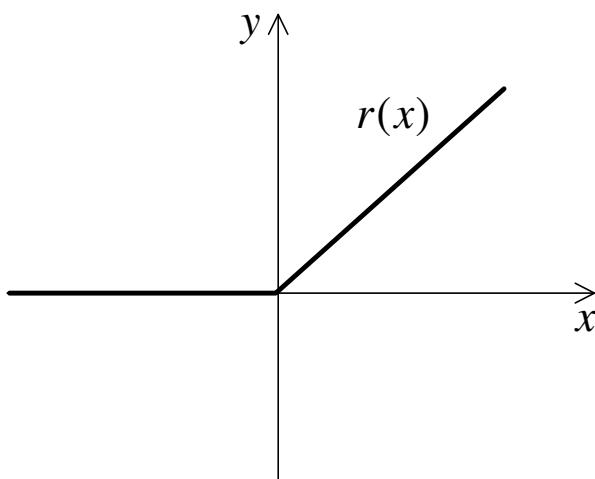


Рисунок 4.5 – функция активации  $r(x) = \max(0, x)$

### 4.3.1 Уравнение системы отопления

Система отопления теплицы регулирует температуру воздуха внутри теплицы  $t_M$  таким образом, чтобы она оставалась в заданных пределах, несмотря на теплопотери через стены и крышу, а также изменения внешней температуры  $t_e$ . Для описания работы системы отопления используются следующие параметры:

- $k_H^1$  (кВт · час/°C) – расход энергии для нагрева теплицы на один градус за час без учета теплопотерь при максимальной мощности обогрева;
- $k_H^2$  (кВт/°C) – коэффициент теплопотерь, зависящий от разницы температур между внутренней и внешней температурой. Этот коэффициент вычисляется как:  $k_H^2 = 3600 * k_{st}$ , где  $k_{st}$  – коэффициент теплопотерь в системе СИ);
- $R_H \in \{0,1\}$  – безразмерная коэффициент, характеризующий работу системы отопления:  $R_H = 1$ , когда система отопления включена, и  $R_H = 0$ , когда система отключена

Интенсивность обогрева  $I_H$ (кВт) определяется расходом энергии за время  $\Delta T$ , необходимым для поддержания температуры в теплице. Для заданных температур  $t_n, t_m, t_e$  и интервала времени  $\Delta T$  интенсивность обогрева можно выразить через условие теплового баланса:

$$I_H \Delta T \approx k_H^1 r R_H (t_n - t_m) + \left[ k_H^2 r R_H \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right) \right] \Delta T \quad (4.4)$$

здесь учтено, что

- первый член  $k_H^1 r R_H (t_n - t_m)$  описывает энергию, необходимую для нагрева воздуха в теплице до заданной температуры  $t_n$ .
- второй член  $k_H^2 r R_H \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right)$  описывает потери тепла через ограждающие конструкции теплицы, которые зависят от разности средней температуры в теплице и внешней температуры.

В приближенной формуле (4.4) теплопотери считаем пропорциональными разности средней температуры в теплице и температуры окружающей среды. Таким образом

$$I_H \approx \frac{1}{\Delta T} k_H^1 r (t_n - t_m) + k_H^2 r \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right).$$

Если мощность отопительной системы постоянна,  $I_H = const$ , то вместо интенсивности вычисляем необходимое время работы системы отопления:

$$I_H \Delta T - \left[ k_H^2 r \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right) \right] \Delta T \approx k_H^1 r (t_n - t_m)$$

откуда выражается время работы системы отопления:

$$\Delta T \approx k_H^1 r (t_n - t_m) * \left[ I_H - \left[ k_H^2 r \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right) \right] \right]^{-1}.$$

Полученные уравнения могут быть использованы для анализа эффективности системы отопления, оптимизации энергопотребления и проектирования систем микроклимата для теплиц.

#### 4.3.2 Уравнение системы полива

Система полива теплицы предназначена для поддержания оптимального уровня влажности почвы и растений, обеспечивая их нормальный рост и развитие. Работа системы полива описывается следующими параметрами:

- $k_W$  ( $\text{м}^3/\text{час}$ ) – коэффициент, характеризующий расход воды на единицу площади за час. Он зависит от конструкции системы полива, типа растений и характеристик почвы.
- $R_W \in \{0,1\}$  – безразмерная коэффициент, определяющий состояние системы полива:  $R_W = 1$ , если система полива включена, и  $R_W = 0$ , если система отключена.

Интенсивность подачи воды системой полива можно выразить следующим уравнением:

$$I_W = R_W k_W r (s_n - s_m) \quad (4.5)$$

### 4.3.3 Уравнение системы досвечивания

Система досвечивания предназначена для обеспечения растений в теплице необходимым количеством света, особенно в периоды недостаточной естественной освещенности. Работа системы досвечивания регулируется таким образом, чтобы поддерживать оптимальный уровень освещенности в теплице, обеспечивая нормальные условия для фотосинтеза. Для описания работы системы досвечивания используются следующие параметры:

- $k_E$ (кВт/люкс) – коэффициент, характеризующий мощность системы досвечивания на единицу освещенности. Этот параметр зависит от типа используемых источников света и их эффективности.
- $R_L \in \{0,1\}$  – безразмерный коэффициент, определяющий состояние системы досвечивания:  $R_L = 1$ , если система включена, и  $R_L = 0$ , если система выключена.

Интенсивность работы системы досвечивания  $I_L$ (кВт) определяется уравнением:

$$I_L = R_L k_L r(L_n - L_m) \quad (4.6)$$

Если уровень естественной освещенности  $L_m$  ниже заданного уровня  $L_n$ , система досвечивания включается ( $R_L = 1$ ) и компенсирует недостаток света. Если уровень естественной освещенности достаточен, то система не включается ( $R_L = 0$ ), чтобы избежать излишнего потребления электроэнергии.

Полученные уравнения позволяют анализировать эффективность системы досвечивания, оптимизировать энергопотребление и проектировать системы искусственного освещения для теплиц.

#### 4.3.4 Уравнение системы вентиляции

Система вентиляции предназначена для поддержания оптимального микроклимата в теплице, включая регулирование температуры, влажности. Эффективная работа системы вентиляции способствует улучшению условий для роста растений и предотвращает их перегрев или переувлажнение. Работа системы вентиляции описывается с использованием следующих параметров:

- $k_F = k_F(v) \in [0, \infty]$  (1/час) – кратность воздухообмена через фрамуги при полном открытии в зависимости от направления и силы ветра. Например, если  $k_F(v) = 0.5$ , это означает, что за один час через фрамуги в теплицу поступает объем воздуха, равный половине объема теплицы.;
- $k_V \in [0, \infty]$  (1/час) – кратность воздухообмена при максимальной мощности работы системы вентиляции (вытяжки). Например, если  $k_V(v) = 2$ , то за один час в теплицу поступает объем воздуха, равный удвоенному объему теплицы (полный воздухообмен дважды);
- $p_e^a = p_e^a(p_e, t_e)$  – абсолютная влажность наружного воздуха в зависимости от относительной влажности и температуры;
- $p_m^a = p_m^a(p_m, t_m)$  – абсолютная влажность воздуха в теплице в зависимости от относительной влажности и температуры;
- $p_n^a = p_n^a(p_n, t_m)$  – нормативная абсолютная влажность воздуха в теплице в зависимости от относительной влажности и температуры в предположении, что температура в теплице в процессе вентиляции не изменяется (изменяется незначительно).

Время достижения нормативной влажности при полностью открытых фрамугах определяется следующим соотношением:

$$k_F \Delta_{\min} T_F = \frac{p_m^a - p_n^a}{p_m^a - p_e^a}.$$

При этом предполагается, что  $p_m^a > p_n^a > p_e^a$  и потому

$$0 < \frac{p_m^a - p_n^a}{p_m^a - p_e^a} < 1.$$

Таким образом,

$$\Delta_{\min} T_F = \frac{p_m^a - p_n^a}{k_F(p_m^a - p_e^a)}.$$

В частности, если  $p_n = p_e$ , то  $\Delta_{\min} T_F = 1/k_F$ . Таким образом, достижение нормативной влажности при естественной вентиляции потребует  $\Delta_{\min} T_F$  времени при максимальном открытии фрамуг и возможно при условии  $\Delta_{\min} T_F \leq \Delta T = 3$  часа. При выполнении этого условия для достижения нормативной влажности за время  $\Delta T_F$ , где  $\Delta T \geq \Delta T_F \geq \Delta_{\min} T_F$ , степень открытия фрамуг

$$I_F = \frac{\Delta_{\min} T_F}{\Delta_T T}$$

Для вытяжки (принудительной вентиляции) время достижения нормативной влажности при максимальной мощности вытяжки находим из соотношения

$$k_V \Delta_{\min} T_V = \frac{p_m^a - p_n^a}{p_m^a - p_e^a}.$$

Следовательно

$$\Delta_{\min} T_V = \frac{p_m^a - p_n^a}{k_V(p_m^a - p_e^a)}$$

В частности, если  $p_n = p_e$ , то  $\Delta_{\min} T_V = 1/k_V$ . Достижение нормативной влажности потребует  $\Delta_{\min} T_V$  времени при максимальной мощности и возможно при условии  $\Delta_{\min} T_V \leq \Delta T = 3$  часа. Предполагается, что мощность вытяжки достаточно большая и потому это условие всегда выполнено. Для достижения нормативной влажности за время  $\Delta T_V$ , где  $\Delta T \geq \Delta T_V \geq \Delta_{\min} T_V$  интенсивность (относительно максимальной) равна

$$I_V = \frac{\Delta_{\min} T_V}{\Delta_T T}$$

Уравнение позволяет эффективно описывать работу системы вентиляции теплицы с учетом комбинации естественной вентиляции через фрамуги и механической вытяжки. Использование этих моделей позволяет

минимизировать энергозатраты на поддержание нормативного микроклимата и обеспечивает оптимальные условия для роста растений.

### 4.3.5 Параметрическая идентификация

Для (регрессионной) параметрической идентификации коэффициентов математических уравнений, описывающих работу систем отопления, полива, досвечивания и вентиляции использовались данные, предоставленные МУП «Зеленхоз», за временной период с начала марта по конец апреля.

В результате проведённой параметрической идентификации были получены уравнения, описывающие работу системы отопления, полива, досвечивания и вентиляции (при условии  $\Delta T_F \geq \Delta T$ ), которые принимают, соответственно, следующий вид:

$$I_H \approx 4,83 * \frac{1}{\Delta T} r(t_n - t_m) + 12.41 * r \left( \frac{t_m + t_n - 2t_e}{2} \right),$$

$$I_W = 98.57 R_W r(s_n - s_m),$$

$$I_L = 0.036 * R_L r(L_n - L_m)$$

и

$$\begin{cases} I_F = 1, \\ I_V = \frac{0.091}{0.002} \frac{(\Delta T_F - \Delta T)}{\Delta T}, \text{ если } \Delta T_F \geq \Delta T. \end{cases}$$

Далее полученные уравнения были интегрирована в программную реализацию окрестностной модели регулирования микроклимата, см. п. 4.5.

### 4.3.6 Минимизация расхода энергоресурсов

С целью минимизации расхода энергоресурсов на основе полученных уравнений модели решалась задача минимизации функционала

$$E_H + E_V + E_L \rightarrow \min$$

где  $E_H, E_V, E_L$  – расходы энергии на отопление, вентиляцию и подсвечивание. Минимизация слагаемого  $E_H$  достигается за счет асинхронизации модели

(система отопления не работает одновременно с вентиляцией, то есть энергия не расходуется на обогрев атмосферы), минимизация слагаемого  $E_L$  достигается за счет максимального использования естественного освещения. Задачу минимизации функционала

$$E_V = I_V \Delta_V T \rightarrow \min$$

решаем при условии комбинированного использования естественной и принудительной вентиляции в максимальных режимах, т. е.  $I_F = 1, I_V = 1$ .

При этом предположении достаточно минимизировать время работы вытяжки,  $\Delta_V T \rightarrow \min$ , при условиях  $\Delta_F T + \Delta_V T \leq \Delta T$  ( $\Delta T = 3$  часа) и

$$\Delta_F T k_F + \Delta_V T k_V = \frac{p_m^a - p_n^a}{p_m^a - p_e^a} = K \quad (4.7)$$

Решая задачу условной оптимизации, получаем:

1)  $\Delta_V T = 0$ , если  $\Delta_{\min} T_F \leq \Delta T$  (то есть в этом случае достаточно естественной вентиляции)

2) Если  $\Delta_{\min} T_F > \Delta T$ , то для достижения минимума  $\Delta_V T \rightarrow \min$  вентиляция через фрамуги должна продолжаться все оставшееся время интервала  $\Delta T$  после выключения принудительной вентиляции, то есть  $\Delta_F T = \Delta T - \Delta_V T$ . Подставляя  $\Delta_F T$  в (4.7), получаем  $(\Delta T - \Delta_V T)k_F + \Delta_V T k_V = K$  и, следовательно,

$$\Delta_V T = \frac{(K - \Delta T k_F)}{k_V - k_F}.$$

#### 4.4 Имитационное моделирование микроклимата теплицы

На основе построенной модели и разработанной программной реализации (см. далее п. 4.5) проведено имитационное моделирование процесса регулирования микроклимата теплицы с площадью 80 000 м<sup>2</sup> и высотой 6 м. Рассматривался временной период с 22 марта 2023 года по 10 апреля 2023 года.

Для имитационного моделирования использовались следующие входные данные:

- переменные внешних факторов ( $t_e, p_e, v_e$ );
- переменные агрономического регламента ( $t_N, p_N, s_N, L_N$ ).

Применяется асинхронизация по узлам интенсивностей подсистем: отопления ( $I_V$ ), полива ( $I_W$ ), досвечивания ( $I_L$ ), фрамуг ( $I_F$ ) и принудительной вентиляции ( $I_V$ ). Остальные уравнения, описывающие изменение параметров микроклимата, заменялись данными, полученными с датчиков в реальном времени. Для этого в матрицу  $4 \times \infty$  текущих номинальных режимов  $p_N, t_N, s_N, L_N$ , заданных для каждого интервала времени  $\Delta T = 3$  часа, добавляем строки для каждого из множителей активности подсистем  $R_V, R_F, R_H, R_L, R_W \in \{0,1\}$ , которые указывает на включение или выключение соответствующей системы управления. Активность каждой подсистемы определялась либо автоматически в соответствии с агрономическим регламентом, либо вручную при необходимости. Таким образом, задача стабилизации номинального режима решалась с учётом временной зависимости параметров.

Входные данные, расчёты интенсивностей работы подсистем и подробные результаты моделирования представлены в приложении А, где информация структурирована по дням одной недели исследуемого периода, с 22 марта 2023 года по 28 марта 2023 года.

Энергозатраты с 10 марта 2023 года по 10 апреля 2023 года вычисленные с помощью имитационного моделирования по заданному агрорегламенту составили 88% от данных МУП «Зеленхоз» (29867 кВт вместо 33989 кВт), что соответствует экономии энергии 12%. Это свидетельствует о повышении эффективности управления микроклиматом за счёт использования предложенного подхода.

График энергопотребления по имитационной модели и фактического энергопотребления представлен на рисунок 4.6.

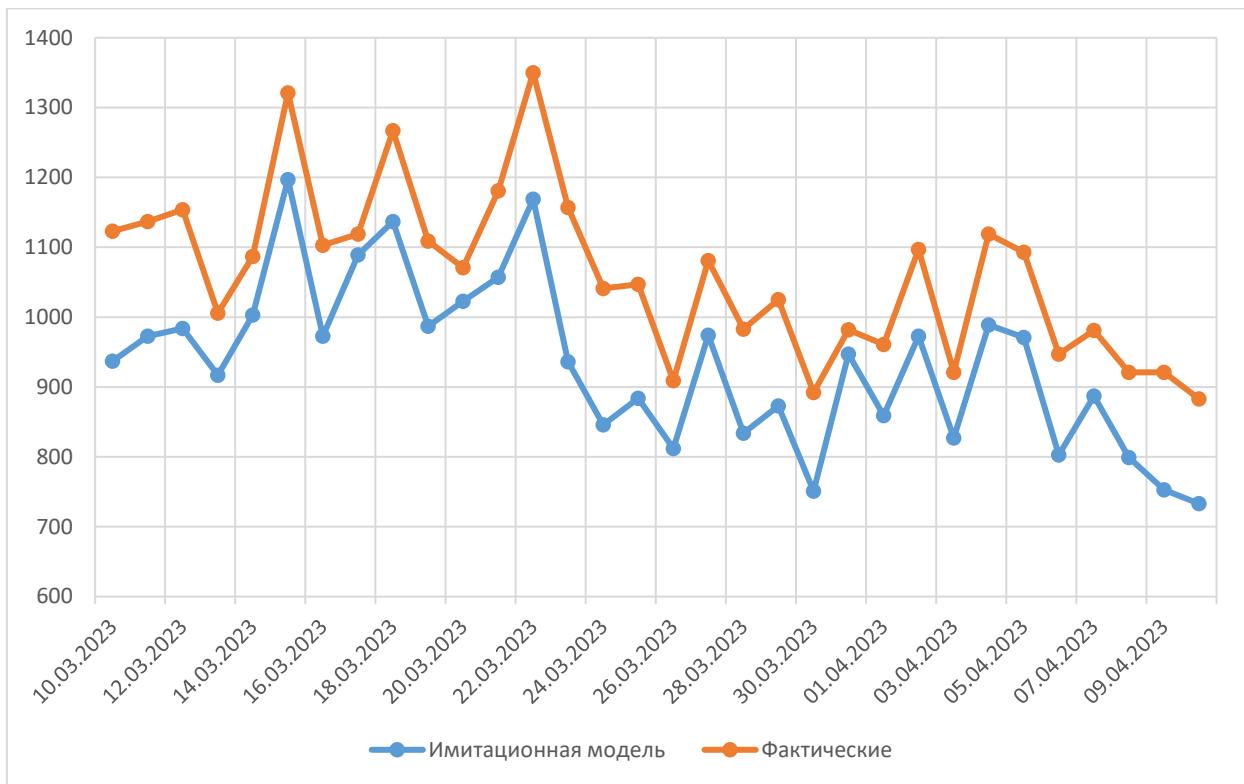


Рисунок 4.6 – Сравнение расчетов по имитационной модели и фактического энергопотребления

Разработанный алгоритм позволяет эффективно управлять микроклиматом теплицы в условиях изменяющихся внешних факторов. Имитационное моделирование показало, что предложенный подход обеспечивает:

- стабилизацию параметров микроклимата в пределах заданного агрономического регламента;
- минимизацию энергозатрат;
- адаптацию к изменяющимся внешним условиям.

Разработанная модель может быть использована как часть системы автоматизации управления микроклиматом в современных тепличных комплексах.

#### 4.4.1 Адекватность модели

Проверка модели на адекватность осуществлялась путем сравнения ежесуточных энергозатрат с 10 марта 2023 года по 10 апреля 2023 года (32 суток) и энергозатрат, вычисленные с помощью имитационного моделирования.

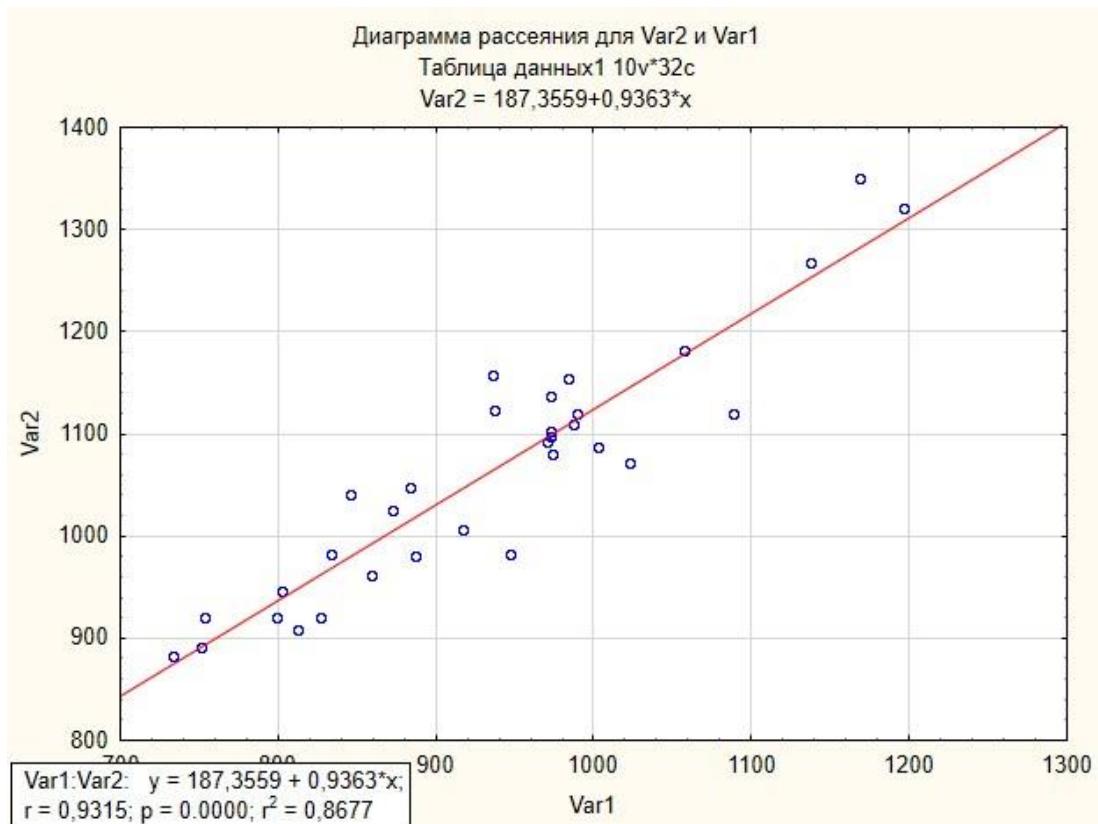


Рисунок 4.7 – диаграмма рассеяния

На рисунке 4.7 приведено уравнение линейной регрессии Var2 на Var1, где Var1 – энергозатраты, рассчитанные по имитационной модели и Var2 – реальные энергозатраты. Коэффициент детерминации модели  $R^2 = 0.87$ . Далее, на рисунке 4.8 представлен анализ остатков регрессионной модели на нормальность по критерию Шапиро-Уилки (переменная Var4 – это разность Var2 и данных, вычисленных с помощью уравнения регрессии). Вычисленное значение р-уровня по критерию Шапиро-Уилки  $p_{\text{выч}} = 0.69 > p_{\text{крит}} = 0.05$ , то есть гипотеза нормальности принимается. Значение критерия Колмогорова  $D_{\text{выч}} = 0.701 < D_{0.05} = 0.895$ , то есть гипотеза нормальности остатков принимается и по критерию Колмогорова.

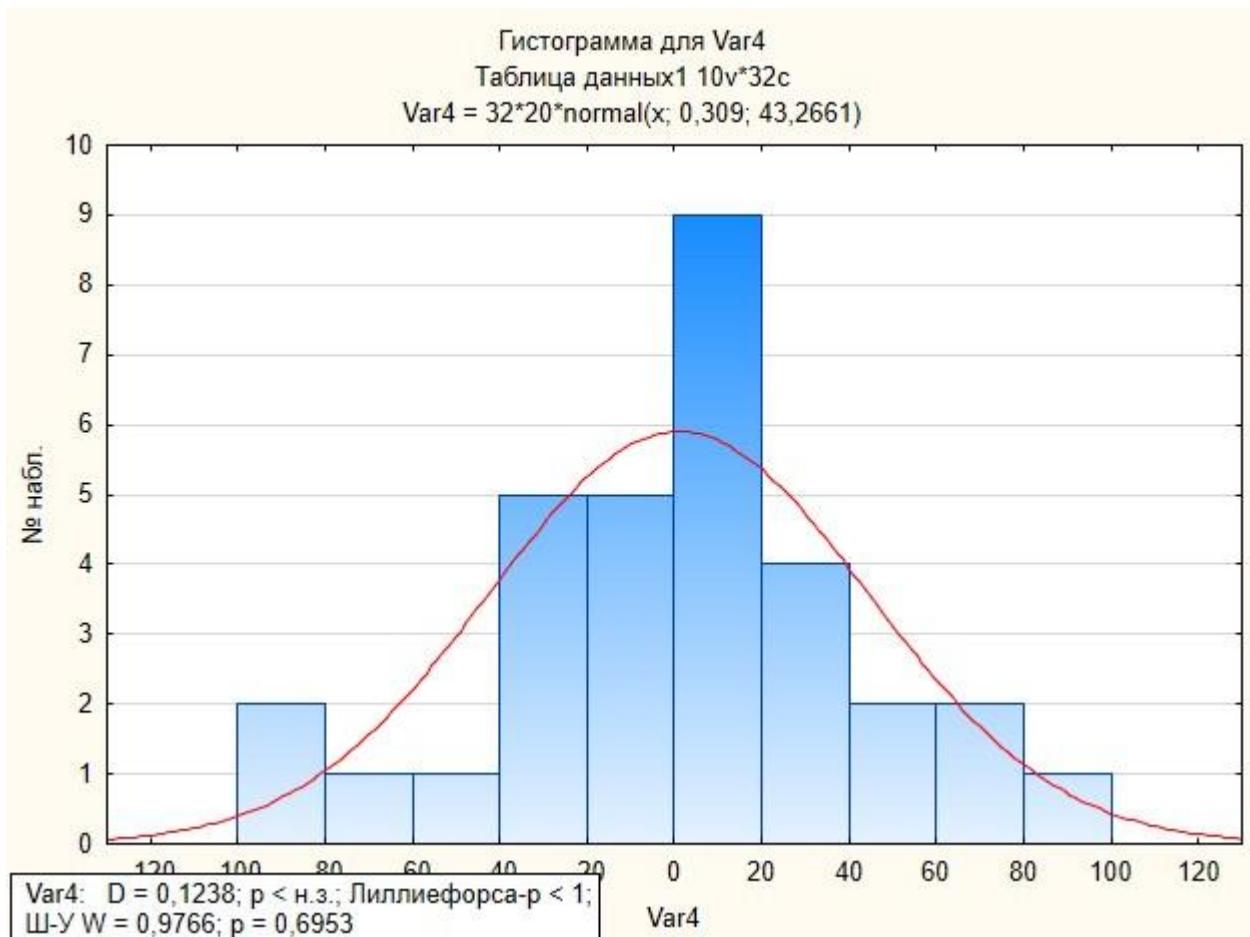


Рисунок 4.8 – гистограмма остатков регрессионной модели

#### 4.5 Программа

Программная реализация имитационной модели микроклимата теплицы разработана на языке программирования MATLAB. При запуске программы открывается графический интерфейс пользователя (рисунок 4.9), который отображает:

- Состояние систем управления: работа систем визуализируется с помощью зелёного индикатора, а их неактивное состояние — белым индикатором. Это позволяет пользователю в реальном времени отслеживать, какие подсистемы (например, отопление, вентиляция, полив) функционируют в данный момент.
- Внешние факторы

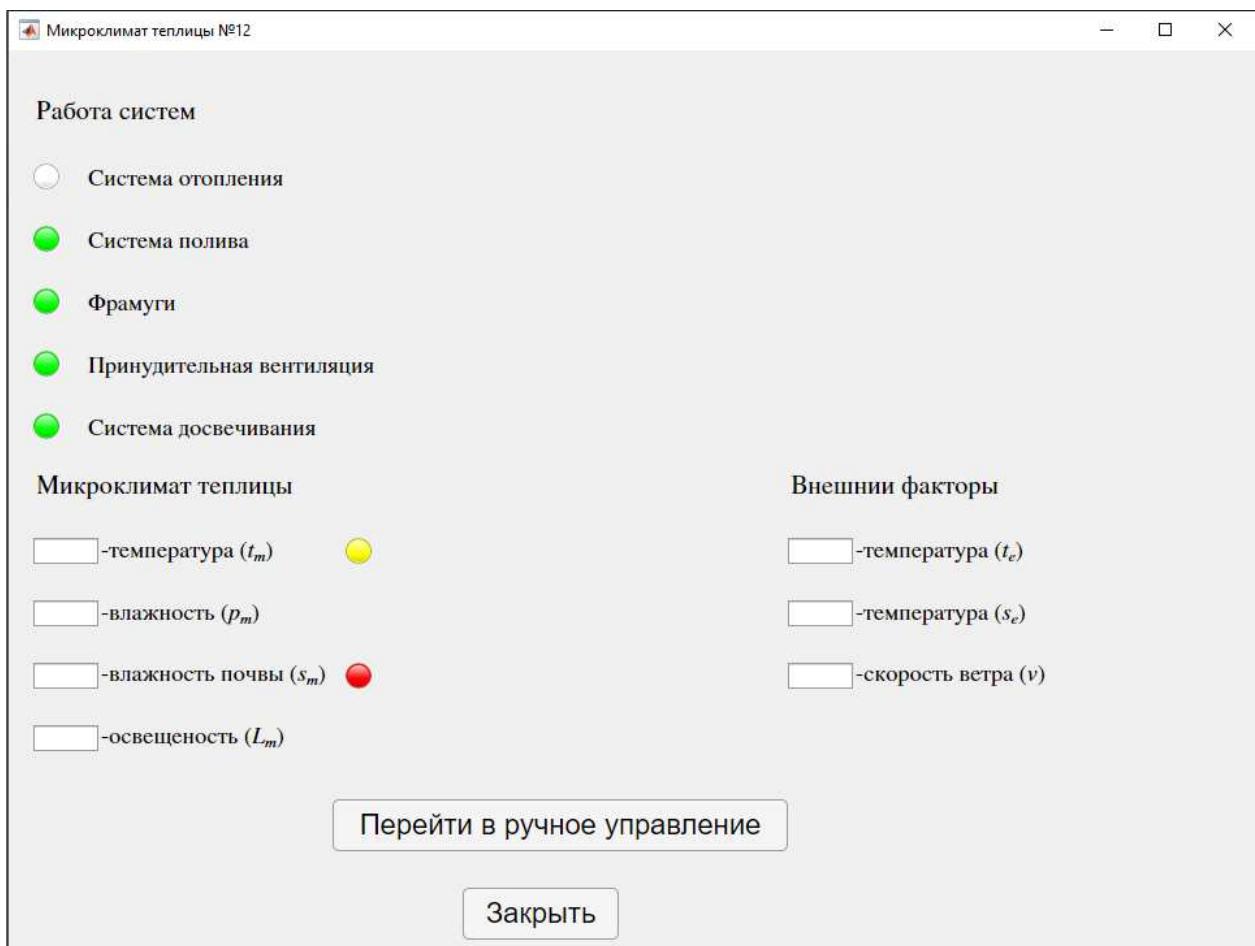


Рисунок 4.9 – Графический интерфейс программы для контроля микроклимата теплицы

- Параметры микроклимата теплицы: текущие значения температуры, влажности, освещённости и других параметров отображаются на экране. Если значения находятся в пределах допустимых норм, индикаторы отсутствуют. В случае отклонения параметров от нормы, индикатор подсвечивается жёлтым цветом для некритичных ситуаций или красным цветом для критических отклонений. При критическом состоянии программа автоматически предлагает пользователю перейти в режим ручного управления для устранения возникших проблем.

Программа также предоставляет возможность переключения на ручное управление системами теплицы. Для этого необходимо нажать кнопку «Перейти в ручное управление». После нажатия появляется диалоговое окно (рисунок 4.10), которое запрашивает подтверждение действия. Это сделано для предотвращения случайного перехода в ручной режим.

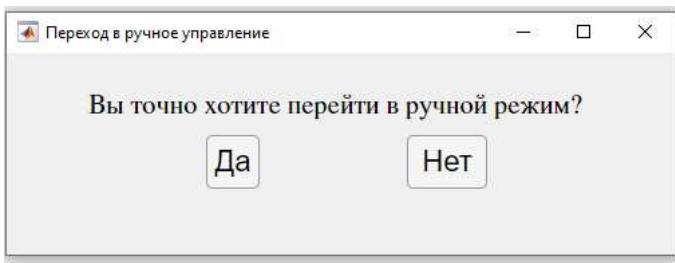


Рисунок 4.10 – Диалоговое окно подтверждения перехода в ручное управление

В режиме ручного управления пользователь получает полный контроль над всеми системами теплицы. С помощью соответствующих элементов управления можно вручную включать или выключать системы.

Таким образом, разработанная программа сочетает удобный интерфейс с функционалом автоматического и ручного управления, обеспечивая гибкость и надёжность в поддержании оптимального микроклимата теплицы.

#### **4.6 Выводы по главе 4**

В главе 4 получены следующие результаты:

1. На основании методов и алгоритмов, разработанных в предыдущих главах, построена окрестностная модель регулирования микроклимата теплицы.
2. Разработана программная реализация построенной модели и проведено имитационное моделирование процесса регулирования микроклимата теплицы.
3. Предложено решение задачи минимизации расхода энергоресурсов.
4. Энергозатраты вычисленные с помощью имитационного моделирования по заданному агрорегламенту составили 88 от данных МУП «Зеленхоз» (29867 кВт вместо 33989 кВт), что соответствует экономии энергии 12%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках работы были получены следующие основные результаты:

1. Разработан модифицированный метод структурной идентификации окрестностных моделей, включающий использование введенных в работе смешанных окрестностных структур и параметрической валентности модели.

2. Разработаны алгоритмы вычисления параметрической валентности и матрицы минимального плана экспериментов, позволяющие уменьшить в среднем на 10-30% (в зависимости от орграфа модели) количество экспериментальных данных для параметрической идентификации.

3. Введен класс окрестностных мультимоделей, описывающих нескольких взаимодействующих подсистем и разработан алгоритм скалярной декомпозиции, позволяющий уменьшить в среднем на 20-50% количество параметров мультимодели на этапе структурной идентификации.

4. Разработан комплекс программ, реализующих представленные в работе алгоритм скалярной декомпозиции, алгоритм вычисления параметрической валентности и численный метод идентификации информационных связей, позволяющий сократить время расчётов на 16-30%.

5. Разработанные методы и алгоритмы применены для построения окрестностной модели регулирования микроклимата теплицы. Анализ результатов имитационного моделирования на основе разработанной модели и данных, представленных МУП «Зеленхоз» показал возможность снижения энергозатрат на 12-20%.

Разработанный в ходе выполнения диссертационной работы комплекс программ целесообразно применять для окрестностного моделирования нескольких взаимодействующих процессов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Блюмин, С.Л. Алгоритм преобразования билинейных окрестностных систем в линейные двухаргументные / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Прогрессивные технологии и оборудование в машиностроении и металлургии : сборник материалов Всероссийской научно–технической конференции, посвящённой 40-летию ЛГТУ. В 2 ч. Ч. 2. – Липецк, 2002. – С. 17-21.
2. Блюмин, С.Л. Алгоритм управления симметричными системами / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Д.А. Шмырин // Современные проблемы информатизации : тезисы докладов II Республикаской электронной научной конференции. – Воронеж, 1997. – С. 56-57.
3. Блюмин, С.Л. Билинейные окрестностные системы : монография / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина. – Липецк : ЛГТУ, 2006. – 130 с. – ISBN 9785882472619.
4. Блюмин, С.Л. Задача управления смешанными системами / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Д.А. Шмырин // Тезисы докладов III Воронежской весенней математической школы «Современные методы в теории краевых задач». – Воронеж, 1997. – С. 24.
5. Блюмин, С.Л. Идентификация и управление окрестностными системами / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Идентификация систем и задачи управления : Международная конференция SICRO-05. – Москва, 2005. – С. 343-351.
6. Блюмин, С.Л. Методика моделирования организационной структуры при помощи симметричных окрестностных моделей / С.Л. Блюмин, А.А. Томилин // Управление большими системами : сборник трудов. – 2007. – № 17. – С. 29-39.
7. Блюмин, С.Л. Новое направление в моделировании систем: окрестностные системы / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Д.А. Шмырин //

Программное обеспечение автоматизированных систем управления : Международная научно-техническая конференция, г. Липецк, 15-17 мая 2000 г. – Липецк, 2000. – С. 15-19.

8. Блюмин, С.Л. Окрестностное моделирование организационно-технических систем : монография / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, И.А. Седых [и др.] ; НОУ ВПО Липецкий эколого-гуманитарный институт. – Липецк : Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2013. – 103 с. – ISBN 9785900037868.

9. Блюмин, С.Л. Окрестностное моделирование сетей Петри : монография / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.Ю. Филоненко. – Липецк : Липецкий эколого-гуманитарный институт, 2010. – 124 с.

10. Блюмин, С.Л. Окрестностные системы : монография / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин. – Липецк : ЛЭГИ, 2005. – 132 с.

11. Блюмин, С.Л. Оптимальное управление смешанными окрестностными системами / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин // Современные методы теории функций и смежные проблемы : тезисы докладов Воронежской зимней математической школы. – Воронеж, 1999. – С. 42.

12. Блюмин, С.Л. От систем на графах к окрестностным системам / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин // Математическое моделирование систем. Методы, приложения и средства : труды конференции. – Воронеж, 1998. – С. 33-41.

13. Блюмин, С.Л. Представления нелинейных нечетко-окрестностных систем / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Проблемы управления. – 2005. – № 2. – С. 37-40.

14. Блюмин, С.Л. Симметричные, смешанные и билинейные окрестностные модели / С.Л. Блюмин, О.А. Шмырина // Экономика и управление, математика : сборник научных трудов ЛЭГИ. – Липецк, 2002. – С. 44-48.

15. Блюмин. С.Л. Смешанное управление смешанными системами : учебное пособие / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, Д.А. Шмырин. – Липецк : ЛГТУ, 1998. – 80 с.
16. Блюмин, С.Л. Трехлинейные модели: расширение класса билинейных моделей / С.Л. Блюмин, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Экология. ЦЧО РФ. – 2002. – № 2 (9). – С. 104-105.
17. Болтянский, В.Г. Математические методы оптимального управления / В.Г. Болтянский. – Москва : Наука, 1968. – 408 с.
18. Бутковский, А.Г. Методы управления системами с распределенными параметрами : монография / А.Г. Бутковский. – Москва : Наука, 1975. – 568 с.
19. Бутковский, А.Г. Теория подвижного управления системами с распределенными параметрами : монография / А.Г. Бутковский, А.М. Пустыльников. – Москва : Наука, 1980. – 384 с.
20. Галушкин, А.И. Нейронные сети: история развития теории / А.И. Галушкин, Я.З. Цыпкин. – Москва : Альянс, 2015. – 840 с. – ISBN 978-591-8720-677.
21. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – Москва : Мир, 1979. – 302 с.
22. Дейч, А.М. Методы идентификации динамических объектов / А.М. Дейч. – Москва : Энергия, 1979. – 240 с.
23. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – Москва : Наука, 1990. – 384 с. – ISBN 5-013992-0.
24. Канюгина, А.С. О задаче управления температурным режимом стадии диффузии производства сахара / А.С. Канюгина // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2019. – Т. 15, № 2. – С. 51-63. – DOI 10.25987/VSTU.2019.15.2.006.

25. Каабутов, Н.Н. Идентификация систем: структурный и информационный анализ. В 2 ч. Ч. 1 / Н.Н. Каабутов. – Москва : Альтаир. – 2005. – 80 с.
26. Каабутов, Н.Н. Информационные аспекты идентификации окрестностных систем / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин, Л.М. Аристова // Известия Тульского государственного университета. Серия Дифференциальные уравнения и прикладные задачи. – 2005. – № 1. – С. 126-136.
27. Каабутов, Н.Н. Окрестностные и нечетко-окрестностные модели пространственно-распределенных систем / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2005. – № 12. – С. 19-22.
28. Каабутов, Н.Н. Окрестностные системы: идентификация и оценка состояния : монография / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин. – Липецк : ЛЭГИ, 2005. – 132 с.
29. Каабутов, Н.Н. Параметрическая идентификация сложных систем : учебное пособие / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин. – Липецк : ЛЭГИ, 1992. – 44 с.
30. Каабутов, Н.Н. Синтез математических моделей окрестностных систем очистки сточных вод / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина, П.Н. Каабутов // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2006. – № 11. – С. 24-26.
31. Каабутов, Н.Н. Структурная идентификация систем: анализ динамических структур / Н.Н. Каабутов. – Москва : МГИУ, 2008. – 160 с. – ISBN 978-5-2760-1752-5.
32. Каабутов, Н.Н. Управление аэрационными сооружениями на основе окрестностных моделей с учетом энергозатрат / Н.Н. Каабутов, А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Промышленные АСУ и контроллеры. – 2005. – № 12. – С. 41-43.

33. Куртенер Д.А. Климатические факторы и тепловой режим в открытом и защищенном грунте / Д.А. Куртенер, И.Б. Усков. – Ленинград : Гидрометеоиздат, 1982. – 231 с. : ил.
34. Льюнг, Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Л. Льюнг. – Москва : Наука, 1991. – 690 с. – ISBN 5-02-014511-4.
35. Мишачёв, Н.М. Дискретные системы и окрестностные структуры / Н.М. Мишачёв, А.М. Шмырин // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2018. – Т. 23, № 123. – С. 473-478. – DOI 10.20310/1810-0198-2018-23-123-473-478.
36. Мишачёв, Н.М. Метаструктурная идентификация : монография / Н.М. Мишачёв, А.М. Шмырин. – Воронеж : ООО РИТМ, 2019. – 186 с. – ISBN 9785604298596.
37. Мишачёв, Н.М. Окрестностные структуры и метаструктурная идентификация / Н.М. Мишачёв, А.М. Шмырин // Таврический вестник информатики и математики. – 2017. – Т. 37, вып. 4. – С. 87-95.
38. Оре, О. Теория графов / О. Оре ; пер. с англ. – Москва : Наука, 1980. – 336 с.
39. Первозванский, А.А. Курс теории автоматического управления : учебное пособие / А.А. Первозванский. – Москва : Наука, 1986. – 616 с.
40. Попов, Р.В. Структурная идентификация окрестностной модели микроклимата теплицы / Р.В. Попов, А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев // Системы управления и информационные технологии. – 2023. – № 4 (94). – С. 18-21.
41. Попов, Р.В. Алгоритм скалярной декомпозиции окрестностной структуры / Р.В. Попов // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2024. – Т. 20, № 1. – С. 14-19. – DOI 10.36622/1729-6501.2024.20.1.002.
42. Попов, Р.В. Полилинейные системы на окрестностных структурах / Р.В. Попов // Вестник Липецкого государственного технического

университета. – 2021. – № 2 (45). – С. 46-53. –  
DOI 10.53015/23049235\_2021\_2\_46.

43. Попов, Р.В. Идентификация векторных полилинейных систем на неориентированных окрестностных структурах / Р.В. Попов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2022. – № 3 (49). – С. 28-34. – DOI 10.53015/23049235\_2022\_3\_28.

44. Попов, Р.В. Два класса полилинейных окрестностных систем / Р.В. Попов // Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование : сборник статей Международной научно-практической конференции, г. Липецк, 27-28 февраля 2023 г. – Липецк, 2023. – С. 320-324.

45. Попов, Р.В. Структурные преобразования окрестностной модели / Р.В. Попов // «Школа молодых ученых» по проблемам технических наук : материалы областного профильного семинара. – Липецк, 2023. – С. 148-150.

46. Попов, Р.В. Алгоритм скалярной декомпозиции для окрестностной мульти модели / Р.В. Попов // Нано-био-технологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование : сборник статей Международной научно-практической конференции, г. Липецк, 27-28 февраля 2024 г. – Липецк, 2024. – С. 228-232.

47. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022610952 Российская Федерация. Идентификация билинейной окрестностной системы с минимальным количеством параметров и заданной матрицей корреляций узлов : № 2021682260 : заявл. 28.12.2021 : опубл. 18.01.2022 / И.И. Супрунов, Р.В. Попов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Липецкий государственный технический университет».

48. Роенко, С.С. Матрица структуры билинейной окрестностной системы / С.С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, вып. 5. – С. 2661-2662.

49. Роенко, С.С. Общая билинейная окрестностная модель на основе матрицы структуры и алгоритмы идентификации и функционирования

систем / С.С. Роенко // Системы управления и информационные технологии. – 2013. – № 2.1 (52). – С. 169-172.

50. Роенко, С.С. Особенности программной реализации алгоритмов параметрической идентификации и смешанного управления билинейными окрестностными системами / С.С. Роенко // Сборник научных трудов XVII Международной научно-практической конференции студентов и молодых учёных «Современные техника и технологии» (СТТ–2011). – Томск, 2011. – С. 410-411.

51. Роенко, С.С. Разработка общей билинейной окрестностной модели, алгоритмов идентификации и функционирования систем на основе матрицы структуры : специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Роенко Сергей Сергеевич ; Липецкий государственный технический университет. – Липецк, 2013. – 131 с.

52. Роенко, С.С. Разработка программного комплекса для моделирования билинейных окрестностных и нечетко-окрестностных систем / С.С. Роенко // 66-е Дни науки студентов МИСиС : международные, межвузовские и институтские научно–технические конференции. – Москва, 2011. – С. 470-471.

53. Рысс, А.А. Автоматическое управление температурным режимом в теплицах / А.А. Рысс. – Москва : Агропромиздат, 1986. – 126 с.

54. Сёмина, В.В. Агрегирование окрестностных систем в модели вентиляции цеха цементного производства / В.В. Сёмина, А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2017. – Т. 22, № 6-1. – С. 1346-1354. DOI 10.20310/1810-0198-2017-22-6-1346-1354.

55. Сёмина, В.В. Идентификация слабосвязанных окрестностных систем / В.В. Сёмина // Вестник Воронежского государственного

технического университета. – 2019. – Т. 15, № 2. – С. 69-75. – DOI 10.25987/VSTU.2019.15.2.008.

56. Сёмина, В.В. Моделирование микроклимата в производственном помещении / В.В. Сёмина, С.Л. Блюмин // Экология Центрально-Черноземной области Российской Федерации. – 2016. – № 1 (35). – С. 117-120.

57. Сёмина, В.В. Моделирование производственных систем вентиляции / В.В. Сёмина, А.М. Шмырин, О.А. Мещерякова, С.Л. Подвальный // Вестник ВГТУ. – 2017. – Т. 13, № 6. – С. 13-18.

58. Сёмина, В.В. Параметрическая идентификация окрестностной модели процесса воздухообмена в производственном помещении / В.В. Сёмина, А.М. Шмырин, Е.П. Трофимов // Вестник Тамбовского государственного университета. – 2017. – Т. 23, № 3. – С. 463-469.

59. Сёмина, В.В. Структурное окрестностное моделирование систем промышленной вентиляции / В.В. Сёмина, А.М. Шмырин, О.А. Мещерякова, Е.А. Лукьянова // Таврический вестник информатики и математики. – 2017. – № 4 (37). – С. 96-105.

60. Седых, И.А. Двухуровневые полиномиальные динамические окрестностные модели с переменными окрестностями и их параметрическая идентификация / И.А. Седых // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2018. – № 1 (51). – С. 57-65.

61. Седых, И.А. Динамические окрестностные сети / И.А. Седых // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2018. – Т. 22, № 3 (81). – С. 124-130.

62. Седых, И.А. Идентификация и управление динамическими окрестностными моделями / И.А. Седых // Современные сложные системы управления (HTCS'2017) : материалы XII Международной научно-практической конференции, г. Липецк, 25-27 октября 2017 г. В 2 ч. Ч. 1. – Липецк, 2017. – С. 138-142.

63. Седых, И.А. Идентификация линейных динамических окрестностных моделей с нечеткой иерархической структурой / И.А. Седых // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2019. – Т.15, № 4. – С. 7-13. – DOI 10.25987/VSTU.2019.15.4.001.
64. Седых, И.А. Исследование билинейной динамической окрестностной модели процесса очистки сточных вод / И.А. Седых, А.М. Сметанникова // Динамика технических систем «ДТС-2018» : сборник трудов XIV Международной научно-технической конференции, г. Ростов-на-Дону, 12-14 сентября 2018 г. – Ростов-на-Дону, 2018. – С. 78-81.
65. Седых, И.А. Математическое моделирование и исследование распределенных динамических систем на основе окрестностных моделей с переменными и иерархическими окрестностями : специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Седых Ирина Александровна ; Липецкий государственный технический университет. – Липецк, 2020. – 450 с.
66. Седых, И.А. Окрестностное моделирование уровня подземных вод месторождения цементных известняков и глин / И.А. Седых // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2018. – Т. 6, № 6 (42). – С. 314-316.
67. Седых, И.А. Параметрическая идентификация динамической окрестностной модели процесса непрерывного горячего цинкования стальной полосы / И.А. Седых, А.С. Старкова // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2023. – № 2 (51). – С. 5-13. – DOI 10.53015/23049235\_2023\_2\_5.
68. Седых, И.А. Параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели / И.А. Седых // Инновационная наука: прошлое, настоящее, будущее : сборник статей Международной научно-практической конференции, 1 апреля 2016 г. Ч. 5. – Уфа, 2016. – С.12-18.

69. Седых, И.А. Параметрическая идентификация линейных и билинейных динамических окрестностных моделей / И.А. Седых, А.М. Сметанникова // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. – 2019. – Т. 7, № 1 (44). – С. 357-360.
70. Седых, И.А. Прогнозирование уровня подземных вод месторождения цементного сырья на основе динамических окрестностных моделей / И.А. Седых // Вестник Донского государственного технического университета. – 2018. – Т.18, № 3. – С. 326-332. – DOI 10.23947/1992-5980-2018-18-3-326-332.
71. Седых, И.А. Разработка нечетких окрестностных моделей цементного производства / И.А. Седых // Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн : материалы V Международной научно-практической конференции, г. Тамбов, 14-16 ноября 2018 г. В 3 т. Т. 1. – Тамбов, 2018. – С. 265-269
72. Седых, И.А. Управление динамическими окрестностными моделями с переменными окрестностями / И.А. Седых // Системы управления и информационные технологии. – 2018. – № 1 (71). – С. 18-23.
73. Сейдж, Э.П. Идентификация систем управления / Э.П. Сейдж, Дж.Л. Мелса. – Москва : Наука, 1974. – 284 с.
74. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2022668664 Российская Федерация. Расчет периодов работы управляющих узлов при конвейерной обработке с учетом ограничений на ресурсы : № 2022667546 : заявл. 27.09.2022 : опубл. 11.10.2022 / И.И. Супрунов, Р.В. Попов ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Липецкий государственный технический университет».
75. Хайкин, С. Нейронные сети. Полный курс / С. Хайкин. – 2-е изд, испр. – Москва : Вильямс, 2008. – 1103 с. – ISBN 978-5-8459-0890-2.

76. Шатихин Л.Г. Структурные матрицы и их применение для исследования систем / Л.Г. Шатихин. – 2-е изд., перераб. – Москва : Машиностроение, 1991. – 256 с. – ISBN 5-217-00983-7.
77. Шмырин, А.М. Алгоритмизация процессов смешанного управления пространственно-распределенными системами на основе нечетко-окрестностных моделей : специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Шмырин Анатолий Михайлович ; Воронежский государственный технический университет. – Воронеж, 2007. – 428 с.
78. Шмырин, А.М. Дискретные модели в классе окрестностных систем / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 17, вып. 3. – С. 867-871.
79. Шмырин, А.М. Допустимое смешанное управление билинейными окрестностными системами / А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Современные проблемы информатизации в непромышленной сфере и экономике : сборник трудов (по итогам X Международной открытой научной конференции). Вып. 10. – Воронеж, 2005. – С. 129-130.
80. Шмырин, А.М. Исследование окрестностных моделей печи обжига клинкера с учетом ограничений на переменные и специальной функции цели / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Информационные технологии моделирования и управления. – 2015. – № 5 (95). – С. 410-418.
81. Шмырин, А.М. Линеаризация, идентификация и управление окрестностными системами / А.М. Шмырин, О.А. Шмырина // Системы управления и информационные технологии. – 2005. – № 3. – С. 40-44.
82. Шмырин, А.М. Моделирование 3D-графиков поверхностей билинейных окрестностных систем / А.М. Шмырин, С.С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, вып. 4. – С. 1149-1155.

83. Шмырин, А.М. Нечетко-окрестностные нелинейные системы в координатной форме / А.М. Шмырин // Современные проблемы математики, механики, информатики : тезисы докладов международной конференции. – Тула, 2003. – С. 346-347.
84. Шмырин, А.М. Нечетко-окрестностные системы / А.М. Шмырин // Проблемы непрерывного образования: проектирование, управление, функционирование : материалы Международной научно-методической конференции. – Липецк, 2003. – С. 69-72.
85. Шмырин, А.М. Обобщение дискретных моделей окрестностными системами / А.М. Шмырин, И.А. Седых, Н.А. Корниенко, Т.А. Шмырина // Материалы конференции с международным участием «Технические и программные средства систем управления, контроля и измерения» (УКИ 10). – Москва, 2010. – С. 207-208.
86. Шмырин, А.М. Окрестностный подход к моделированию распределенных динамических систем / А.М. Шмырин, В.В. Кавыгин, С.С. Роенко, А.П. Щербаков // Сборник научных трудов Международной научно-технической конференции, посвященной 50-летию кафедры технологии машиностроения ЛГТУ. – Липецк, 2012. – С. 321-326.
87. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование двумерных нелинейных динамических систем / А.М. Шмырин, И.А. Седых, В.М. Тюрин [и др.] // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, вып. 1. – С. 81-88.
88. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование полиномиальных зависимостей / А.М. Шмырин, С.С. Роенко, Н.А. Корниенко, О.А. Митина // Материалы Воронежской зимней математической школы «Современные методы теории функций и смежные проблемы». – Воронеж, 2011. – С. 362-363
89. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование процесса очистки сточных вод / А.М. Шмырин, И.А. Седых, А.М. Сметанникова, Е.Ю. Никифорова // Вестник Тамбовского университета. Серия:

Естественные и технические науки. – 2017. – Т. 22, вып. 3. – С. 596-604. – DOI 10.20310/1810-0198-2017-22-3-596-604.

90. Шмырин, А.М. Окрестностное моделирование конвейерной обработки стохастического потока данных / А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев, И.И. Супрунов // Системы управления и информационные технологии. – 2021. – № 2 (84). – С. 19-22.

91. Шмырин, А.М. Окрестностные системы с переменными окрестностями / А.М. Шмырин, И.А. Седых, Н.А. Корниенко [и др.] // Вести высших учебных заведений Черноземья. – 2011. – № 2 (24). – С. 63-66.

92. Шмырин, А.М. Оптимальное смешанное управление / А.М. Шмырин, В.А. Пименов, Д.А. Шмырин // Системы управления и информационные технологии : межвузовский сборник научных трудов. – Воронеж, 1998. – С. 185-190.

93. Шмырин, А.М. Особенности реализации программного комплекса для моделирования билинейных окрестностных и нечетко-окрестностных систем / А.М. Шмырин, С.С. Роенко // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2011. – Т. 16, вып. 3. – С. 784-788.

94. Шмырин, А.М. Построение окрестностной модели процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы в тропической математике / А.М. Шмырин, Д.С. Шипилов, А.Г. Кузнецов // Вестник Липецкого государственного технического университета. – 2017. – № 2 (32). – С. 15-18. — DOI 10.20310/1810-0198-2016-21-2-465-472.

95. Шмырин, А.М. Применение окрестностных моделей для решения экологических проблем в производстве цемента / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Современные методы теории функций и смежные проблемы : материалы конференции Воронежской зимней математической школы. – Воронеж, 2009. – С. 193-194.

96. Шмырин, А.М. Применение окрестностных моделей и смешанного управления в цементном производстве / А.М. Шмырин, И.А. Седых //

Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD 2009) : материалы III Международной конференции, г. Москва, 5-7 октября 2009 г. Т. 1. – Москва, 2009. – С. 338-340.

97. Шмырин, А.М. Смешанное управление окрестностными системами / А.М. Шмырин // Системы управления и информационные технологии. – 2007. – № 1 (27). – С. 26-30.

98. Шмырин, А.М. Смешанное управление процессом формирования температуры смотки горячекатаной полосы на основе трилинейной окрестностной модели / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Информационные технологии моделирования и управления. – 2016. – № 4 (100). – С. 290-297.

99. Шмырин, А.М. Сравнение результатов смешанного управления окрестностных моделей установки поддержания оптимальной температуры полиола / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Вестник ВГУ. Серия: Системный анализ и информационные технологии. – 2018. – № 2. – С. 34-43.

100. Шмырин, А.М. Сравнение трёх методик идентификации окрестностных систем / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев // Новые технологии в научных исследованиях, проектировании, управлении, производстве : труды Международной научно-технической конференции. Т. 1. – Воронеж, 2017. – С. 385-389.

101. Шмырин, А.М. Трилинейная окрестностная модель процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы / А.М. Шмырин, А.Г. Ярцев, В.В. Правильникова // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. – 2016. – Т. 21, вып. 2. – С. 465-472.

102. Шмырин, А.М. Управление функционированием окрестностных систем, полученных на основе сетей Петри / А.М. Шмырин, И.А. Седых // Информационные технологии моделирования и управления. – 2008. – № 5 (48). – С. 549-552.

103. Шмырин, А.М. Смешанные окрестностные структуры и полилинейные системы / А.М. Шмырин, Р.В. Попов, Н.М. Мишачев //

Системы управления и информационные технологии. – 2023. – № 1 (91). – С. 96-100. – DOI 10.36622/VSTU.2023.91.1.019.

104. Шмырина, О.А. Алгоритм идентификации нелинейных окрестностных дискретных систем / О.А. Шмырина // Наша общая окружающая среда : сборник тезисов докладов IV научно-практической конференции молодых учёных, аспирантов и студентов, г. Липецка. – Липецк, 2003. – С. 45-46.

105. Шмырина, О.А. Анализ информации в задачах идентификации билинейных окрестностных систем / О.А. Шмырина, Н.Н. Карабутов // Наша общая окружающая среда : сборник тезисов докладов VI научно-практической конференции молодых учёных, аспирантов и студентов г. Липецка. – Липецк, 2005. – С. 99-100.

106. Шмырина, О.А. Информационные аспекты идентификации билинейных окрестностных систем / О.А. Шмырина // Вестник ЛГТУ-ЛЭГИ. – 2005. – № 1 (13). – С. 33-36.

107. Шильяк. Д. Децентрализованное управление сложными системами / Д. Шильяк. – Москва : Мир, 1994. – 578 с.

108. Щербаков, А.П. Трехуровневая иерархическая регрессионная модель / А.П. Щербаков, А.М. Шмырин, Н.М. Мишачев // Нано-биотехнологии. Теплоэнергетика. Математическое моделирование : сборник статей Международной научно-практической конференции, г. Липецк, 27-28 февраля 2023 г. – Липецк, 2023. – С. 283-288.

109. Щербаков, А.П. Иерархическая квазилинейная модель прогнозирования свойств клинкера / Р.В. Щербаков // Вестник Воронежского государственного технического университета. – 2023. – Т. 19, № 3. – С. 17-22. – DOI 10.36622/VSTU.2023.19.3.003.

110. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – Москва : Мир, 1975. – 648 с.

111. Filipczyk, W. Advanced control of coiling temperature in China steel's hot mill / W. Filipczyk, F. Williams, Ch. Fu-Hsiang // 12th IFAC

Symposium on Automation in Mining, Mineral and Metal Processing. – 2007. – Vol. 40, Issue 11. – P. 421-426.

112. Kanyugin, A. Asynchronous Control Systems and Differential Inclusions / A. Kanyugin, R. Popov, A. Shmyrin, N. Mishachev // 2024 4th International Conference on Technology Enhanced Learning in Higher Education, TELE 2024. – New Jersey, 2024. – P. 301-304.

113. Mishachev, N.M. Three versions of sequential projection algorithm and condition numbers of large random matrices / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, R.V. Popov // 2020 2nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA. – New Jersey, 2020. – P. 18-21.

114. Mishachev, N.M. Petri Nets as Zero-Degree Asynchronous Control Systems / N.M. Mishachev, A.M. Shmyrin, R.V. Popov // 2024 6nd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2024. – New Jersey, 2024. – P. 18-21.

115. Rumelhart, D.E. Learning Internal Representations by Error Propagation / D.E. Rumelhart, G.E. Hinton, R.J. Williams // Parallel Distributed Processing. Vol. 1. – Cambridge, 1986. – P. 318-362.

116. Shmyrin, A.M. Application of mixed control for determining the heat transfer coefficient of a heat exchanger / A.M. Shmyrin, A.G. Yartsev // International Journal of Applied Engineering Research. – 2017. – Vol. 12, № 20. – P. 10339-10341.

117. Shmyrin, A.M. The classification of the dynamic nontermination neighborhood's models / A. Shmyrin, I. Sedykh // Interactive Systems and Technologies: the Problems of Human-Computer Interaction. Vol. 3. – Ulyanovsk, 2009. – P. 442-444.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1

Расчетные данные за 22.03.2023

## Таблица А.2

Расчетные данные за 23.03.2023

Таблица А.3

Расчетные данные за 24.03.2023

Таблица А.4

Расчетные данные за 25.03.2023

Таблица А.5

Расчетные данные за 26.03.2023

Таблица А.6

Расчетные данные за 27.03.2023

Таблица А.7

Расчетные данные за 28.03.2023

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Справки об использовании результатов диссертационной работ

Утверждаю:

Директор МУП «Зеленхоз» г. Липецка



*Е.В. Мачнева*

2023г.

#### СПРАВКА об использовании результатов диссертационной работы Попова Романа Валерьевича

Настоящая справка составлена в том, что результаты диссертационной работы Попова Р.В., связанной с разработкой методов и алгоритмов структурной идентификации и структурных преобразований окрестностных моделей рассмотрены в МУП «Зеленхоз» г. Липецка.

Установлено, что в главе диссертации, посвященной приложениям, разработанные методы и алгоритмы применены для построения динамической окрестностной модели управления микроклиматом теплицы, при этом управление в модели может быть использовано как для поддержания заданных параметров микроклимата, так и для или более эффективного расходования ресурсов.

Подтверждено, что разработанная модель соответствует всем регулируемым процессам, связанными с микроклиматом теплицы. На основе разработанной модели можно улучшить некоторые стадии процесса выращивания продукции, а сама модель может быть использована в составе автоматизированной системы управления микроклиматом теплицы.

Результаты диссертационной работы Попова Р.В. могут быть рекомендованы для дальнейшего использования в процессе управления микроклиматом теплиц и в задачах проектирования тепличных конструкций.

## АО «Агропромышленное объединение «Аврора»

398002 г. Липецк, улица Тельмана, дом 11 Тел/Факс (4742)34-59-62, (47471)5-22-09  
 ИНН 4825003761 КПП 482501001 Задонское ОСБ 3827 г. Задонск р/с 40702810935060100255  
 Липецкое ОСБ 8593 г. Липецк к/с 3010181080000000604 БИК 044206604 ОКПО 00897763  
 ОКОНХ 21110,21120,21130,80100,71100

E-mail: avrora@lipetsk.ru

Генеральный директор Уваркин Александр Сергеевич

Подразделение «Хмелинецкий сахарный завод»

Тел./факс (47471)3-55-30, 3-54-63

[hmelinec@apo-avrora.ru](mailto:hmelinec@apo-avrora.ru)

### **Справка** об использовании результатов диссертационной работы Попова Романа Валерьевича

Настоящей справкой удостоверяется, что результаты диссертационной работы Попова Р.В., посвящённой разработке методов и алгоритмов структурной идентификации и структурных преобразований окрестностных моделей, рассмотрены применительно к задачам математического моделирования и совершенствования управления технологическим процессом на СП «Хмелинецкий сахарный завод» АО «АПО «Аврора».

В частности:

1) теоретические, методологические и прикладные результаты исследования автора по структурному анализу технологических схем сложных производств анализировались инженерно-техническим персоналом СП «Хмелинецкий сахарный завод» при планировании мероприятий по совершенствованию управления и повышению технико-экономических показателей производства сахара заводом АО «АПО «Аврора»;

2) на основе выполненного анализа и опыта практического использования результатов диссертационной работы установлено, что предлагаемые методы работоспособны и позволяют обеспечивать повышение эффективности управления технологическим процессом применительно к СП «Хмелинецкий сахарный завод».

Наиболее целесообразным является использование разработанных методов структурных преобразований окрестностных моделей при математическом моделировании сложных производственных процессов на этапе анализа соответствующих технологических схем.

Директор свеклосахарного  
 производства  
 АО «АПО «Аврора»

С.Н. Зобова





УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по учебной работе  
ФГБОУ ВО «Липецкий государственный  
технический университет»  
д.ф.н., доцент

*И.П.* Полякова И.П.

« 02 » 2025 г.

### СПРАВКА

об использовании в учебном процессе материалов,  
содержащихся в кандидатской диссертации

Попова Романа Валерьевича

«Разработка методов и алгоритмов структурной идентификации и структурных  
преобразований окрестностных моделей».

Настоящей справкой удостоверяется, что результаты диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ», а именно:

смешанные окрестностные структуры, позволяющие расширить возможности окрестностного моделирования; ациклические окрестностные модели; алгоритм ациклической ориентации неориентированных окрестностных структур; параметрическая валентность и минимальный план экспериментов, предназначенный для оценки необходимого количества экспериментальных данных для параметрической идентификации; окрестностные модели по переменным и только связям; алгоритм скалярной декомпозиции позволяющий уменьшить количество параметров модели на этапе структурной идентификации; окрестностные мультиядерные модели; численный метод идентификации информационных связей окрестностной модели; комплекс проблемно-ориентированных модулей программного обеспечения, реализующих алгоритмы структурной идентификации используются в учебном процессе федерального государственного бюджетного учреждения высшего образования «Липецкий государственный технический университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.03.03 «Механика и математическое моделирование» при выполнении индивидуальных заданий по дисциплине «Моделирование систем», а также подготовке выпускных квалификационных работ.

Использование результатов диссертационной работы обсуждено на заседании кафедры высшей математики от «29» января 2025 г., протокол № 6.

Начальник управления по науке

*А.Шарапов*

А.И. Шарапов

Директор физико-энергетического  
института, к.т.н., доцент

*И.А.Коваленко*

И.А. Коваленко

Заведующий кафедрой  
высшей математики,  
д.т.н., профессор

*А.М.Шмырин*

А.М. Шмырин

## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2022610952**

**«Идентификация билинейной окрестностной системы с минимальным количеством параметров и заданной матрицей корреляций узлов»**

Правообладатель: **Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Липецкий государственный технический университет» (RU)**

Авторы: **Супрунов Игорь Иванович (RU), Попов Роман Валерьевич (RU)**

Заявка № 2021682260

Дата поступления 28 декабря 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 18 января 2022 г.

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

A handwritten signature in black ink, appearing to read "Г.П. Иващев".

Г.П. Иващев



## РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



## СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

**№ 2022668664**

**«Расчет периодов работы управляющих узлов при конвейерной обработке с учетом ограничений на ресурсы»**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Липецкий государственный технический университет» (RU)*

Авторы: *Супрунов Игорь Иванович (RU), Попов Роман Валерьевич (RU)*

Заявка № 2022667546

Дата поступления **27 сентября 2022 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **11 октября 2022 г.**

Руководитель Федеральной службы  
по интеллектуальной собственности

*Ю.С. Зубов*

